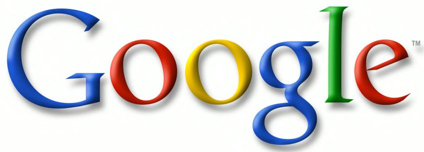
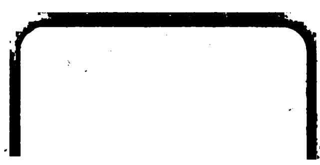






Gründlicher und ausführlicher
Unterricht
zur
praktischen Geometrie

von

Johann Tobias Mayer,
Königl. Großbritt. Hofrath und Professor zu Göttingen.



Vierte verbesserte und vermehrte Auflage.

Dritter Theil,
mit neun Kupfertafeln.

Göttingen,
im Verlage bey Vandenhoek und Ruprecht.
1818.

Sr. Hochwohlgebohren

dem

Freyherrn von Zach

Herzogl. Sachs. Gothaischen Oberhofmeister

zum Denkmahl

der

innigsten Verehrung und Hochachtung

gewidmet.

Vorerinnerung
zur ersten Auflage.

Die Herausgabe des dritten Theiles dieser praktischen Geometrie, den ich gegenwärtig dem Urtheil der Kenner unterwerfe, ist durch die Veränderung meiner Lage und durch allerley damit verbundene Geschäfte, etwas verzögert worden. Daß ich aber mit diesem Theile das ganze Buch beschließe, davon ist die Ursache diese. Ich hatte anfänglich auch die Absicht, das Praktische der körperlichen Geometrie, und die Markscheidekunst in einem 4ten Theile abzuhandeln. — In Ansehung der erstern fand ich aber bey näherer Untersuchung, daß ich sehr viele Gegenstände, ohne einige vollständigere Kenntniß der Analysis des Unendlichen, nur sehr mangelhaft würde haben behandeln können, und da ich

doch gleich anfänglich die Absicht hatte, Kenntnisse der höhern Analysis möglichst zu vermeiden, um dadurch nicht vielen unverständlich zu werden; so glaubte ich besser zu thun, mit dem eigentlichen Feldmessen zu schliessen, als durch einen 4ten, vielleicht minder brauchbaren Theil, die Kosten des Buches zu erhöhen. — Es kann indessen seyn, daß ich das Praktische der körperlichen Geometrie etwa einmal in einem besondern Buche abhandele. — In Betracht der Markscheidekunst glaubte ich, daß meine Abhandlung davon durch die neuern vortrefflichen Arbeiten Herrn Hofr. Kästners *) und Herrn Lempens **) für entbehrlich gehalten werden mögte. — Also wird hiemit gegenwärtiges Buch geschlossen, und ich freue mich, daß es von vielen Kennern nicht ganz ohne Beyfall aufgenommen worden ist, ob ich gleich wohl einsehe, daß besonders der Vortrag an manchen Orten anders seyn dürfte; doch hoffe ich, daß die Leser an Gründlichkeit nicht

*) Anmerkungen über die Markscheidekunst ꝛc. ꝛc. Göttingen, 1775.

**) Gründliche Anleitung zur Markscheidekunst, von J. F. Lempe. Leipz. 1782.

nicht viel vermissen werden. — Eine zweyte Auflage, die vielleicht bald zu erwarten stehet, kann zu allerley Verbesserungen Gelegenheit geben.

Von der Geschichte und der Litteratur einzelner Gegenstände ist gehörigen Ortes so viel beygebracht worden, daß ich es für unnöthig erachtete, das Buch durch eine zusammenhängende Geschichte der praktischen Geometrie noch um ein Kapitel zu vermehren.

Was mir in dem ganzen Buche eigen ist, werden Kenner schon von selbst finden, ohne daß ich es gerade an jedem Orte angezeigt hätte. So viel kann ich indessen behaupten, daß ich eigene Vorschläge allemal auch durch die Ausübung vorher zu prüfen gesucht habe.

In dem XXXII. Kapitel kommen unterschiedene Lehnsätze aus der Astronomie vor, eine Ausschweifung, die man nach der Beschaffenheit der dort behandelten Gegenstände nicht für überflüssig halten wird. — Von Messungen, die ins Große gehen, und den Charten einer ganzen Provinz, ist daselbst das wichtigste gesagt worden. Daß ich dabey überall den bereits

reits in den vorhergehenden beyden Theilen beschriebenen Winkelmesser zum Grunde gelegt habe, wird der Methode im Ganzen nicht entgegen stehen. Bey anders eingerichteten Werkzeugen werden sich leicht die erforderlichen Abänderungen treffen lassen. Aus der Beschaffenheit der Umstände und der Wichtigkeit einer Vermessung, wird übrigens die Größe des Werkzeugs zu beurtheilen seyn. Meiner Meynung nach, dürfte ein Winkelmesser nach der von mir beschriebenen Einrichtung von etwa $1\frac{1}{2}$ pariser Fuß im Durchmesser schon zu der geometrischen Aufnahme einer ansehnlichen Provinz zureichen, wenn einem Manne von gehörigen Einsichten das Geschäfte übertragen wird.

Von dem Nivelliren habe ich im XXXIII. Kapitel das brauchbarste gesagt. Verschiedene dahin gehörige Gegenstände habe ich der Kürze halber übergehen müssen.

Altdorf, im März 1783.

Joh. Tob. Mayer.

Vorerinnerung zur zweyten Auflage.

Auch dieser dritte Theil hat mehrere kleinere und grössere Zusätze erhalten, die literärischen nicht zu rechnen, die man überall gehörigen Orts finden wird. Ich will hier nur einige derselben anführen.

Im 249sten §. ist verschiedenes zu den Vermessungen der Wälder hinzugekommen.

Im 335sten §. habe ich für nöthig gefunden, einige Umstände anzuführen, worauf man bey der Bestimmung des ökonomischen Werthes der Grundstücke zu sehen hat.

Im 344sten §. ist mehreres deutlicher auseinander gesetzt, auch die dazu gehörige Figur etwas abgeändert worden.

Im 346sten §. habe ich auch gezeigt, wie man aus der Mittagshöhe der Sonne die Polhöhe findet, und es durch das Beyspiel der Erlanger Polhöhe erläutert.

Im 355sten §. habe ich eine Vergleichung zwischen der Triangular- und Parallelmethode zur Aufnahme eines Landes, beyzufügen für nöthig erachtet.

Im 373sten §. ist gezeigt worden, was beym Wasserwägen die Abweichung der Ziel-Linie des Fernrohrs von dem Parallelismus mit der Wasserfläche der Libelle, für Folgen nach sich zieht, wenn man das Werkzeug nicht genau in die Mitte zwischen beyde Abwägungspunkte stellt.

Im 375sten §. habe ich auch einen kurzen Begriff von der Keithischen Wasserwaage gegeben, und im

377sten §. noch einiger Wasserwaagen erwähnt, auch gezeigt, wie man an einer jeden Station das Nivelliren vervielfältigen, und daraus Vortheile in Absicht auf die Richtigkeit der Arbeit erhalten könne.

Zuletzt habe ich noch etwas von Dendrometern, oder Baumessern hinzugefügt.

Mehrere kleine Zusätze, Abänderungen des Vortrags u. dgl. wird man gehörigen Ortes selbst finden.

Seit der neuen Ausgabe des zweyten Theiles dieser praktischen Geometrie hat Hr. Conrector Voigt in Quedlinburg wieder

Zu-

Zusätze zu seinem neuesten Versuchen zur Erleichterung der praktischen Geometrie, Leipz. 1794 herausgegeben, und sich darinn gegen einige Erinnerungen, welche ich gegen seine neue Methode, Figuren mit dem Meßtische aufzunehmen, und gegen seinen Secundenmesser gemacht hatte, vertheidigt und noch einige andere Vermessungsarten beygefügt.

Ich will mich hier gar nicht in einen Streit mit Hrn. V. einlassen. Auch was er in gegenwärtiger Schrift gegen das gewöhnliche Verfahren, den Meßtisch zu richten, gegen den Gebrauch der Nuß und des gewöhnlichen Stativs u. s. f. vorbringt, wird schwerlich dasjenige, was ich zum Vortheile dessen im zweyten Theile der neuen Ausgabe beygebracht habe, umstossen. Aber nur muß ich mich gegen einen sehr ungerechten Vorwurf rechtfertigen, den er mir macht, und in seinen neuesten Zusätzen sehr umständlich wiederhohlt, nemlich daß ich in der ältern Ausgabe die Schwürigkeiten, bey dem gewöhnlichen Verfahren den Meßtisch über der zweyten Station einzurichten, nicht ge-

kannt

kannt zu haben scheine. Um diese Behauptung drehet sich fast alles, was Hr. V. in seiner Schrift noch ferner vorträgt. Er führt zur Bekräftigung seines Vorwurfs S. 5. blos den 220sten §. der ältern Ausgabe meiner praktischen Geometrie an, wo ich freylich nicht so umständlich, als es Hr. V. verlangt, von diesen Schwürigkeiten geredet habe. Er hätte aber statt dieses §es sich nur die Mühe geben dürfen, den IVten Absatz des 227sten §es der ältern Ausgabe zu lesen, so würde er sich überzeugt haben, daß ich diese Schwürigkeiten nicht nur gekannt, sondern auch diejenigen Vorsichten und Mittel zur Hebung derselben angegeben habe, die mir für solche, die sich einigermaaßen darinn würden geübt haben, vollkommen hinlänglich schienen. Daß ich nachher im 183sten §. der neuen Ausgabe mich weiter darüber verbreitet, und insbesondere für ungeübtere eine Schraube an der Gabel empfohlen habe, um ohne Zeitverlust die im 227sten §. (IV.) d. ält. Ausg. gegebenen Vorschriften befolgen zu können, ist Hrn. V. zu Gefallen geschehen. Ich glaub-

glaubte, daß einem Jeden die Bequemlichkeit, die Gabel während dem Einrichten des Meßtisches befestigen zu können, um sie vor dem Herunterfallen zu sichern, bey der ersten besten Operation die natürliche Mathematik selbst lehren würde, und ließ es daher in der ältern Ausgabe blos bey den im 227sten §. IV. angegebenen Vorschriften bewenden. Aber wenn Hr. V. diesen Absatz des 227sten §es der ältern Ausgabe (in der neuern ist es die Anmerkung (4) des 183sten §es) anders durchgelesen hat, so ist mir unbegreiflich, wie er behaupten kann, ich habe jene Schraube nur erst ausgedacht, um den Vorwurf von mir abzulehnen, daß ich, so wie alle Feldmesser, Gelehrte und Ungelehrte, die Mensel in der zweyten Station nicht sicher zu richten gewußt, und dadurch die allgemein gebrauchte fehlerhafte Anweisung in aller Eil zu verbessern gesucht habe. Freylich ist die Befestigung der Gabel ein wesentlicher Vortheil für solche, welche nach den im 227sten §. IV. der ältern Ausgabe, gegebenen Vorschriften, nicht Augenmaaß und Geschicklichkeit der Hände, genug haben,

die Sache auch ohne Befestigung der Gabel zu bewerkstelligen, aber diese Schraube ist kein Beweiß, ich habe den Vorwurf, jene Schwürigkeiten nicht gekannt zu haben, dadurch nur stillschweigend von mir ablehnen wollen. Diese Schwürigkeiten sind ja a. a. O. so deutlich gesagt, daß ich wahrlich nicht weiß, was Hr. V. mit seinem Vorwurfe eigentlich will. Daß bisher nicht jeder Feldmesser sich einer Schraube an der Gabel bedient habe, um den Meßtisch richtig zu stellen, ist wohl nur ein Beweiß, daß ein Geübter ihrer auch allenfalls entbehren könnte, so wie man z. E. auch nicht nöthig hat, allemahl in jeden Punkt auf dem Meßtische eine Nadel zu befestigen, um das Diopterlineal richtig anzulegen. So etwas ist für Anfänger wesentlich, für Geübte eine Bequemlichkeit. Daß Hrn. V. die Sache so schwer fällt, dafür kann ich freylich nicht. Ich versichere ihn aber, daß ich einen Meßtisch, wenn es darauf ankömmt, sogar ohne Gabel richtig und ohne Zeitverlust stellen will. Habe ich gesagt, daß die Sache ohne Befestigung der Gabel schwer sey, so muß man immer dabey

be-

bedenken, daß jedes Ding seine Uebung haben will, die man aber doch wahrlich bey einem Geschäfte, wie dieses, sehr bald erlangt. Mathematische Schärfe wird begreiflich hiebey Niemand verlangen, ist auch ganz und gar nicht nöthig. Man muß zu beurtheilen wissen, unter welchen Umständen bey diesem Geschäfte ein Fehler von 1 oder ein paar Zoll in der gehörigen Stellung des Punktes auf dem Meßtische über dem auf dem Boden, von bemerkbaren Folgen ist oder nicht. Gewiß wird er immer von geringern Folgen seyn, als das Ziehen von Linien auf dem Meßtische, die eigentlich gar nicht zur Operation gehören. Wenn sich eine Figur auf dem Meßtische nicht schließen will, so ist dieß in den wenigsten Fällen ein Erfolg jener Fehlerchen, und Hr. V. irrt sich sehr, wenn er glaubt, bey dem Verfahren mit der Zollmannischen Scheibe werde sich allemal die Figur schließen. Das sagen nur diejenigen, welche durch die Zollmannische Scheibe den Meßtisch haben verdrängen wollen, und nicht wissen, was die Fehler des Visirens, Fehler im Auftragen gemessener Linien, fehlerhaft gemessene Linien selbst.

und mehrere andere Dinge für Folgen nach sich ziehen. Zollmann ist selbst so bescheiden, nicht zu behaupten, daß nach seinem Verfahren allemal ein sicherer Schluß der Figur herauskomme. Uebrigens ist das bey seinem Verfahren immer ein wesentlicher Fehler, daß man nicht leicht eher, als zu Hause beym Auftragen wissen kann, ob sich die Figur schliessen wird, und wenn Hr. B. S. 34 meynt, man brauche keine so mühsamen Hülfsmittel und leidige Correcturen (nemlich das Zurückvisiren nach bereits festgelegten Punkten) bey seinem und dem Zollmannischen Verfahren, so muß er würklich noch nie eine Feldmark von einer beträchtlichen Größe aufgenommen, und die Vortheile des Zurückvisirens zur Prüfung der Arbeit kennen gelernt haben. Gesetzt auch, daß er selbst vollkommen Meister über das errare humanum wäre, kann er gut dafür stehen, daß seine Mitgehülfen es sind, daß nicht z. E. ein Kettenzieher statt 2 Ruthen, einmahl drey ansagt u. dgl. Ich glaube, daß so etwas einem Jeden bey seiner Praxis einmahl begegnet seyn wird. Werden falsche Maaße aufgetragen, so

ent=

entdeckt sie das Zurückvisiren nach bereits festgelegten Punkten sogleich. Ein Feldmesser kann unmöglich Alles selbst thun, und muß also Fehler, die seine Gehülfen begangen haben, zu entdecken wissen. Doch was verschwende ich bey einer Sache, die so klar ist, viel Worte. Ich komme von meinem Hauptzwecke ab, mich blos gegen den obgedachten Vorwurf des Hrn. B. gerechtfertigt zu haben, und dieß ist, glaube ich, hinlänglich geschehen. Ist Hr. B. nicht damit zufrieden, so sey es. Mir ist übrigens die Zeit zu edel, mich noch länger mit einem Streite abzugeben, dessen Gegenstand so geringfügig ist, wenn auch Hr. B. noch einen ganzen Quartanten gegen mich schreiben wollte, und bedaure herzlich, daß ihm das gewöhnliche Verfahren, den Meßtisch so zu stellen, wie sichs gehört, so viel Mühe macht. Was er aber zur Empfehlung seiner neuen Art, den Meßtisch zu richten, noch ferner beybringt, widerlegt im Ganzen genommen, dasjenige nicht, was ich dagegen eingewandt habe. Die Vertheidigung seines Secundenmessers gegen

meine Erinnerungen überlasse ich dem Publikum zu entscheiden, und versichere Hrn. B. übrigens meiner Hochachtung.

Erlangen, im Januar 1795.

Joh. Tob. Mayer.

Vorerinnerung
zur dritten Auflage.

Auch dieser dritte Theil hat hin- und wieder einige Zusätze erhalten z. B. §. 255. XVIII. §. 288. §. 309. Zus. I. Anm. §. 382. Anm. Hauptsächlich sind aber überall die neuesten Schriften und Aufsätze über diese oder jene Gegenstände der praktischen Geometrie hinzugefügt worden. Verbesserungen und Abänderungen des Vertrags wird man hin- und wieder ebenfalls bemerken. Auch sind einige Kupfertafeln, die durch die öftern Abdrücke der vorhergehenden Auflagen undeutlich geworden, neu gestochen, und andere verbessert worden. Druckfehler von Erheblichkeit werden eben nicht vorkommen.

Göttingen, im December 1803.

Joh. Tob. Mayer.

Vorerinnerung
zur vierten Auflage.

Es hat diese vierte Auflage noch eine Kupfertafel erhalten, weil ich es für nöthig fand (§. 346.) auch etwas von dem Gebrauche der katoptrisch dioptrischen Werkzeuge zur Ausmessung der Höhenwinkel, und von dem Verfahren aus einer trigonometrischen Messung die geographischen Längen und Breiten der Oerter zu finden, beyzubringen, bey welcher letztern Bestimmung ich denn zugleich auf die sphäroidische Gestalt der Erde mit Rücksicht genommen habe, damit man nicht glaube, es fehle dieser praktischen Geometrie etwas erhebliches. Sonst sind noch mancherley Bemerkungen, und litterärische Notizen hinzugekommen, die jeder an den gehörigen Orten selbst finden wird.

Göttingen, im März 1818.

Joh. Tob. Mayer.

Inhalt

Inhalt des dritten Theils.

XX. Kapitel.

Von

XXI. Kapitel.

XXII.

XXII Kapitel.

XXIII. Kapitel.

XXIV. Kapitel.

Andere

XXV. Kapitel.

XXVI. Kapitel.

Vor-

XXVII. Kapitel.

Fernere

XXVIII. Kapitel.

An=

XXIX. Kapitel.

Eine

XXX. Kapitel.

XXXI. Kapitel.

XXXII. Kapitel.

Netze

XXXIII. Kapitel.

Nähere

Der

Der
praktischen Geometrie
Dritter Theil.

XX. Kapitel.
Anwendung der bisherigen Lehren auf die Vermessung einzelner Stücke einer Feldmark.

§. 244 Ein Feldmesser, der sich unterfängt, auch nur einen mässigen Theil einer Flur in Grund zu legen, sollte doch wohl die unterschiedenen Vermessungsarten kennen, die ich besonders im XVIIIten Kapitel vorgetragen habe. Denn blos auf ein einziges Werkzeug, auf einerley Messungsmethode sich einzuschränken, wie das häufig der Fall bey denen ist,

die das Feldmessen wie ein Handwerk treiben, heißt auf dem Felde nur immer einerley Hindernisse und Schwierigkeiten antreffen, oder oft mit großer Weitläuftigkeit nur sehr mittelmäßig das leisten, was mit beträchtlicher Ersparung der Kosten, theils genauer, theils in kürzerer Zeit geschehen könnte.

Ich dürfte wohl die Ausübung der bisherigen Lehren dem eigenen Nachdenken eines jeden überlassen. Da aber besonders Anfänger, auf die ich doch vorzüglich Rücksicht nehme, etwas umständlichere Anwendung der bisherigen Entwerfungsarten auf einzelne Fälle wünschen mögten, und ich auch sonst noch manches in Rücksicht des Ganges und der Ordnung, die man unter diesen oder jenen Umständen bey einer Messung zu beobachten hat, vermisse, so werde ich im gegenwärtigen Kapitel das noch Fehlende ergänzen, und die Entwerfung der gewöhnlichsten Gegenstände einer Flur, z. E. der Wiesenstücke, Aecker, Waldungen, Flüsse, Dörfer u. d. gl., als lauter einzelner Fälle, von denen ein Feldmesser seine Praxis anfangen muß, ehe er sich an zusammengesetzte Fluren wagen darf, zu erläutern suchen, und dabey unterschiedene Vortheile und Erinnerungen beybringen, welche im Vorhergehenden noch nicht erörtert werden konnten, und die manchem, nach

Ver-

Verhältniß seiner Kenntnisse, mehr oder minder interessant scheinen werden.

Ich werde mich aber bey gegenwärtigen Aufgaben vorzüglich des Meßtisches bedienen. Von den Vortheilen dieses Werkzeugs bey Messungen, wo vieles anzumerken vorkömmt, habe ich bereits im 115ten §. und an andern Orten geredet.

Vermessung der Wiesenstücke.

§. 245. I. Da diese gewöhnlich ohne beträchtliche Abweichung in einer Horizontal-Ebene liegen, und meistens eine freye Aussicht verstatten, so kann man ihre Grundlegung unter die leichtesten Fälle rechnen, wo sich die Lehren des XVIIIten Kapitels anwenden liessen.

II. Vorläufig ist nun sowohl hier, als künftig, das eine der ersten Vorschriften, daß ein Feldmesser, ehe er zur wirklichen Aufnahme schreitet, vorher genau den Umfang und das Innere des zu vermessenden Platzes in Augenschein nehme, alle Hindernisse und Schwierigkeiten genau aufzeichne, und daraus die den Umständen gemäßeste Entwerfungsart beurtheile.

III. Kleine Wiesenstücke, worauf keine beträchtliche Hindernisse vorkommen, lassen sich bequem und am richtigsten bloß mit der Kette

vermessen (§. 215.). Krümmungen werden dabey durch Abscissen und Ordinaten bestimmt, von denen es aber nöthig ist, ein Diarium zu halten.

IV. Grössere Plätze lassen sich vorzüglich aus ihrem Umfang entwerfen, wobey man denn theils nach einem beständigen Faden fortmisset, das heißt, alle Winkel und Seiten unmittelbar bestimmt (§. 222.), theils sich der Methode des 229sten §. bedient, je nachdem es die Umstände zu erfordern scheinen.

Im letztern Falle können abgesteckte Stäbe innerhalb der Figur, in Ermanglung anderer kennbaren Objecte, zu Richtpunkten angenommen werden (§. 229. I. II.)

V. Das Verfahren §. 229. wird man besonders in dem Falle sehr brauchbar finden, wenn an den Umfangslinien einer Figur Hindernisse vorkommen, die dieser Linien unmittelbare Messung erschweren.

Der Magnetnadel kann man sich dabey bedienen (§. 233.), aber nur in solchen Fällen, wo man den dadurch festzulegenden Ort des Meßtisches nicht mit äusserster Schärfe zu bestimmen für nöthig erachtet.

Soll aber ein festzulegender Standpunkt des Meßtisches in der Folge zu weitern Bestimmungen und zu einem neuen Richtpunkt dienen, so

wird

wird man nach §. 235. verfahren müssen. Man wird aber alsdann noch einen Meßtisch (ich will ihn A nennen) mit sich führen müssen, auf dem man die Lage eines solchen Standes gegen einige andere bereits festliegende, erst nach der Branderischen Methode entwirft, ehe man ihn auf den ersten Meßtisch in die gehörige Verbindung mit der übrigen Messung bringt.

Da dieser Meßtisch A nicht zum Zurückvisiren oder Einrichten nach bereits festgelegten Stationen, wie bey dem gewöhnlichen Gange der Vermessung gebraucht wird, sondern blos dazu dienen soll, von einem willkürlich auf ihm angenommenen Punkte, nach drey bereits festgelegten Richtpunkten hinvisiren zu können, um nachher auf diese Visirlinien, nach Branders Art, das Dreyeck, welches jene drey Richtpunkte bilden, abtragen, und dadurch die Lage des Standortes, woselbst sich der Meßtisch befindet, gegen jene drey Richtpunkte bestimmen zu können, so ist klar, daß zu diesem Behufe blos ein ganz gemeiner und wohlfeiler Meßtisch, ohne alle Stellschrauben und sonstige Vorrichtungen welche zum gewöhnlichen Zurückvisiren nud Einrichten des Meßtisches erforderlich sind, dienen kann. Von einem solchen Hülfstische zu bequemerer Auflösung und Anwendung der Aufgabe des 235ten §es wo die Umstände solche erfordern, wird

wird man sonst auch noch mancherley andere Vortheile haben, wie die Ausübung von selbst lehren wird, daher ich den Gebrauch desselben aus eigner Erfahrung sehr empfehle. Würde man mit dergleichem Tische nicht versehen seyn, so lassen sich wohl Hülfsmittel gedenken, auch ohne einen solchen die Aufgabe des 235ten §es sogleich auf dem Haupttische selbst zu bewerkstelligen, wie z. B. die sinnreiche Methode des Hrn. Directors Vieth in Gilberts Ann. der Physik 54ter B. 3tes St. S. 311. Aber immer wird man doch finden, daß auf einem Meßtische, worauf bereits vielerley gezeichnet und aufgetragen worden ist, solche Methoden, wobey allerley Hülfslinien, Perpendikel, Kreise u. dgl. zu ziehen sind, um den Standpunkt des Meßtisches festzulegen, mit mancherley Unbequemlichkeiten und Fehlern verknüpft sind, welche durch die Anwendung eines solchen Hülfstisches, von welchem man die nach Branders Methode bestimmten Punkte auf den Hauptmeßtisch abträgt, und mit der übrigen Messung in Verbindung setzt, gänzlich wegfallen.

Ein solcher Hülfstisch bedarf keines eignen Stativs. Er besteht bloß in einem Reisbrette, welches in seinem Mittelpunkte mit einem viereckigten Zapfen versehen ist, der in das viereckigte Loch des Cylinders H am Stative des Haupt-

Haupttisches passen muß. § 108. 9. Braucht man den Hülfstisch, so hebt man den Haupttisch aus dem erwähnten Loche seines Stativs heraus, und setzt den Hülfstisch ein, welchen man denn leicht durch die Beine des Stativs so genau horizontal stellen kann, als zu der auf ihm vorzunehmenden Arbeit erforderlich ist.

VI. Oft kann man auch aus einer angenommenen Standlinie nach §. 231. viele Punkte am Umfange und innerhalb des Wiesenstücks zu Papiere bringen.

Ueberhaupt finden die Entwerfungsarten im XVIIIten Kapitel bey Vermessung der Wiesenstücke fast alle ihre Anwendung. Nur ist man oft, vorzüglich bey größern Plätzen, genöthigt, nach Verhältniß der Umstände, der Bequemlichkeit, der verschiedenen Hindernisse u. s. w. mehrere Methoden mit einander zu verbinden.

VII. Zur Erläuterung diene der Wiesenplatz (Fig. I.), davon A, B, C, D, E, F einzelne Stücke vorstellen, deren richtige Gränzen und Besitzer man von erfahrnen Leuten, die man als Gehülfen mitnimmt, angeben und gehörig mit Pfählen bezeichnen lassen muß.

VIII. Gleich Anfangs, ehe man zur Messung schreitet, muß man den ganzen Wiesenplatz umgehen, und einige kenntliche Objecte,

z. E.

z. E. a, b, c, d, e, f, auswählen, die künftig sowohl zur Prüfung der Messung, als auch zu Richtpunkten dienen, durch Hülfe deren man den Meßtisch stellen, und auf demselben diese oder jene Standpunkte festlegen kann.

IX. Auch ist es vor dem Anfange der Arbeit sehr vortheilhaft, einige durch die Figur gehende Linien, besonders die längste, z. E. von i nach x, abzuschreiten, um den verjüngten Maaßstab darnach proportioniren zu können.

Gesetzt, man fände i x = 2000 Schritte, also ohngefähr 333 Ruthen.

Schon daraus würde sich einigermassen beurtheilen lassen, ob sich der ganze Wiesenplatz auf einem Ueberzuge des Meßtisches entwerfen läßt, oder ob mehrere dazu nöthig sind.

Sollte der Meßtisch von gewöhnlicher Größe, also etwa von 18 Zollen seyn, und setzte man, daß eine Ruthe des verjüngten Maaßstabes nicht kleiner, als den 10ten Theil eines Zolles genommen werde (wie solches in der That auch wohl nicht rathsam wäre), so betrügen die 333 Ruthen etwa 33 Zoll auf dem Papiere, und der Meßtisch müßte also gewiß mehrere male überzogen werden, um den Wiesenplatz mit dem nöthigsten Detail zu entwerfen; das heißt: man müßte die Messung theilweise vornehmen, und nachher auf Mittel denken,

ken, die Entwürfe einzelner Stücke zu Hause mit einander zu verbinden. Wie viel Ueberzüge des Meßtisches überhaupt aber erfordert werden, ergiebt sich beyläufig aus einem rohen Entwurfe des ganzen Platzes; meistens wird sich aber solches schon aus einigen andern abgeschritteten Linien der Figur beurtheilen lassen.

X. Oft ist aber die Größe des verjüngten Maaßstabes schon vorgeschrieben. In diesem Falle hat das vorläufige Abschreiten sowohl der längsten, als auch einiger anderer Linien, den Vortheil, bequemer den Punkt auf dem Meßtische auswählen zu können, von dem man die Messung anzufangen gedenkt. Während der Arbeit findet sich dann schon von selbst, wie viel man von dem ganzen Wiesenstücke auf jeden Ueberzug des Meßtisches bringen kann.

XI. Ich will setzen, bey gegenwärtigem Wiesenstücke habe man unter den (IX.) angenommenen Umständen, daß nämlich die längste Linie durch die Figur ohngefähr 2000 Schritt betragen, und eine Ruthe des verjüngten Maaßstabes nicht größer, als den 10ten Theil eines Zolles genommen werden sollte, nach dem Augenmaaße und mit Beyhülfe eines etwa schon vorhandenen rohen Entwurfs gefunden, daß sich ganz bequem erstlich die drey einzelnen Stücke A, B, C zusammen auf einen, und

da-

dann die andern drey D, E, F auf einen zweyten Ueberzug des Meßtisches bringen ließen, ohne befürchten zu dürfen, daß bey einer geschickten Wahl des ersten Punktes auf dem Papiere, von dem man jedes Stückes h a i b c v d n 3 k h; n x y k 3 n Messung anfängt, Theile davon zu nahe an den Rand des Meßtisches kommen, oder gar darüber hinausfallen mögten.

XII. Nun bringe man aus einer bequemen Standlinie, z. E. a h, vor allen Dingen erst einige von den angenommenen Richtpunkten, z. E. c, d, m, auf den Meßtisch, nach (§. 231.); vergesse auch nicht die Richtung der Magnetnadel zu ziehen.

XIII. Hierauf würde man etwa nach der Richtung a i b c d n den äusern Umfang der drey an einander hängenden Stücke A, B, C auf den Meßtisch bringen.

Zwischen a, i, wo weiter keine besondern Hindernisse die Messung unterbrechen, könnte man nach (§. 222.) verfahren, oder auch, um selbst die Messung der Linien a g, g r, r i zu ersparen, nach (§. 229.), wobey denn der Nutzen der aus der Standlinie a h bereits festgelegten Punkte a, h, c, d, m erhellen wird.

Zwischen i und b ist eine Anhöhe vorhanden, die das Visiren und Messen von i nach b ver=

verhindert. — Hier würde also, zur Bestimmung der Winkelpunkte zwischen i und b, die Stellung des Meßtisches nach der Magnetnadel, und der Gebrauch einiger der bereits festgelegten Punkte a, h, c, d, m zu empfehlen seyn (§. 233.).

Den Punkt c, folglich bc, hat man schon, sobald man bis b mit der Messung gekommen ist. Nemlich c aus (XII.).

Von c nach n sind Krümmungen zu entwerfen.

Um dazu nicht gar zu viel Stände nöthig zu haben, so stecke man längst der Krümmung so lange Linien ab, als es angehet, doch so, daß die zu messenden Ordinaten nicht zu lang werden, und verfahre nun nach (§. 222 ꝛc.).

Bey c würde ich aber, um die längst der Krümmung abgesteckte gerade Linie cv auf dem Meßtische richtig zu erhalten, letzteren nicht durchs Zurückvisiren nach b einrichten, weil b durch die Magnetnadel bestimmt worden.

Sicherer würde ich ihn durch Hülfe anderer bereits festliegenden Objecte, z. E. m, zu dessen Bestimmung keine Magnetnadel gebraucht wurde, in die gehörige Lage bringen.

XIV. Nachdem man bis n gekommen ist, so wird die Lage der beyden Gränzlinien n 3 und

und 3 k anzugeben seyn. Diese ergiebt sich vermittelst des Punktes 3, den man entweder durch Hülfe der bereits festliegenden Punkte (XI.) nach §. 235. bestimmen, oder durchs Visiren längst n 3, und durch wirkliches Messen und Auftragen der Länge n 3 erhalten könnte. Letzteres würde ich vorziehen, weil sich hier auf n 3 ein Gränzpunkt 5 befindet, dessen Entfernung n 5 man zugleich auch messen und auftragen könnte.

XV. Nachdem bey 3 der Meßtisch nach n oder einem andern schicklichen Punkt, z. E. m, zurückgerichtet worden, so ziehet man auf ihm die Richtung 4 3 k, misset die Entfernungen von 3 nach 4 und von 3 nach 7, und bestimmt dadurch die Gränzlinien von 4 nach k, von 1 nach 4, von n nach 3, und es ist nun nichts mehr übrig, als noch die Krümmung zwischen h und k zu entwerfen.

In die gemessenen Wiesenstücke A, B, C setzt man Zahlen oder Buchstaben, und bemerkt in dem Manuale neben diesen Zahlen die Eigenthümer dieser Stücke, und da die auf den Linien n 3, 3 k bemerkten Punkte 5, 7, Gränzpunkte solcher Stücke D, E, die man erst auf dem folgenden Ueberzuge des Meßtisches erhält, bezeichnen, so kann man deren Bedeutung auch einstweilen dabey schreiben, wenn es, Verwirrung zu vermeiden, nöthig scheinen sollte.

XVI.

XVI. Nun würde ein Ueberzug des Meßtisches, oder eine Platte, vollgearbeitet seyn. Auf ihr befänden sich die drey an einander hängenden Stücke A, B, C, ohngefähr wie Fig. II. Nro 1.

Man überziehe den Meßtisch von neuem, und schreite zur Aufnahme der folgenden drey Stücke D, E, F.

Um sowohl die Messung da fortsetzen zu können, wo man auf der ersten Platte aufgehört hatte, als auch die folgenden Stücke D, E, F, mit den erstern A, B, C, in eine richtige Verbindung zu bringen, so fasse man die Weite zwischen ein paar Punkten, z. E. n und k, die man auf der erstern Platte schon hat, und die nahe genug an den Seiten liegen, wo man die Messung fortsetzen will, und trage solche auf den frisch überzogenen Meßtisch Nr. 2. an eine schickliche Stelle von *x* nach *v*, bringe alsdann den Meßtisch Nr. 2. über n oder k (Fig. I.), und richte *v x* längst n k oder k n zurück, je nachdem man von n oder von k an, längst des Umfanges der drey Stücke D, E, F, zu arbeiten anfangen will, und schreite nun zur Aufnahme derselben, wobey man denn, nach Verhältniß der Umstände, wie vorhin zu verfahren hat.

Zum Behufe der Arbeit wird es gut seyn, etwa aus der Standlinie n k sogleich einige Ob-

jecte

jecte e, f, als neue Richtpunkte festzulegen, denn die erstern, als c, m, u. dgl., werden nun nicht mehr gebraucht werden können, sie müßten denn etwa so nahe an der Verbindungslinie n k liegen, daß man sie auch auf den frischen Ueberzug des Meßtisches bringen könnte, und doch noch für die drey Stücke D, E, F, Raum genug übrig behielte.

Hat man nun endlich D, E, F vermessen (wobey man denn immer erst den ganzen äusern Umfang bestimmt, ehe man die innern Scheidungslinien, z. E. von 7 nach 6 u. s. w. entwirft), so wird das Wiesenstück DEF, an das erstere ABC, vermittelst der angenommenen Verbindungslinie n k, gehörig angehängt, und so ist die ganze Wiesenflur vermessen.

XVII. Gienge durch diese Flur ein Fußsteig, ein Wassergraben, oder so etwas, wie die punktirte Linie ausweiset, so wird es, im Fall diese Dinge nicht besondere Gränzen abgeben, zureichend seyn, nur deren beträchtlichste Krümmungen zu entwerfen, wobey man denn vieles nach dem Augenmaaße oder durch bloßes Abschreiten der Abscissen und Ordinaten, in Rücksicht einer zu deren Bestimmung gezogenen Abscissenlinie, verzeichnen mag. Vorzüglich bemerke man die Punkte, z. E. 2, 8, 9, wo der Fußsteig in wirkliche Gränzlinien einschneidet.

Wo man solchergestalt hin und wieder sich der Schritte bedient, da wird es bequem seyn, auf dem Meßtische zwey Maaßstäbe zu haben, einen, um die Ruthen selbst, und dann einen andern, die gefundenen Schritte in gehörigem Ruthenmaaße darzustellen.

Hierbey muß man nun wissen, wie viel Schritte z. E. auf 5 Ruthen gehen. Gesetzt 30 Schritte betrügen 5 Ruthen.

Man theile also 5 Ruthen des verjüngten Maaßstabes in 30 gleiche Theile, so hat man die einzelnen Schritte.

Ueber die Eigenschaften der Verbindungslinien, das Auftragen und Zusammenhängen der einzelnen Platten.

§. 246. Damit verschiedene Entwürfe, die man nach und nach auf einzelnen Ueberzügen des Meßtisches bekömmt, ihre erforderliche Genauigkeit erhalten, und auch nachher in eine richtige Verbindung gebracht werden können, so sind dabey einige Vorsichten zu beobachten.

I. Müssen zu Verbindungspunkten, dergleichen k, n im vorhergehenden §. waren, immer solche gewählt werden, die auf dem Felde mit vorzüglicher Genauigkeit und Schärfe bestimmt worden sind.

Es

Es würde nicht rathsam seyn, solche dazu zu nehmen, zu deren Bestimmung man sich etwa der Magnetnadel bedient hätte.

Am sichersten ist es, wenn k, n unmittelbar aus der Standlinie a h, oder einer andern schicklichen festgelegt sind.

Solche Punkte, durch Hülfe deren eine Messung fortgesetzt, und demnächst eine Platte mit der nächst vorhergehenden verknüpft wird, trage man von der zuletzt vollgezeichneten Platte auf den frisch überzogenen Meßtisch an einen schicklichen Ort (z. E. k n von der ersten Platte Fig. II. Nro. 1. an die Stelle *x y* der zweyten Nro. 2.), oder man lege auch die vollgearbeitete Platte Nro. 1. auf den neuen Ueberzug des Meßtisches Nro. 2., und steche die Punkte k, n vermittelst einer Kopiernadel durch; so kann man alsdann von *x y* = k n die Messung auf der zweyten Platte anfangen und fortsetzen, so wie auch hernach, vermittelst dieser durchgestochenen Punkte, beyde Entwürfe Nro. 1. und 2. richtig an einander gehängt werden können.

II. Müssen die gebrauchten Verbindungslinien, wie k n (Fig. I.), eine schickliche Lage gegen diejenigen Linien haben, längst denen man auf der zweyten Platte zu arbeiten anfängt, d. h. k n muß mit ihnen nicht zu stumpfe oder spitzige Winkel machen.

Gesetzt,

Gesetzt, man wollte die Messung der drey Stücke D, E, F, von k längst ky anfangen, so würde es besser und schicklicher seyn, den Meßtisch bey k längst einer Verbindungslinie wie kn, als z. E. längst hk, zurück zu richten, oder k, h zu Verbindungspunkten anzunehmen. Denn 1) liegen hier k, n im gemeinschaftlichen Umfange der zu vermessenden Stücke khaibcn; n3kyxn, welches Bequemlichkeiten am Schlusse der Figur hat, und schicklicher den Ort auszuwählen verstattet, wo man kn von der ersten Platte auf den frisch überzogenen Meßtisch hinzutragen hat, damit nichts von dem Stücke n3kyxn beym Fortgange der Messung ausserhalb des Tisches falle. 2) Hat kh wegen des gar zu stumpfen Winkels hky keine schickliche Lage gegen ky, längst der man die Arbeit auf der folgenden Platte anfängt, und es mögte daher auch von kh keine recht bequeme und genaue Verbindung beyder Entwürfe khaibcn, n3kyxn, zu erwarten seyn.

III. Müssen die Verbindungslinien so lang als möglich seyn, oder wenigstens muß man durch die abgetragenen Verbindungspunkte x, y (I.), über den ganzen Meßtisch eine gerade Linie ziehen, um hernach beym Einrichten desselben eine gute und lange Anlage des Diopterlineals zu erhalten.

Man thut am besten, wenn man auf dem frischen Ueberzuge des Meßtisches erstlich eine gerade Linie $\alpha\beta$ ziehet, und darauf xy = **kn** abträgt.

IV. Wenn ein Meßtisch vollgearbeitet ist, so halte ich es immer für das beste, den Ueberzug ganz herunter zu nehmen, und einen frischen Bogen aufzuspannen.

V. Penther (Praktische Geometrie §. 471.) verfährt anders: Verschiedene schon an einander geleimte Bogen werden über einander gelegt, und durch Schraubstöckgen auf den Meßtisch befestigt. Ist nun ein Bogen vollgearbeitet, so wird er umgebogen, damit der zunächst daran geleimte, oben auf den Meßtisch zu liegen komme. — Alles wird alsdann wieder durch die Schraubstöckgen angezogen. Auf diesem zweiten Bogen wird nun die Messung fortgesetzt, wobey aber zu merken ist, daß der erste vollgearbeitete Bogen nicht ganz untergeschlagen, sondern der Bug so getroffen werden muß, daß von der ersten Arbeit noch etwas sichtbar bleibe, wovon man wieder anfangen, und die Messung fortsetzen kann.

VI. Gegen dieses Verfahren ist aber manches zu erinnern: 1) Liegt schon das Papier nicht fest auf, weil man es nur durch Schraubstöckgen anziehet und befestiget, und wird daher

durch

durch die geringste feuchte Luft ausgedehnt und schlaff gemacht. 2) Verunziert das mannichfaltige Umbiegen die einzelnen Entwürfe, und schadet ihrer Richtigkeit. 3) Ist das Aneinanderleimen mehrerer Bogen aus der Ursache überflüssig, weil man doch gewöhnlich die einzelnen Entwürfe zu Hause wieder ins Reine bringen muß.

VII. Eine Ersparung der Zeit scheint das freylich zu seyn, daß man nicht, wie beym gewöhnlichen Ueberziehen des Meßtisches, nöthig hat, auf das Abtrocknen des angefeuchteten Papieres zu warten. Allein dem wäre leicht abgeholfen, wenn man zwei überzogene Reisbretter, als Meßtische, mit sich führte, damit, wenn das erste vollgearbeitet wäre, man sogleich das zweite auf das Stativ setzen, und darauf die Messung fortsetzen könnte, während dessen alsdann von einem Gehülfen wieder das erste Reisbrett überzogen würde u. s. w. Sind die Reisbretter mit keinen Rahmen versehen, in die man das Papier spannet, so muß man einen guten Mundleim mit sich führen, womit man es an den Rand derselben kleben kann.

Anmerk. Man hat auch Meßtische, worauf das Papier weder innerhalb eines Rahmens gespannt, noch aufgeleimt, sondern blos zwischen zwey Walzen gespannt wird, welche

an zwey gegen einander überstehenden Seiten des Meßtisches dergestalt angebracht sind, daß sie sich vermittelst Kurbeln um ihre Axen drehen, und erforderlichen Falles, vermittelst Sperräder und Sperrklinken, auch wieder feststellen lassen. Dreht man eine von den Kurbeln, so wickelt sich von der einen Walze frisches Papier ab, indem das vollgearbeitete sich um den Umfang der andern wickelt, und so kann man demnach die Arbeit auf dem Meßtische fortsetzen, ohne nöthig zu haben, Reisbretter zu wechseln, auf dem Felde Papier aufzuleimen u. dgl. — Wenn dieses Aufrollen des Papieres der Richtigkeit der Messung nicht schadete, so wäre dies Verfahren auf dem Felde allerdings zu empfehlen. Indessen kann es doch mit Nutzen gebraucht werden in Fällen, wobey es auf die größte Genauigkeit nicht ankömmt, z. E. bey militärischen Vermessungen, bey der Aufnahme von Marschrouten u. dgl., wie auch Hr. Prof. Meinert (Anfangsgründe der Feldmeßkunst, Halle 1794.) erinnert. Wenn ich nicht irre, so habe ich einen solchen Meßtisch auf der Altdorfischen Sternwarte gesehen.

VIII. Wenn alle einzelne Entwürfe oder Platten zu Hause aufgetragen, ins Reine gebracht, und mit einander verbunden werden sollen, so kann es geschehen, daß der größte Regalbogen sie nicht alle fassen würde. — In diesem

sem Falle muß man mehrere Bogen vorher auf Leinewand leimen, wobey denn Penther auf folgende Art verfährt:

Man lasse ein recht glatt gehobeltes Brett von Linden= oder andern weichen Holze mit Leisten einfassen, damit es sich nicht werfe, und von einer solchen Größe verfertigen, daß alle einzelne Platten, gehörig aneinander gefügt, nicht nur vollkommen Raum darauf haben, sondern das Brett selbst noch wenigstens einen halben Schuh an allen 4 Seiten über sie hinaus reiche. Dieses Brett überziehe man mit dichter Leinewand, die ohne Knoten ist, und in Ermangelung zureichender Größe, aus mehreren Stücken zart zusammengenähet seyn muß. Man bedienet sich blos eines gewöhnlichen Buchbinderkleisters, womit man den Rand der Leinewand ohngefähr ein paar Zoll breit bestreichet, und sie auf das Brett klebet, indem man sie dabey so viel als möglich anziehet. So bald der Kleister trocken geworden ist, beschneide man einige Bogen des größten holländischen Papiers an ihrem Rande, bekleistere sie ganz auf der einen Seite, und lege sie mit dieser Seite auf die gleichfalls mit Kleister überzogene Leinwand, so, daß jedes Blatt Papier das neben daran liegende ohngefähr eines Strohhalms breit bedecke, ziehe hierauf das Papier allerwärts aus einander, so viel sich thun läßt, drücke

drücke es mit einem zarten Tuche an, und vertreibe die runzlichen Stellen durch gelindes Reiben auf einem andern trockenen darauf gelegten Papiere, bis der Ueberzug vollkommen trocken ist. Glätte ihn endlich mit einem Falzbeine, dergleichen die Buchbinder haben, so wird er wie ein sauberes Pergament aussehen, und zum Auftragen der einzelnen Entwürfe zubereitet seyn. Am besten wird man dergleichen Arbeit von einem Buchbinder bewerkstelligen lassen.

IX. Das Auftragen und Zusammenhängen der einzelnen Platten, auf dieser mit Papier überzogenen Leinewand, geschiehet nun am kürzesten und besten auf folgende Art.

Erstlich lege man die erste Platte Nro. 1. Fig. II. auf die überzogene Leinwand, steche die merkwürdigsten Punkte des Entwurfs mit einer feinen Kopiernadel durch, und zeichne ihn hierauf mit Bleystift ins Reine. An diesen durchgestochenen Entwurf lege man die zweyte daran zu liegen kommende Platte Nro. 2. dergestalt, daß die Verbindungslinien oder Punkte, z. E. v, x, wodurch beyde Entwürfe, ihrer Lage auf dem Felde gemäß, an einander gefügt werden sollen, gerade über dieselben Punkte n, k, des bereits durchgestochenen erstern Entwurfs zu liegen kommen, schlage durch die über einander geleg-

gelegten Punkts y, n; x, k, wie auch durch einige andere, zarte Stecknadeln ein, damit die abzukopirende zweyte Platte, neben der bereits ins Reine gebrachten erstern, in unverrückter Lage und möglichst straff erhalten werde, steche nun, vermittelst der Kopiernadel, abermals die merkwürdigsten Punkte der zweyten Platte durch, und hänge sie wieder sowohl unter sich, als auch mit der Zeichnung der ersten Platte durch Bleystiftlinien bis zu weiterer Bearbeitung zusammen.

X. Während des Durchstechens selbst muß man die etwanigen kleinen Beulen auf dem abzukopirenden Blatte, durch einen gelinden Druck oder Zug eben machen, und hernach beym Zusammenziehen der durchgestochenen Punkte immer auf das Original selbst sein Augenmerk richten, damit die vielen Punkte keine Irrung verursachen, und indem man etwa einen für den andern hielte, unrichtig zusammengehängt werden. Durch einige Uebung wird man es hierinn bald zu einer Fertigkeit bringen.

Sollten einige Punkte vergessen worden seyn, so muß man sie vermittelst Durchschnitte zweyer Kreisbogen aus bereits durchgestochenen Punkten bestimmen.

XI. Manche Feldmesser verfahren, um Messungen fortzusetzen, und nachher an einander zu hängen, auf eine etwas andere Art, als bisher gezeigt worden. Anstatt nemlich einige Punkte von einem bereits vollgearbeiteten Meßtische auf den nächst folgenden zu tragen, um von da die Messung wieder anfangen zu können (§. 245. XVI.), ziehen sie von einigen Standpunkten der erstern Platte sogleich Visirlinien auch nach solchen Punkten, die man erst auf dem zweyten Ueberzuge des Meßtisches bekommen würde, und verlängern sie, um nachher eine bessere Anlage des Lineals zu erhalten, über den ganzen Meßtisch. — Weil sich aber diese Visirlinien auf dem ersten Ueberzuge des Meßtisches nicht schneiden, und die entsprechenden Punkte bestimmen würden, so leimet man, nachdem die erste Platte vollgearbeitet und von dem Meßtische herunter genommen worden ist, ein Blatt Papier von der Größe des Meßtisches daran, verlängert hierauf die erwähnten Visirlinien, bis sie sich auf dem angeleimten Papiere durchschneiden, und bedienet sich der dadurch festgelegten Punkte zur Fortsetzung der Messung und zur Verbindung der zweyten Platte mit der ersten. — Man steche nemlich die auf dem angeleimten Papiere erhaltenen Durchschnittspunkte zusammengehöriger Visirlinien auf den neuen Ueberzug des Meßtisches durch, und fange nun von diesen Punk-

Punkten die Messung wieder an. Wenn der Meßtisch abermals vollgearbeitet ist, so nimmt man die Zeichnung herunter, legt sie wieder auf das erwähnte Blatt Papier, daß die vorhin durchgestochenen Punkte als Verbindungspunkte wieder über einander zu liegen kommen, und kopieret nun, vermittelst einer Nadel, das, was man auf dem zweyten Ueberzuge des Meßtisches erhalten hatte, durch, so sind nun beyde Platten in richtiger Verbindung neben einander, und auf eine ähnliche Art wird mit den folgenden verfahren.

Einige Feldmesser bedienen sich noch anderer Methoden, die Messungen mit einander zu verbinden, wie man umständlicher in Hrn. Hogrewe Landesvermess. IX. Abschn. nachlesen kann.

Ich muß aber gestehen, daß ich es immer für rathsamer halte, zu Verbindungspunkten einer folgenden Platte mit der vorhergehenden, Punkte zu wählen, die sich schon unmittelbar auf der vorhergehenden ergeben haben, als solche, die man erst auf dem Papiere erhält, das man an die vorhergehende Platte geklebt hatte. Letzteres scheinet mir Unbequemlichkeiten zu haben, und mehrere Irrthümer zu veranlassen.

XII.

XII. Das Kopieren übrigens mit einer zarten Nadel zu bewerkstelligen, ist ohnstreitig die beste Art, die sich gedenken läßt. Wollte man z. E. eine Platte durch Dreyecke abkopieren, so wäre dieses nicht nur äusserst mühsam und langweilig, sondern die dabey zu ziehenden Kreisbogen würden auch den Ris verunzieren, und gewiß gröbere Fehler veranlassen, als solche, die man beym Gebrauche der Kopiernadel etwa daher befürchten mögte, daß das obere Blatt Papier über dem untern nicht recht genau und scharf angezogen läge, oder man die Kopiernadel nicht recht senkrecht einsetze u. dgl.; Mit einem dreyspitzigen Stangen- oder andern Zirkel würde das Kopieren noch etwas geschwinder, als durch Beschreibung von Kreisbögen u. dgl. geschehen. Aber bey gehöriger Vorsicht verdient denn doch die Kopiernadel den Vorzug. Eine etwanige Verrückung der abzukopirenden Platte ist nur dann zu befürchten, wenn sie nicht an mehreren schicklichen Oertern mit senkrecht eingeschlagenen Stecknadeln befestigt worden ist.

Daß man zu diesen und andern Arbeiten der practischen Geometrie mit einem hinlänglich großen und bequemen Arbeitstische versehen seyn müsse, bedarf kaum einer Erinnerung.

XIII. Die Platten selbst verwahrt und trägt man auf dem Felde am besten in einer sogenannten Portefeuille. — Das Aufrollen derselben ist ihrem nachherigen Kopieren nachtheilig.

Von Vermessung der Felder und Aecker.

§. 247. I. Hiebey kann man in der Hauptsache so verfahren, wie vorhin bey Wiesenstücken umständlich gezeigt worden. Nur muß ich in Absicht des Ganges, den man bey der Messung zu befolgen hat, noch einige Erinnerungen beyfügen.

II. Gewöhnlich stossen alle Aecker unmittelbar an Fuhrwege, welches denn Hauptstrassen, oder gemeine Feldwege seyn können. Die einzelnen Felder selbst sind ferner durch Raine, Scheidewege u. dgl. von einander abgesondert. — Mehrere einzelne Felder, die ohngefähr nach einerley Richtung liegen, wie z. E. die innerhalb des Raumes A (Fig. III.), machen eine sogenannte Verainung. Um nun eine ganze Flur von Aeckern richtig zu vermessen, und alle Verwirrungen zu vermeiden, die die vielen Scheidungen und Gränzlinien einzelner Aecker gar zu leicht veranlassen, so verfährt man am besten folgendermaaßen.

III. Man gedenke sich die Art, wie die erwähnten Feldwege, z. E. gcba, ahf, gef u. dgl., in einander laufen, und mehrere derselben immer einen gewissen Theil der Flur einfassen. Innerhalb eines solchen Theiles liegen eine oder mehrere Verainungen A, B, C, D, und jede Verainung ist wieder durch Scheidungslinien in einzelne Aecker getheilt.

IV. Da ist es nun, wenn es angehet, immer sehr bequem, eine ganze Flur nach solchen Theilen zu vermessen, die sich unmittelbar auf dem Felde durch den Zusammenlauf der verschiedenen Feldwege, oder anderer kennbarer Gränzen, z. E. dgbafed, defkild u. dgl., bilden.

V. Entweder gehet nun ein solches gleichsam durch natürliche Gränzen eingefaßtes Stück der ganzen Flur, wie dgbafed, ganz auf den Meßtisch, oder nicht. Beydes läßt sich ohngefähr nach dem Augenmaaße oder nach (§. 245. IX.) beurtheilen. Gesetzt, der Theil dgbafd der Flur gehe ganz auf den Meßtisch.

In diesem Falle umgehe man die ganze Figur dgbafed, und bringe erst ihren Umfang zu Papiere, ehe man die in sie fallenden einzelnen Aecker hinein zeichnet.

Wäh-

Während dieser Arbeit kann man durch Abscissen und Ordinaten zugleich anmerken, wo theils die Gränzlinien ganzer Verainungen, theils auch die einzelnen Scheidungslinien der Aecker, z. E. bey o, 1, 2, 3 u. s. w., in den Umfang d g b a f e d eintreffen.

Auch den in die Figur hineinlaufenden Weg e g würde man hier erst zu verzeichnen haben, ehe man an die einzelnen Aecker schreitet, weil an e g Gränzlinien einzelner Felder anstossen. Längst e g könnte man zugleich die Punkte O. I. II. III. u. s. w. auf dem Meßtische bemerken, wo diese Scheidungslinien an e g anstossen.

Nachdem nun der ganze Umfang d g b a f e d entworfen, und alle Scheidungspunkte der einzelnen Verainungen und Aecker darauf bemerket worden sind, so sucht man die Punkte innerhalb der Figur zu bestimmen, wo mehrere einzelne Verainungen an einander stossen. Hier ist z. E. y ein solcher Punkt. Die Bestimmung seiner Lage ist nothwendig, um die Verainungsgränzen, z. E. h y, ziehen zu können.

VI. Ehe man nun alle einzelnen Aecker zeichnet, so müssen vorher die Verainungen richtig bestimmt seyn. Sind deren Gränzen lauter gerade Linien, so ist die meiste Arbeit geschehen, wenn ausser den Punkten, wie y innerhalb der Figur, auch die Punkte, wie o,

z, O, III, h, wo die Verainungslinien in den Umfang der Figur eintreffen, richtig angegeben worden sind. Man darf alsdenn nur zusammengehörige Punkte, wie z und III; o, O; h, y, durch gerade Linien zusammenhängen, um die Verainungen A, B, C, D, selbst zu erhalten.

Natürlich wird man, da man längst des Umfangs arbeitete, auf dem Risse bey o, z O, III angemerkt haben, daß daselbst Verainungsgränzen von A anstossen, so daß es demnächst keine Schwierigkeit haben wird, auf dem Meßtische zu wissen, welches zusammengehörige Punkte sind.

VII. Sind die Gränzen, wie z III, oder hy, nicht gerade, sondern, wie fast meistens der Fall ist, etwas gebogen, so muß man ihre Krümmung durch Abscissen und Ordinaten bestimmen. Man misset in gerader Linie von h nach y, und bemerkt, wo die Krümmungen zwischen h und y am meisten von der Kette abweichen. Dabey könnte man hier zugleich die Punkte bestimmen, wo die Scheidungslinien der Aecker innerhalb der Verainung C, an hy anstossen.

Wenn endlich alle Verainungen mit möglichster Genauigkeit gezeichnet worden, so schreitet man an die innerhalb ihnen befindlichen einzelnen Felder.

VIII.

VIII. Um diese richtig zu bestimmen, so setze ich zum voraus, daß man auf dem Meßtische, zwischen jedem Paare nächst auf einander folgender Gränzpunkte, z. E. zwischen o und 1, zwischen 1 und 2 u. s. w., einen Buchstaben gesetzt habe, der sich auf den Namen desjenigen beziehet, dem der dazwischen liegende Acker zugehöret; wenn eben so etwas zwischen O und I, zwischen I und II u. s. w. geschehen ist, so wird es demnächst leicht seyn, auf dem Meßtische die zusammengehörigen Punkte O, o; I, 1; II, u. s. w. aufzusuchen, und die dazwischen liegenden Scheidungslinien der einzelnen Felder vollends auszuziehen. Gesetzt, auf dem Meßtische fände man zwischen 1 und 2 den Buchstaben M, und eben so zwischen I und II, so siehet man leicht, daß zwischen den Scheidungslinien 1 I, 2 II der Acker liegen werde, dessen Besitzer M ist. Und so können in einer jeden Verainung, ohne die geringste Gefahr, sich zu verwirren, die einzelnen Felder ausgezeichnet werden.

IX. Begreiflich muß man während der ganzen Arbeit ein Manual mit sich führen, wo neben den der Kürze halber gebrauchten Buchstaben, wie M (VIII.) der ganze Tauf- und Zunahmen des Besitzers aufgeschrieben ist. Daß der Besitzer selbst, oder sonst ein in der Flur kundiger Mann, zugegen seyn müsse, welcher die

Gränz-

Gränzpunkte eines jeden Ackers genau angiebt, verstehet sich von selbst.

Sind die einzelnen Scheidungslinien der Aecker auch gebogen, so verfährt man wie in (VII.).

X. Wenn man auf solche Art erst die Hauptfigur dgbfd, dann die in sie fallenden besondern Verainungen A, B, C, D, und endlich die innerhalb jeder Verainung liegenden Felder entwirft, so hat die Vermessung der Aecker einen bestimmten und sichern Gang, der immer von größern Theilen auf kleinere fährt, und bey dem man nicht die geringste Gefahr leidet, durch die Menge der Scheidungslinien irre zu werden.

XI. Wollte man die Sache umkehren, und nach der Ordnung erst jeden einzelnen Acker verzeichnen, aus diesen dann die Verainungen und daraus endlich ein beträchtliches Stück dgbfd einer Flur zusammen setzen, so würde dieses nicht allein eine weitläuftige Flickerey seyn, die zu unzähligen Verwirrungen Gelegenheit gäbe, sondern die Richtigkeit selbst würde darunter leiden, weil die Fehler, die bey jedem einzelnen Stücke begangen würden, sich bey deren Zusammensetzung so häufen könnten, daß die ganze Figur dgbfd auf dem Meßtische von der auf dem Felde sehr merklich abweichen

würde,

würde, so wie eine gerade Linie, deren Länge gegeben ist, nie vollkommen diese Länge erhält, wenn man sie theilweise messen und auftragen, oder aus mehreren kleinen Stücken zusammen setzen wollte.

XII. Wie bey dem Stücke dgbfg bisher verfahren worden, so kann es bey einem jedem andern, wie defkild, dessen Gränzen gleichfalls, wie bey dem erstern, beschaffen sind, (v), auch geschehen, und beyde können alsdann durch geschickte Verbindungslinien an einander gehängt werden. Und so kann man nach und nach eine beträchtliche Flur von Feldern aus solchen Stücken, wie wir sie bisher angenommen haben, zusammensetzen.

XIII. Zur Erläuterung finde ich aber nöthig, noch folgendes beyzubringen:

Ob man zwar gleich bey der Vermessung des ersten Stücks dgbafed schon einen Theil, z. E. def, von dem Umfange des daran gränzenden Stücks defkild mit auf der ersten Platte bekommen hat, und es also nicht erforderlich ist, den Theil def von dem Umfange des zunächst folgenden Stückes defkid auch noch einmal zu vermessen, sondern man nur gleich bey d oder f, längst dl oder ki, zu arbeiten anfangen kann, so wird es doch, weil hier längst de Ackergränzen bey v, w, x u. s. w.

anstossen, erforderlich seyn, die den beyden Stücken dgbfd, defkid gemeinschaftliche Gränze def, nebst den darauf bemerkten Punkten v, w, x, u. s. w. von der ersten Platte, auch wieder mit auf die zweyte zu kopieren, damit, wenn man nachher auf der zweyten Platte längst lni die Punkte q, t, r. l. u. s. w. entworfen hat, die völligen Ackergränzen vr, wt, qx u. s. w. ausgezogen werden können. Es ist also, um längst der gemeinschaftlichen Gränze def zweyer Stücke dgbfd, defkid, nicht zweymal arbeiten zu dürfen, nöthig, nicht nur die zum ersten Stück gehörigen Ackergränzen, z. E. α, β ꝛc., darauf anzumerken, sondern auch diejenigen, wie v, w, x u. s. w., welche zum folgenden Stücke gehören, zugleich mit anzugeben, welche denn allemal, ausser den Hauptverbindungspunken beyder Platten, von der ersten Platte auch mit auf die zweyte durchgestochen werden.

Eben so etwas ist auch bey Vermessung der Wiesenstücke im vorhergehenden §. zu bewerkstelligen.

XIV. Es wird nicht leicht eine Flur, die einem Dorfe oder einer Stadt zugehört, vorkommen, die sich nicht in Stücke von der bisherigen Beschaffenheit (III. IV.) zertheilen ließe. — Denn Wege, oder andere kennbare natürliche Gränzen laufen immer genug durch

eine

eine Flur, wodurch sie von selbst in solche Stücke zerfällt, innerhalb deren eine beträchtliche Menge von einzelnen Aeckern enthalten ist, die man solchergestalt bequem entwerfen kann. Da nun auch bey Vermessung ganzer Fluren eine Ruthe des verjüngten Maaßstabes selten größer, als den 8ten Theil eines Zolles genommen wird, so werden nicht leicht solche Stücke, wie d g h f d, vorkommen, die nicht zulänglich auf den Raum des Meßtisches passeten.

Wenn auch ein solches Stück nicht ganz darauf gienge, so wird man doch wenigstens einzelne Verainungen desselben darauf bringen können. Nur muß man ohne Noth nicht bey einzelnen Aeckern abbrechen, weil sonst leicht Verwirrung entstehet, wenn mehrere solche Platten an einander zu hängen sind.

Begreiflich wird ein Feldmesser immer die Stücke, die von natürlichen Gränzen umschlossen sind, so groß nehmen, als es die Umstände und der Raum des Meßtisches verstatten, gienge daher z. E. defkild ganz auf den Meßtisch, so würde es unnöthig seyn, solches nach den beyden Theilen, in die es der Weg mn zerlegte, zu vermessen, oder das Stück defkild auf zwey Platten zu bringen.

XV. Gemeiniglich sind solche Stücke, wie dcafed, die sich auf dem Felde durch natürliche

liche Gränzen, und vorzüglich durch den Zusammenlauf der Strassen und Feldwege bilden, immer schon so beträchtlich, daß mehrere derselben unmittelbar an einander gehängt werden können, ohne befürchten zu dürfen, daß eine Flur, die man nach solchen Stücken theilweise vermäße, und nach (§. 246.) zusammensetzte, sehr unrichtig ausfiele. Indessen wollte ich aber doch nicht rathen, in dem Falle, da viele solche Stücke in Verbindung zu bringen wären, die Verknüpfungslinien so anzunehmen, daß die Fehler, die bey einem Stücke begangen würden, sich auf das nächstfolgende fortpflanzen könnten. — Letzteres wird immer unvermeidlich seyn, wenn man eine Linie, die sich auf einer gewissen vollgearbeiteten Platte befindet, wieder auf die nächstfolgende trägt, und von ihr die Messung fortsetzt, wie es (§. 246.) vorgeschrieben ist. Bestehet eine Flur nicht aus vielen Platten, so mag es immer auf diese Art bewerkstelliget werden. — Da aber oft eine Flur aus 20 und mehreren Platten zusammengesetzt werden muß, da es ferner auch nicht einmal immer die Umstände erlauben, eine Platte da wieder anzufangen, wo die nächst vorhergehende aufgehört hat, und man folglich bey einer Messung nicht immer einen beständigen Faden verfolgen kann, so muß man auf Hülfsmittel bedacht seyn, nicht nur solche Fälle bewerkstelligen zu können, sondern

auch

auch die Fehler, die aus dem Zusammenhängen vieler Platten zu befürchten wären, möglichst zu vermindern. Hievon werde ich aber in der Folge erst umständlicher handeln. Bisher habe ich nur gezeigt, wie man einzelne Stücke einer Flur, z. E. Wiesen- und Ackerstücke, die nicht so groß sind, daß sie viele Platten erforderten, entwerfen, und mit einander verknüpfen könne.

XVI. Hr. Helfenzriedek im X. Kapitel seiner Geodäsie thut den Vorschlag, man solle die zu vermessende Flur durch abgesteckte Parallel-linien in mehrere Parallelogramme zerlegen, und das, was in jedes Parallelogramm von Aeckern, Wiesen u. dgl. fällt, zu Papiere bringen. Allein bey Vermessungen der Aecker und Felder, wo so viele Gränzen und Scheidungslinien vorkommen, halte ich es immer für besser, die Flur theilweise nach solchen Stücken zu entwerfen, deren Umrisse schon auf dem Felde vorhanden und von der Natur gleichsam selbst vorgezeichnet sind. Die künstliche Zerlegung in Parallelogramme ist nicht allein wegen der hiebey vorzunehmenden geschickten Anordnung, Wahl und Absteckung der Parallel-linien mühsam, sondern erfordert auch viel Aufmerksamkeit, zumahl wo viele Durchschnitte der Seiten dieser Parallelogrammen mit den Scheidungslinien der Aecker vorkommen, die doch auch angemerkt werden müssen.

Den

Den einzigen Vortheil gewähren solche auf dem Felde abgesteckte Parallel-Linien, daß man nicht nöthig hat, einen zusammenhängenden Faden der Vermessung zu befolgen, sondern bald dieses, bald jenes Parallelogramm, mit den darinn zu liegen kommenden Aeckern, entwerfen, und dennoch alles in eine richtige Verbindung bringen kann. Allein eben den Vortheil leisten auch andere Linien, ja oft nur eine einzige Hauptlinie, welche man durch die Feldmark zieht, sie brauchen einander nicht gerade parallel zu seyn, wenn sie nur sonst genau bestimmt worden sind. Ja es ist zur richtigen Verbindung mehrerer Stücke fast nöthig, die Vermessung derselben auf solche Hauptlinien zu gründen. Ich werde aber in der Folge erst das weitere davon beybringen. Hier ist nur die Rede von einzeln nicht zu großen Stücken einer Feldmark, die man ohne großen Fehler unmittelbar nach einander vermessen und zusammenhängen kann.

Anmerkung.

§. 248. Bey Vermessungen der Aecker und Felder muß man übrigens nicht vergessen, die Breiten der einzelnen Raine, wodurch die Aecker an manchen Orten von einander getrennt sind, wie auch die Breiten der durch die Flur laufenden Wege, Gränzen, Bäche,

Grä-

Gräben u. dgl. anzumerken, und ihre Gestalt, so gut es geschehen kann, zu verzeichnen. Oft sind die Raine so beträchtlich, daß mehrere Wagen neben einander fahren können, welches ein Misbrauch ist, dem man wohl abhelfen könnte, und der oft zu einer unerlaubten Erweiterung der daran stossenden Ackergränzen Anlaß giebt.

Aecker, die längst einer Anhöhe liegen, machen in der bisherigen Auflösung keine Schwierigkeit, wenn man nur immer den Meßtisch gehörig horizontal stellet, und die Meßkette horizontal ausspannet. Letzteres hat zwar Schürigkeiten, wenn der Abhang beträchtlich ist. In diesem Falle spanne man aber die Kette nur gerade auf den Boden aus, und vermindere die längst ihr genommenen einzelnen Abcissen, z. E. b 1, b 2, b 3 u. s. w. (Fig. III.), in dem Verhältniß, die die ganze Kettenlänge bc zum Horizontalabstande ihrer äussersten Punkte hat. Letzteren findet man etwa durch den nach dem Augenmaaße geschätzten Elevationswinkel der Anhöhe. Die Ordinaten lassen sich eher auf einer horizontal angespannten Schnur messen.

Vermessung der Wälder.

§. 249. I. Diese muß man meistens aus der Peripherie entwerfen, wobey man denn,

um

um die unmittelbare Messung mancher Umfangslinien zu ersparren, einige an mehreren Ecken des Umfangs zu sehende Richepunkte vorher bestimmen, und dann nach der Aufgabe des 229ten §es verfahren kann. Solche Richtpunkte lassen sich in dem Falle, da Wälder an Wiesen, Aecker, oder andere freye Aussichten stossen, ohne Schwierigkeit auswählen, und aus einer Standlinie festlegen.

II. Die in den Wald laufenden Wege müssen alsdann, nach geschehener Messung des Umfangs, noch besonders visirt und zu Papiere gebracht werden, wobey man schon während der Arbeit längst der Peripherie, die Punkte bemerket haben kann, wo Wege in den Wald hineinlaufen. An solchen Stellen (wenn sie nicht sonst schon durch Bäume u. dgl. hinlänglich bezeichnet sind) müssen Pfähle mit daran geschriebenen Nummern, die man auch auf dem Meßtische gehörig anmerkt, eingeschlagen werden, um sie desto leichter, nach geschehener Entwerfung des Umfangs, wieder zu finden, und von da die Messung in das Innere des Waldes anfangen zu können. Hiebey kann man sich oft mit Vortheil der Schritte bedienen. — Längst den Umfangslinien wird es selten nöthig seyn, Ordinaten zu messen, weil die Krümmungen und wahren Gränzen des Umfangs bey Wäldern meistens sehr unbestimmt sind.

III.

III. Uebrigens wird es Vortheile haben, wenn man die Grundlegung der Wälder zu einer Zeit vornehmen kann, da die Bäume ihres Laubes beraubt sind, und folglich das Visiren nicht so sehr unterbrechen. Auch ist es bey der Entwerfung, zumahl eines großen Waldes, vortheilhaft, verschiedene lange Linien durchzuhauen, und ihn dadurch in mehrere kleine Stücke zu zerlegen, die sich bequemer vermessen lassen. Solche Durchschläge oder Fluchten brauchen nicht breiter zu seyn, als zum Durchvisiren nöthig ist, und es versteht sich, daß sie als Hülfslinien mit auf den Meßtisch kommen müssen. Man kann längs ihnen Stäbe abstecken, die abgeschält, oder mit einem Strohwische versehen seyn müssen, um sie beym Visiren desto besser wahrnehmen zu können, und sie nicht mit Stämmchen von Bäumen zu verwechseln, welche Vorsicht überhaupt in Wäldern zu empfehlen ist.

Liegen im Innern eines Waldes einzelne Stücke, an welche man nicht anders, als durch viele Winkel und Umwege gelangen könnte, um sie auf den Meßtisch zu bringen, so dienen solche Durchschläge zu einer leichtern Verbindung solcher Stücke mit der übrigen Vermessung, indem man sie unmittelbar an diese Linien hängt, welche überhaupt den Vortheil verschaffen, daß man keinen zusammenhängenden

den Faden der Vermessung zu befolgen nöthig hat, und dennoch alles in die gehörige Verbindung bringen; so wie der ganzen Arbeit einen größern Grad der Genauigkeit verschaffen kann.

Zum Durchhauen solcher Linien werden Bauern angewiesen, die man sehr bald zu einem solchen Geschäfte unterrichtet. Nach welchen Richtungen sie zum Behufe der Vermessung am vortheilhaftesten durchzuhauen sind, ergiebt sich aus einer ohngefähren Kenntnis, die man sich von dem Innern des Waldes verschaffen muß, ehe man an die Arbeit schreitet, wozu denn Forstbediente und andere sachkundige Männer behülflich seyn können.

Gränzen, die in den Wald laufen, müssen ebenfalls durch Forstbediente angewiesen, und mit in den Riß eingetragen werden.

Sehr oft ziehen sich von dem Umfange eines Waldes lange schmale Thäler, Wiesengründe u. dgl. in den Wald hinein, welche nicht zu ihm gehören, oder der Wald hat lange hervorragende Spitzen, oder Vorsprünge, welche wegen der spitzigen Winkel die Entwerfung des Umfanges erschweren, und in dem Schlusse der Figur Irrungen hervorbringen würden. Da ist es denn rathsamer, dergleichen Buchten oder Zungen quer durch eine Linie vom Ganzen abzuschneiden, und sie nachher als ein besonderes

deres Stück zu vermessen und einzutragen, als sie sogleich in dem ordentlichen Laufe der Gränzen mit aufzunehmen, so wie man denn überhaupt suchen muß, längs dem Umfange eines Waldes so lange Linien, als möglich, abzustecken, um die Anzahl der Winkel auf dem Meßtische zu vermindern, und einen richtigern Schluß des Ganzen zu erhalten. Es ist immer besser, längere Ordinaten zu messen, als den Meßtisch gar zu oft stellen zu müssen. Die Ordinaten selbst lassen sich in den meisten Fällen hinlänglich genau durchs Abschreiten finden. Auch braucht man sie nicht allemahl senkrecht auf die Abscissenlinie zu nehmen. Wenn man z. E. (Fig. III. *) bey dem Standorte B des Meßtisches, nach den Punkten c, b, a des Umfanges die Richtungen Bc, Bb, Ba visirt hätte, so dürfte man nur die Entfernungen Bc, Bb, Ba abschreiten und auftragen, und die Lagen der Punkte a, b, c würden auf dem Risse vollkommen bestimmt seyn.

IV. Anmerkung. Es eräugnet sich, sowohl bey der Entwerfung eines Waldes, als auch bey andern Messungen, unterweilen der Fall, daß man, wegen der Unzugänglichkeit des Platzes, ziemlich weit von dem Umfange desselben Stände annehmen muß, wie wenn z. E. a b c d ꝛc. ꝛc. (Fig. III. *) eine solche unzugängliche Gränze eines zu vermessenden Platzes

wäre,

wäre, für den man sich genöthigt sähe, Standpunkte A, B, C, D rc. ziemlich entfernt von dem Umfange a b c d e anzunehmen.

In diesem Falle könnte man zwar versuchen, nach (§. 231.) die Punkte a, b, c, d aus den angenommenen Ständen A, B rc. rc. festzulegen. — Weil aber, besonders beym Gebrauche des Meßtisches, die abgesteckte Reihe von Standlinien A B C D rc. rc. zugleich auch mit auf den Meßtisch kommen muß, wenn man die richtige Figur des Umfanges a b c d e durch Intersectionen aus den Standpunkten bestimmen will, und hierzu oft der Raum des Meßtisches nicht zureichen mögte, so ist man genöthigt, das Astrolabium zu Hülfe zu nehmen, und den Austrag zu Hause vorzunehmen.

Um aber dabey zugleich das Messen aller Standlinien BC, CD u. s. w. zu ersparen, welches immer, nach Verhältnis der Umstände, schwierig und mühsam seyn könnte, so gedenke man sich die Reihe von Standlinien durch an einander hängende Dreyecke, wie ABC, BCD rc. rc. verknüpft. Es wird leicht seyn, die Standpunkte so zu wählen, daß die erwähnten Dreyecke weder zu spitzige, noch zu stumpfe Winkel bekommen.

AB sey nun eine unmittelbar gemessene Standlinie.

In

In einem jeden Dreyecke messe man alle Winkel, und leite daraus trigonometrisch die Entfernungen BC, CD u. s. w. her.

Nemlich in dem Dreyecke ABC findet man aus AB, und den Winkeln an ihr, die Weite BC, und so aus BC ferner in dem Dreyecke BCD die Entfernung CD u. s. w.

Auch lassen sich AC, BD berechnen, und so hat man alle Seiten der Dreyecke, wodurch man sie zu Hause auftragen, und die Lage der Standlinien AB, BC rc. rc. gehörigetmaßen entwerfen kann.

Hat man übrigens auch die Winkel gemessen, welche die einer jeden Standlinie, z. E. AB, gegenüber liegende Winkelpunkte a, b, c an ihr machen, so läßt sich daraus, nach (§. 183.), die richtige Lage der erwähnten Punkte, gegen AB, durch die trigonometrische Berechnung der Weiten Aa, Ba; Ab, Bb rc. und deren Auftragung herleiten.

Das eben gewiesene Verfahren empfiehlt Hr. Auer in einer Abhandlung über die geometrische Aufgabe, einen unzugänglichen und undurchsichtigen Wald oder Morast auf die beste Weise auszumessen rc. rc., welcher von der naturforschenden Gesellschaft in Danzig 1766. der Fürstlich Jablonowskische Preis

zu-

zuerkannt worden (Danzig, bey Daniel Wedel 1770.)

Ich habe mich, ehe ich diese Schrift gelesen hatte, dieses Verfahrens auch schon bedient, obgleich eben nicht bey der Ausmessung eines Waldes.

V. Wenn die Aufnahme eines Waldes eine Vertheilung desselben in einzelne Schläge zum Gegenstande hat, so müssen die Hauptlinien, welche man bey der Aufnahme zum Grunde legte, in dem Walde bezeichnet bleiben, daß man sie nachher bey dem Vertheilungsgeschäfte, ohne Gefahr zu irren, wieder finden kann; Weis man z. E. den Winkel, die diese oder jene Theilungslinie mit einer solchen Hauptlinie macht, und den Punkt, wo sie in die Hauptlinie einschneidet, welches sich alles aus dem eingetheilten Risse ergiebt, so ist es nachher nicht schwer, die Theilungslinie in dem Walde zu visiren, abzustecken, und wenn es nöthig ist, durch einen Graben, durch Gränzsteine u. dgl. zu marquiren. Viel hieher gehöriges, und für die Ausübung brauchbares findet man im Detail in Hrn. C. W. Hennerts (königl. Preußl. Forstraths) kurzer Anweisung zu einigen geometrischen Hülfsmitteln, welche den Forstbedienten in solchen Forsten, die in Schläge eingetheilt sind, bey verschiedenen Fällen

len nützlich und nothwendig seyn können. Berlin und Stettin 1789.

Von Waldmessungen handelt auch Ign. Pikels praktischer Unterricht, wie man sich bey der Ausmessung, Aufzeichnung und Berechnung großer Wälder zu verhalten habe — nebst Beschreibung eines vollständigen Dendrometers oder Baummessers. Augspurg 1785.

Ferner Werners Forstgeometrie. 1780.

Mathematische Beyträge zur Forstwissenschaft, von A. S. v. Kregting. 1788. Hierinn vom Holzmessen und der Ausmessung ganzer Forsten.

Ueber die Zeichnung der Forstcharten kann auch Burgdorfs Forst-Handbuch, Berlin 1790. nachgesehen werden.

Praktische Anleitung zur Forstwissenschaft, besonders zur Vermessung, Taxirung und Eintheilung der Wälder. Ein Handbuch für junge Förster, von G. A. Däzl. 1788.

v. Lükhaber Anleitung zur forstwissenschaftlichen Meßkunde und Forst-

Forsttaxation gr. Octav 1809. (4 Rthl. 8 Ggr.)

Vermessung der bergigten Gegenden.

§. 250. I. Die Grundlegung der Berge ist eine der schwersten und mühsamsten, weil sie theils oft in besondern Wendungen fortlaufen, und mancherley Gründe und Vorsprünge bilden, theils die Wahl brauchbarer Richt- und Standpunkte, besonders wenn sie mit Waldungen besetzt sind, sehr erschweren.

II. Man wähle indessen die Standpunkte so, daß man an ihnen so viele Krümmungen und Wendungspunkte des Berges, als möglich ist, übersehen kann. Man bestimme diese Krümmungen durch Durchschnitte aus den angenommenen Ständen; besonders suche man auch auf eben die Art die hin- und wieder hervorragenden Kuppen oder größten Erhöhungen der bergigten Gegend festzulegen. — Diese dienen hernach als vortheilhafte Richtpunkte, durch Hülfe deren sich solche Wendungen des Berges, von denen man die erwähnten Punkte sehen kann, bequem, vermittelst des Gebrauchs der Magnetnadel, nach (§. 233.), festlegen lassen.

Jeden kleinen Vorsprung verlangt man nicht. — Nur die vorzüglichsten Wendungen wer-

werden gewöhnlich angegeben, und diese reichen immer zu, ohngefähr den Fortlauf der einzelnen Theile eines Gebürges zu verzeichnen. — Vieles kann bey diesem Geschäfte das Augenmaaß nützen und vollenden.

III. Nach geschehener Entwerfung der hauptsächlichsten Wendungen eines Gebürgs, und der merkwürdigsten Kuppen desselben, schreitet man an die Vermessung der auf dem Berge befindlichen Aecker, Felder, Waldungen rc. rc., und entwirft beträchtliche Stücke derselben nach Gränzen, die ihnen die Natur oder menschliche Verrichtungen gegeben haben (§. 247. III. IV.). Den Anfang eines solchen Stücks muß man aus bereits festgelegten Punkten (I. II.), an denen Pfähle oder andere Signale gleich anfangs abgesteckt, und stehen geblieben seyn müssen, bestimmen, damit man ihm die gehörige Lage auf dem bereits entworfenen Gerippe oder Hauptrisse der bergigten Gegend (I. II.) geben könne.

IV. Während der Messung der auf dem Berge liegenden Grundstücke wird man alsdann noch allerley kleinere Gründe und Wendungen des Gebürges genauer zu verzeichnen Gelegenheit haben.

V. Findet man auf Bergen alte Schlösser, oder andere in die Ferne sichtbare Gegenstände, so

so benutze man ja den Vortheil, den sie als Richtpunkte nach Anleitung des 235ten §es verschaffen.

VI. Fast unentbehrlich ist bey solchen Bergvermessungen ein Diopterlinial mit einem Kippfernrohre, wie (§. 112.). — Bringt man nun den Meßtisch auf die Spitze eines Berges, visirt, vermittelst dieser Kippregel, nach den vorzüglichsten Krümmungen, Erhöhungen, und andern merkwürdigen Gegenständen an der abhängigen Fläche des Berges, und trägt auf die gezogenen Visirlinien, die horizontalen Entfernungen dieser Gegenstände von dem gedachten Standpunkte des Meßtisches, die man leicht aus den Depressionswinkeln und den schiefen Entfernungen, nach (§. 38. 6), oder nach andern bereits erklärten Methoden finden kann, so lassen sich auf diese Art viele Punkte festlegen, die nachher zum weitern Detail gebraucht werden können. Dieses Verfahrens hat sich vortheilhaft Hr. Prof. Meinert bey der Grundlegung eines Berges bedient (Man s. dessen Feldmeßkunst, §. 136. Anm.). Wenn die Kippregel mit einem kleinen eingetheilten Halbkreise versehen ist, so kann man sogleich, an dem Standorte des Meßtisches selbst, jeden Depressionswinkel so genau messen, als zur Reduction der schiefen Entfernungen auf die Horizontalfläche, erforderlich ist.

Ent-

Entwerfung der Flüsse und Ströme. (Fig. IV.)

§. 251. I. Kann man nahe genug an den Ufern fortgehen, und messen, so läßt sich die Krümmung des Stromes, nach der bekannten Art, durch Abscissen und Ordinaten verzeichnen.

II. Läßt sich eine bequeme Standlinie annehmen, aus der sich die merklichsten Wendungen des Flusses, nach (§. 231.), bestimmen lassen, so geht die Arbeit noch geschwinder von statten. — Zum Behuf derselben gehet ein Fahnenträger längst des Stromes fort, bleibt, wo sich eine merkliche Krümmung befindet, mit seiner Fahne einige Zeit stehen, und läßt daselbst ein Zeichenstäbchen mit einer Nummer zurück. Bey A, oder am Standorte des Meßtisches, werden alsdann allemal nach jedem Standpunkte des Fahnenträgers Visirlinien gezogen, und nach der Ordnung mit den Zahlen 1, 2, 3 u. s. w., nach welchen auch der Fahnenträger seine Nummern abgesteckt haben muß, bezeichnet.

III. Nachdem der Fahnenträger eine solche Strecke längst den Ufern fortgegangen ist, daß die Visirlinen bey A mit der Standlinie A B anfangen, gar zu spitzige Winkel zu machen, so wird ihm ein Zeichen gegeben, stille zu hal-

ten, bis man den Meßtisch über B gebracht hat. Alsdann gehet der Fahnenträger wieder, nach der Ordnung der abgesteckten Nummern, zurück, und bleibt bey jeder wieder einige Zeit stehen, bis abermals aus B die Visirlinien gezogen, oder deren Durchschnitte mit denen aus A gezogenen Visirlinien bestimmt worden sind. — Der Fahnenträger muß aber dafür sorgen, ja keine Nummer vorüber zu gehen, welches denn bey gehöriger Aufmerksamkeit auf das Einsammlen der Nummern, welches nach eben der Ordnung, nach der sie abgesteckt worden sind, rückwärts geschehen muß, keine Schwierigkeit haben wird.

Bey B wird hierauf zur fernern Aufnahme des Ufers eine neue Standlinie B C abgesteckt.

IV. Hat man bey B gleichfalls einen Beobachter mit einem Meßtische, der, während daß der Gehülfe bey A die Visirlinie nach jedem Standpunkte des Fahnenträgers R ziehet, ebenfalls nach dem Fahnenträger visiret, so hat R nicht nöthig, Nummern an seinen gehabten Stationen zurück zu lassen, sondern bey jeder nur so lange zu verweilen, bis bey A und B die Visirlinien gezogen sind.

Diese bey A und B gemeinschaftlich nach jedem Stande des Fahnenträgers gezogenen Visirlinien müssen aber doch mit Zahlen bezeichnet wer-

werden, die sich auf die Standpunkte des Fahnenträgers beziehen, damit man nachher wissen kann, welche Visirlinien zusammengehören. Daher schreiben beyde Gehülfen bey A und B auf die Linien nach dem ersten Stande des Fahnenträgers die Zahl 1, nach dem 2ten Stande die Zahl 2, u. s. w.

Um nun die einzelnen Stationen des Fahnenträgers z. E. R, zu bestimmen, so werden die bey B observirten Winkel mit der Standlinie BA, z. E. ABR, auf den Meßtisch über A, an den Punkt b der verjüngten Standlinie bA getragen, und die Durchschnitte r zusammengehöriger Linien aus A und b bemerkt, welche, nachher zusammengehängt, die Krümmungen des Flusses darstellen.

Das Abtragen der Winkel von dem Meßtische bey B auf den bey A, mag man hier etwa durch gezogene Kreisbogen zwischen den Schenkeln dieser Winkel, und deren Chorden, bewerkstelligen.

V. Statt eines Meßtisches bey B bedient sich Herr Helfenszrieder in seiner Geodäsie §. 270. eines Astrolabii, womit die Winkel, wie ABR u. s. w., bey B wirklich gemessen, und der Person bey A durch Zurufen vermittelst eines Sprachrohrs, oder wenn es die Entfernung nicht verstattet, durch andere verabredete Zeichen kund gemacht werden sollen.

Letz:

Letzteres ließe sich etwa auf folgende Art bewerkstelligen.

Gesetzt, die Person bey B habe den Winkel 43°. 50'. beobachtet.

Um ihn dem Gehülfen bey A kund zu machen, so lasse B zum Beyspiel eine Meßfahne so oft auf dem Boden nieder, als es nach der Ordnung jede bey obigem Winkel vorkommende Ziffer 4, 3, 5, 0 andeutet.

A schreibt alsdann die einer jeden Ziffer 4, 3, 5, 0 entsprechende und beobachtete Menge von Senkungen der Fahne auf, und giebt jedesmal dem Gehülfen B ein Zeichen, wenn die Ziffer aufgeschrieben, und er ihm eine neue andeuten soll.

Um die 0 anzuzeigen, kann B z. E. die Fahne in einem Kreis horizontal herumschwingen.

Hat nun A nach der Ordnung die Ziffern 4350 aufgeschrieben, so wird er leicht beurtheilen, daß sie nichts anders, als 43°. 50'. bedeuten können.

Wäre der Winkel 3°. 27° gewesen, so muß ihn der Gehülfe bey B durch 0327 andeuten, damit der Winkel nicht mit 32°. 7' verwechselt werde. Solle 32°. 7' angezeigt werden, so müßte es durch die Ziffern 3207 geschehen.

hen. Ein Winkel von 123°. 5° müßte durch 12305, einer von 49° durch 4000 angezeigt werden, und so wird leicht erhellen, wie in andern Fällen zu verfahren wäre.

Den jedesmal kund gemachten Winkel, z. E. ABR, trägt A alsdann auf den Meßtisch an den Punkt b der verjüngten Standlinie b A, und bestimmt auf der nach dem Fahnenträger R hingezogenen Visirlinie A p den gehabten Stand desselben r.

Ich weis aber nicht, ob der Gebrauch des Astrolabii bey B, und die Anzeige der bey B observirten Winkel, nicht mehrere Zeit erfordern, als wenn man bey B die Winkel vielmehr mit dem Meßtische aufnähme. Indessen habe ich doch bey dieser Gelegenheit zeigen wollen, wie man einem in einer gewissen Ferne befindlichen Gehülfen einen gemessenen Winkel bekannt machen könne, welches denn zu andern Absichten unterweilen gebraucht wird.

Herr Helfenszrieder bedient sich dazu eines Verfahrens, das von dem meinigen unterschieden ist, und im a. B. §. 260. selbst weiter nachgelesen werden kann.

VI. Befinden sich längst den Ufern eines Stromes Deiche oder Dämme a b c (Fig. IV.), so kann man darauf oft bequeme Standlinien

an-

annehmen, die Krümmungen des Stroms zu entwerfen; Natürlich nimmt man sie so groß, als möglich.

VII. Wenn von dem Deiche aus, Abzugsgräben rc. rc. bis an das Ufer gehen, die dem Fortgehen des Fahnenträgers hinderlich sind, so muß ein Gehülfe desselben ein Brett mit sich führen, das man über die Gräben legt, die sich nicht überschreiten lassen.

VIII. Wenn das Vorland zwischen dem Deiche und dem Strome, wie es häufig geschiehet, so weich ist, daß der Fahnenträger nicht im Stande ist, längst den Ufern fortzugehen, so muß er suchen auf einem Kahne längst des Ufers hinabzufahren, auszusteigen, wo sich bequeme Standpunkte nehmen lassen, oder mit dem Kahne stille zu halten, und die Fahne in die Höhe zu richten. In diesem Falle wird man das Verfahren (IV.) besonders bequem finden, weil das Zurückfahren mit dem Kahne, und das Abstecken der Nummern, welches sonst nach (III.) geschehen müßte, dadurch vermieden wird.

IX. Wenn an den Ufern Gebüsche vorhanden sind, so muß man bey den Hauptkrümmungen hohe Stangen mit Strohwischen aufrichten, und das Gebüsch wegräumen, so viel sich thun läßt.

X.

X. Inseln, Sandbänke u. dgl. werden ohngefähr nach dem Augenmaaße gezeichnet, wenn ihre größte Länge v w, und Breite x y, nebst einigen andern Punkten, aus der Standlinie AB oder a b festgelegt worden sind.

XI. Wenn längst den Ufern steile und felsigte Anhöhen fortgehen, so kann man vieles nach dem Augenmaaße zeichnen, weil sich die Krümmungen des Stromes von der Anhöhe gut übersehen lassen. — In diesem Falle arbeite man längst der Anhöhe fort, als wenn man eine Figur aus der Peripherie aufnehmen wollte, und bestimme die Beugungen des unten fliessenden Stromes, indem man die dahin gehenden Ordinaten nach dem Augenmaaße schätzt. — In solchen Fällen kömmt es ohnehin selten auf eine gar zu große Genauigkeit an.

XII. Uebrigens müssen die an den Strömen etwa befindlichen Bühnen, Packwerke, Schleussen, Wehren, Mühlen, Brücken u. dgl. auch mit in den Riß kommen. — Wer die vorhergehenden Aufgaben schon auf dem Felde ausgeübt hat, wird auch leicht die Gränze längst des Stromes, wie weit sich etwa bey Ueberschwemmungen das Wasser erstrecken mögte, oder die Innundationslinie λμν verzeichnen können, welches nöthig ist, wenn der Fluß

ins:

insbesondere zu hydrotechnischer Absicht entworfen wird, in welchem Falle man denn überhaupt die Vermessung specieller und genauer, als in andern Fällen, vorzunehmen pflegt. — An Nachrichten, die hierzu erforderlich sind, kann es nicht fehlen.

Ausmessung der Gärten.

§. 252. Diese Vermessung wird ganz leicht dadurch bewerkstelligt, daß man erst den Umfang des Gartens, und die Hauptgänge verzeichnet, ehe man die innern Luststücke, Fontainen, Lusthäuser, Orangerien, Rasenplätze u. dgl., aus schicklich angenommenen Ständen, durch Abscissen und Ordinaten, oder auf andere Arten entwirft. Da hiebey meistens sehr viel regulaires vorkömmt, so wird man auf allerley Art die Arbeit zu erleichtern, Gelegenheit finden.

Grundlegung der Städte.

§. 253. I. Städte, welche mit Wällen umgeben sind, können ohne große Schwerigkeit aufgenommen werden, wenn man dem Umfange des Walles folgt, und zugleich aus schicklich angenommenen Standlinien, Thürme und andere ansehnliche Gebäude, die demnächst zur Bestimmung der einzelnen Gassen dienlich seyn können, entwirft. Während der Messung

längst

längst des Umfanges, kann man auch die Thürme an den Stadtmauern, Thore, Brücken, angränzende Strassen u. dgl. zu Papiere bringen.

II. Die einzelnen Haupt- und Nebengassen zu entwerfen, muß man bey einem bereits nach (I.) festgelegten Punkte, z. E. einem Thore oder Kirchthurme, innerhalb der Stadt, den Anfang machen, daselbst den Meßtisch nach einem andern schon festliegenden schicklichen Punkt einrichten, die von ihm abzusehenden Richtungen der Hauptgassen visiren, sie mit dem Meßtische weiter verfolgen, und die daran stossenden Nebengassen verzeichnen. Eben so kann man auch aus sichern bereits festgelegten Punkten des Umfanges ausgehen, und längst den Gassen fortarbeiten. Schritte und ein gutes Augenmaaß thun bey diesem Geschäfte gute Dienste, so wie denn die Magnetnadel, deren Richtung man gleich beym Anfange (I.) auf dem Meßtische gezogen haben muß, nachher zur richtigen Stellung des Meßtisches an einem solchen Orte innerhalb der Figur, wo man den Meßtisch nach keinem bereits festgelegten Punkt durchs Zurückvisiren einrichten kann, fast unentbehrlich ist.

III. Jedes einzelne Gebäude wird selten verlangt, wenn man nur die Hauptgebäude

und

und die äusern Gränzlinien der einzelnen Strassen und Quartiere richtig entworfen hat. Unter den Hauptgebäuden werden vorzüglich Rathhäuser, Kirchen, Schulen, Pfarrhäuser, Mühlen, Fabricken, Gefängnisse, Handlungsplätze u. dgl. anzumerken seyn. Sollten indessen auch andere einzelne Gebäude verzeichnet werden müssen, so ist die Arbeit nur weitläuftiger, besonders wenn auch die Nebengebäude, Ställe u. gdl., nebst den dazu gehörigen Gärten, auf den Riß kommen sollen. Im letztern Falle ist man oft genöthigt, von den Strassen Linien durch die Häuser zu ziehen, und die Hintergebäude, Gärten u. dgl. daran zu legen. Es kömmt auf die Absicht einer solchen Vermessung an, in wie ferne man sich mehr oder weniger auf das Detail einlassen muß.

IV. Kann man die Stadt nicht auf einem Walle umgehen, so muß man von aussen, aus andern angenommenen Standlinien, die merkwürdigsten innerhalb der Stadt liegenden Objecte zu bestimmen suchen, und dann die innere Aufnahme vornehmen, oder man fängt die Aufnahme sogleich mit den Hauptstrassen an, und bestimmt durch seitwärts geführte Linien, die Nebengassen, und die darinn vorkommenden merkwürdigen Objecte.

V. Bey Vestungen muß man alle Stände, so viel als möglich, auf der Brustwehre nehmen, und zwar vorzüglich auf den Bollwerken, von da aus sich alsdann sowohl die Flanken, Facen, Courtinen u. dgl., als auch die Aussenwerke, gar leicht in ihrer gehörigen Lage, theils durch Intersectionen aus zweyen Ständen, theils nach andern Methoden, mit Zuziehung gehöriger Kenntniß der Fortification, werden bestimmen lassen. — Am füglichsten kann man auch Standpunkte da nehmen, wo sich die Verlängerungen zweyer oder mehrerer merkwürdiger Linien der Vestung durchschneiden. Die Breiten des Haupt- und Nebenwalles, des Grabens, des Glacis u. s. w. ergeben sich theils aus bereits festgelegten, sowohl innern, als äusern, Punkten von selbst, theils muß man sie mit einem Maaßstabe unmittelbar messen, und nach den Gesetzen, nach welchen eine Vestung zu zeichnen ist, auftragen. Die Anlage der Böschungen kann man leicht auf einem horizontal zu haltenden Stabe, woran ein Loth hängt, messen.

Vermessung eines Dorfs (Fig. V.).

§. 254. I. Hier verfährt man am sichersten, erst alle einzelnen Strassen, die durch das Dorf laufen, zu entwerfen, und dadurch gleichsam erst das Gerippe desselben zu bestimmen, ehe

ehe man an die einzelnen Gebäude und Gärten schreitet. Es sey a b c d eine solche Strasse. Bey a, wo der Anfang ist, schlage man einen etwas starken Pfahl ein, und eben so in die merklichsten Wendungen der Strasse bey b, c, d, und bringe nun die Punkte a, b, c, d zu Papiere, indem man mit dem Meßtische längst a b c d arbeitet. Bey e, wo sich mit a b c d eine andere Strasse e g h vereinigt, wird gleichfalls ein Pfahl eingeschlagen, und nun die Strasse e g h unter dem gehörigen Winkel g e c, an die erstere a b c d angelegt u. s. w., bis alle einzelnen Strassen, so wie es die längst ihnen abgesteckten Pfähle ausweisen, entworfen sind. Es versteht sich, daß die Figur der Strassen hier vorläufig nur erst durch bloße an einander hängende gerade Linien, wie a b, b c, c d u. s. w. angegeben wird. — Ihre genauere Bestimmung und Verzeichnung, so wie die verschiedene Breite derselben es mit sich bringt, ergiebt sich erst nachher, wenn die anliegenden Gebäude und Gärten zu Papiere gebracht werden.

II. Sind nun die längst den Strassen abgesteckten Linien, wie a b, b c u. s. w., entworfen, so wird es leicht seyn, die Lage der einzelnen Gebäude gegen diese Linien a b, b c, e g, g h u. s. w. richtig anzugeben.

III. Man thut hier am besten, von den längst den Straffen abgesteckten Linien, seitwärts nach neuen Richtungen, z. E. cα, bβ, auszugehen, mehrere Dorfstellen in eine Figur, wie hier z. E. in das Viereck c b α β, einzuschließen, und durch Abscissen und Ordinaten, die man längst b c, c α, α β, b β nimmt, die Lage und Figur der Gebäude und daran liegenden Gärten zu entwerfen.

Kann man Punkte aus Standlinien durch Intersectionen bestimmen, oder andere Methoden anwenden, wie es die Umstände erlauben, so ist es desto besser.

IV. Wo Ordinaten etwa zu lang würden, wie z. E. für den Punkt 2, da verfährt man sicherer, wenn man an einer gewissen Station des Meßtisches, z. E. aber w, nach dem Punkte 2 selbst hinvisirt, w 2 mit der Meßkette misset, und aufträgt. In den meisten Fällen ist es zureichend, sich zur Bestimmung etwas langer Ordinaten blos der Schritte zu bedienen.

V. Auf diese Art kann man nach und nach alles, was zum Dorfe gehört, an die abgesteckten Hauptlinien a b, b c, c d, e g, g h u. s. w. anhängen, und in eine richtige Verbindung mit einander bringen.

VI.

VI. Die längst den Strassen gleich anfänglich abgesteckten Pfähle a, e, c, d, g, h u. s. w. dürfen nicht eher ausgerissen werden, als bis man schon in der Gegend, wo sie stehen, mit der Messung zu Ende ist. Daher sie sowohl an schickliche Stellen, wo sie nicht so leicht ausgefahren oder ausgerissen werden können, abgesteckt, als auch recht tief eingeschlagen werden müssen, so wie es sich denn auch von selbst verstehet, daß man Nummern daran geschrieben haben muß; damit man nachher die ihnen entsprechenden Punkte auf dem Entwurfe der durch das Dorf geführten Linien (III.) desto sicherer wieder finden, und den Meßtisch nach ihnen stellen kann. Bey landesherrlichen Vermessungen stehen solche Pfähle überhaupt unter einer obrigkeitlichen Aufsicht.

VII. Wenn das ganze Dorf nicht auf den Meßtisch gehet, so werden für einen gewissen Theil, z. E. b c α β, den man darauf bringen will, so viel Punkte b, c u. s. w., als dazu nöthig sind, von dem bereits entworfenen Gerippe (I.) wieder besonders, vermittelst einer Kopiernadel, auf den Meßtisch abgestochen, und dann die daran liegenden Gebäude und Gärten festgelegt.

XXI. Kapitel.

Von Vermessung einer ganzen zu einer Stadt oder Dorfe gehörigen Feldmark.

§. 255. I. Da diese Arbeit schon etwas ins Große gehet, so kömmt es darauf an, die Vermessung so vorzunehmen, und einen solchen Gang bey ihr zu beobachten, daß 1) bey den vielen einzelnen Grundstücken, aus denen eine Feldmark bestehet, keine Verwirrung zu besorgen ist, 2) jede einzelne Vermessung selbst nach aller möglichen Bequemlichkeit und Schärfe bewerkstelligt, und 3) die Verbindung der einzelnen Plane mit gehöriger Genauigkeit vorgenommen werden könne.

II. Um diese Bedingungen zu erfüllen, darf man nicht etwa von einzelnen kleinern Grundstücken anfangen, immer eines nach dem andern entwerfen, und sie an einander hängen.

Bey einer solchen Vermessungsart wären nicht nur auf dem Felde selbst mancherley Verwirrungen zu besorgen, sondern auch Fehler, die bey jedem Stücke unvermeidlich begangen würden, dürften sich endlich dergestalt häufen, und von einem Stücke auf das nächste fort-

pflanzen, daß endlich die ganze Arbeit vergeblich wäre, und mit keiner nachherigen Prüfung bestehen könnte.

III. Will man diesen Unbequemlichkeiten abhelfen, so muß man sich 1) die ganze Feldmark in so große Stücke zerlegt gedenken, und sie nach so großen einzelnen Theilen in Grund legen, daß der an einander zu hängenden Platten so wenige, als möglich, werden. 2) Allemal erst, so viel es die Umstände erlauben, den Umfang eines solchen Stückes zu Papiere bringen, ehe man an die hineinfallenden kleinern Abtheilungen in einzelne Aecker, Felder u. dgl. schreitet. 3) Aber auch selbst mehrere große Stücke, doch nicht nach einem zusammenhängenden Faden, entwerfen, und aneinander binden, sondern sie lieber ausser der Ordnung vermessen, wie es Bequemlichkeit und Umstände mit sich bringen, damit die Fehler, die bey jedem Stücke begangen werden, sich nicht durch die ganze Feldmark fortpflanzen können, wobey aber doch 4) eine solche Einrichtung zu treffen ist, daß, ob man gleich größere Theile einer Flur, ausser ihrem unmittelbaren Zusammenhange entwirft, solche dennoch auf der aus ihnen nachher zusammenzusetzenden Hauptcharte, ihre richtige Lage bekommen.

IV. Alle diese Bedingungen wird man am sichersten dadurch erfüllen, daß man die Vermes-

messung der erwähnten Stücke auf eine gewisse Hauptfigur, oder auf große zusammenhängende Hauptlinien gründet, die man, wenn es möglich ist, durch die ganze Feldmark ziehet, und deren Lage gegen einander man auf das allerschärfste bestimmen muß, ehe man sonst zu Messungen schreitet, hierauf die einzelnen Theile der Flur nicht unter einander selbst verbindet, sondern sie gleich unmittelbar an die erwähnte Hauptfigur knüpfet, und ihnen dadurch den gehörigen Ort auf dem zu verfertigenden Risse der Feldmark anweiset.

V. Diese durch die ganze Flur abgesteckten, und mit aller möglichen Vorsicht entworfenen Hauptlinien, werden also erstlich den Vortheil verschaffen, daß man keinen zusammenhängenden Faden bey der Vermessung zu befolgen nöthig hat, und doch die einzelnen Stücke der Flur in einen richtigen Zusammenhang bringen kann, und dann zweytens, daß eben deswegen keine Fehler sich von einer Platte auf die nächstfolgende fortpflanzen können, weil keine unmittelbar durch Verbindungslinien, die von der ersten Platte auf die nächstfolgende getragen werden, an einander gehängt zu werden brauchen.

VI. Die größern Theile, nach denen man nun eine Flur stückweise vermisset, müssen so viel als möglich in Gränzen eingeschlossen seyn,

die in der Flur schon vorhanden sind, selbst mit auf die Charte kommen müssen, und nicht auf eine künstliche Art erst abgestecket werden, wie der Fall wäre, wenn man z. E. die Flur in lauter Parallelogrammen zerlegte. Gränzen, wodurch eine Feldmark von selbst in solche Stücke zerfällt, können nun Wege, Hecken, Flüsse, Bäche, oder andere kennbare Linien seyn, wenn sie nur allemal einen beträchtlichen Theil der Flur einschließen, der zur Bestimmung der innerhalb desselben befindlichen kleinern Abtheilungen in Veraimungen, einzelne Aecker u. dgl. geschickt und bequem ist. Und daran kann es bey einer vorläufigen Auswahl selten fehlen. Ein Feldmesser darf sich nur einige Kenntnis der Flur erworben haben, sollte es auch aus unvollkommenen Grundrissen, die etwa schon vorhanden wären, geschehen seyn, so hat die Sache gar keine Schwierigkeit.

VII. Um solche größere einzeln gemessene Stücke einer Flur in eine richtige Verbindung bringen zu können, so führet man von den in der ganzen Feldmark abgesteckten Hauptlinien, seitwärts kürzere Linien nach jedem solchen Grundstück, fängt von diesen die Messung des Stücks an, und hängt es vermittelst dieser Linien an die Hauptfigur.

Es sey z. E. VB (Fig. VI.) eine von den langen Seiten der in der Feldmark abgesteckten Haupt-

Hauptfigur; C, D, ein paar Stücke der Flur. Man führe von ein paar schicklichen Punkten, z. E. L, N, der abgesteckten Hauptlinie VB, seitwärts nach dem Grundstücke C, ein paar Linien LM, NH, und bestimme deren Länge und Lage gegen VB auf das genaueste. Das heißt: Man messe z. E. die Winkel BLM, LNH, und die Längen LM, NH, LN; liegt das Grundstück C nahe genug an VB, so können die erwähnten Winkel und Linien gleich mit auf den Meßtisch kommen, worauf C entworfen werden soll, und so wird alsdann, nachdem NH, NL, LM, gehörig auf den Meßtisch getragen worden, die Messung des Stückes C z. E. bey M angefangen. Man stellet den Meßtisch über M, richtet ihn erst längst ML, und arbeitet nun längst des Umfanges der Figur C, worauf denn, nach geschehener Entwerfung des Umkreises, an die innern Abtheilungen geschritten wird.

Es wird hiebey vortheilhaft seyn, die Messung längst des Umfanges so vorzunehmen, daß man nicht, wenn man z. E. bey M anfängt, auch daselbst wieder aufhöret, sondern lieber von M aus z. E. erst den Theil MαH, und dann abermals von M aus den andern Theil MβH entwirft. Auf diese Art pflanzen sich die z. E. innerhalb MαH begangenen Fehler, nicht durch den ganzen Umfang MαHβM fort.

Will

Will man nun das gemessene Grundstück C auf die zu verfertigende Feldcharte abtragen, und ihm seine richtige Stelle darauf anweisen, so stelle (Fig. VII.) vb auf der Charte, die abgesteckte Hauptlinie VB, und m$\alpha\beta$h den auf dem Meßtische erhaltenen Entwurf von C vor. Die Linien lm, ln, nh auf dem Meßtische, bedeuten die auf dem Felde LM, LN, NH, Man lege das Blatt Papier, worauf der Grundris mβhα, nebst den zugehörigen Linien, lm, ln, nh, befindlich ist, so an vb, daß ln längst vb falle, und zwar l in einer solchen Entfernung von v, daß vl der Weite VL, gemäß ist, so hat mβhα eben die Lage gegen vb, die das zugehörige Stück auf dem Felde gegen VB hat, und es brauchen hierauf die merkwürdigsten Punkte von C, nur vermittelst einer Kopiernadel durchgestochen zu werden. Es verstehet sich, daß vorher durch n. l. und einige andere Punkte, Stecknadeln zur Befestigung des Grundrisses C eingeschlagen werden. So verführe man, wenn die Linien LM, LH, NH, sogleich mit auf den Meßtisch hätten kommen können. Wäre dieses aber nicht angegangen, so hätte man erst, vermittelst, der gemessenen Dinge LNH, NLM, NH, LM, NL, die Punkte m und h besonders auf der Feldcharte bestimmt, hierauf den Grundriß mαhβ so auf die Feldcharte befestigt, daß die Punkte m und h gerade über dieselben, bereits auf der

Feld:

Feldcharte bestimmten Punkte zu liegen gekommen wären, und hätte alsdann, vermittelst der Kopiernadel, den Grundriß auf die Feldcharte gebracht.

Auf eben diese Art könnte man nun auch mit einem jeden andern Stücke der Flur D verfahren, wo z. E. Cg, Ff, FG die Verbindungslinien wären, wodurch das Stück D seine richtige Lage gegen VB erhielte. Es erhellet, daß dadurch auch alle Stücke C, D u. s. w. ihre richtige Lage unter einander selbst auf der Feldcharte bekommen müssen.

VIII. Die Ordnung, nach welcher nun einzelne Stücke einer Flur vermessen werden, hängt von allerley Umständen ab. So wird man z. E. am besten thun, die Vermessung der Wälder im Frühjahre oder Herbste vorzunehmen, da die Bäume kein Laub haben — der Aecker und Wiesen, wenn sie abgemähet sind. — Wenn es angehet, so kann man dabey die Theile der Feldmark, die zunächst an ihren Gränzen liegen, zuerst vornehmen, um zugleich diese Gränzen und den ganzen Umfang der Feldmark zu erhalten, ehe man die tiefer hinein liegenden Grundstücke entwirft. Die Gränzen müssen zu der Absicht von Gerichtsherren, Beamten, Förstern, Feldgeschwornen u. dgl. vorher genau berichtiget, gehörig versteinet

steinet oder verpfählt, und mit Nummern versehen werden.

Streitige Gränzen müssen vorzüglich angemerkt werden, wobey denn die Nachbarn zugegen seyn müssen.

Man siehet leicht, daß bey einem solchen Vermessungsgeschäfte allerley Gehülfen erfordert werden. Ein Protocollist, nebst zugehörigen Zeugen, ist unentbehrlich, so wie auch Leute zugegen seyn müssen, die mit Hacken, Grabscheiten, Pfahleisen, Schaufeln, Schlägeln und andern nöthigen Handwerkszeugen versehen sind, die zu den Gränzmahlen herangeführten Steine zu behauen, mit den erforderlichen Merkmalen zu versehen, in den Boden zu befestigen u. dgl.

Exempel.

IX. Das bisherige wird sich am besten durch ein Beyspiel erläutern lassen. Es sey (Tab. II.) die zum erdichteten Dorfe Bärenbach gehörige Feldmark zu vermessen.

Man führe erstlich durch die ganze Feldmark verschiedene lange und mit einander zusammenhängende Hauptlinien AB, AC, BC, BD ꝛc. und suche sowohl deren Lage als Länge mit möglichster Sorgfalt zu bestimmen. Die Punkte A, B, C, D wähle man so, daß man

so

so viel, als möglich, von einem nach dem andern hinsehen, und ohne beträchtliche Hindernisse ihre Entfernung von einander unmittelbar messen kann.

Auch sollen in den Dreyecken, wie ABC, weder zu spitzige, noch zu stumpfe Winkel vorkommen.

Hier sind diese Linien von der Beschaffenheit, daß von A nach B und C, von B nach C, und von B nach D eine freye Aussicht verstattet ist. Von C nach D kann wegen des dazwischen liegenden Waldes zwar nicht gesehen werden. — Das macht aber hier weiter keine Unbequemlichkeit, da hier von einem Dreyecke wie BCD nicht gerade jede Seite selbst wieder eine Grundlinie abgeben muß.

Lage und Länge dieser Hauptlinien, kann man theils vermittelst des Astrolabii und trigonometrischer Rechnung, theils durch unmittelbare Messung bestimmen. Hier könnte man z. E. bey A und B die Winkel BAC, ABC, und AB messen, und daraus AC, BC herleiten. — Um BD zu erhalten, müßte man auch noch den Winkel CBD und BD messen. Ueberhaupt müssen es die jedesmaligen Umstände ergeben, wie man zur Bestimmung der Lage dieser Hauptlinien, die besten Mittel zu treffen hätte. Am besten ist es freylich immer, wenn

man

man alle Linien AB, AC, BC, 2c. unmittelbar messen kann, ohne einen Winkel zur Bestimmung ihrer Lage nöthig zu haben.

Es wäre auch nicht nöthig, alle Punkte A, B, C, D auf einmal zu bestimmen; man dürfte nur, wie es der Fortgang der Messung nach und nach erforderte, eine neue Linie abstecken, um die einzelnen Grundstücke daran legen zu können.

A, B, C, D müssen entweder ihrer Natur nach, kenntliche Objecte seyn, oder es müssen daselbst hohe Pfähle mit nöthigen Kennzeichen aufgerichtet werden.

X. Ich nehme auch an, daß die äusersten Gränzen der Feldmark bey A, n, m, l, B, k, u. s. w. gehörig berichtigt seyn werden, ehe man ihre Vermessung vornimmt.

XI. Alsdann könnte man die durch die ganze Feldmark zerstreuten Grundstücke etwa nach folgender Ordnung entwerfen.

1. Erstlich nehme man z. E. die zunächst an AB gränzenden Stücke.

Vorher lasse man aber längst AB etwa von 50 zu 50 Ruthen Pfähle einsetzen, und an den ersten, zweyten, dritten u. s. Pfahl die Nummern 0, 50, 100, 150 u. s. w. daran schreiben, die ihren Abstand von dem Anfangspunkt A ausdrücken.

Diese

Diese Pfähle dienen dazu, daß, wenn man z. E. von einem gewissen Punkte z, der Hauptlinie AB, eine Linie, wie z t, seitwärts zu führen hätte, man nur den Abstand von einem der nächsten Pfähle, z. E. von z nach 150 zu messen nöthig hat, um sogleich zu wissen, wo z in der Hauptlinie AB liege, und wie weit er von A, oder einem jeden andern Punkte 50, 100 u. s. w. entfernt sey. Es sind also diese Pfähle sichere Punkte, von denen man die an AB liegenden Grundstücke zu vermessen anfangen, und durch Hülfe deren man mehrere derselben, nach (§. 246.), in eine sichere Verbindung bringen kann. Man würde die längst AB liegenden Stücke etwa am bequemsten auf folgende Art auswählen, und zu Papiere bringen.

1) Könnte man das Stück Wiese zwischen den Wegen nach Holzdorf und Bielheim Anα βγa entwerfen, und dann

2) das unmittelbar daran gränzende Stück αmlKδβα, wobey man denn zugleich einen Theil des Flusses längst lδ, und einen Theil von der Gränze des Dorfes längst βδ erhielte.

In Rücksicht des darinn liegenden Weihers würde man z. E. von z aus eine Linie z t seitwärts führen, und von t an, den Umfang

des

des Weihers zu entwerfen anfangen; und so in ähnlichen Fällen.

Auch zur Verzeichnung des Baches NN könnten von einigen Punkten der Linie AB, kleinere Linien seitwärts geführet werden.

Wie übrigens die Wiesenstücke selbst, nebst den innerhalb ihnen befindlichen Grundstücken einzelner Besitzer zu entwerfen seyen, ist zulänglich im 245ten §. gezeigt worden.

Bey Grundstücken, wie (1) und (2), deren Umfang von der Hauptlinie AB unmittelbar geschnitten wird, geben die Durchschnittspunkte, wie A, G, K, selbst schon den Anfang zur Messung eines jeden Stücks, und man würde z. E. hier für das zweyte Stück, α m l δ α β erstlich auf dem Meßtische über G, längst GK eine gerade Linie ziehen, auf sie die gemessenen Entfernungen von G nach 100, von 100 nach 150, von 150 nach K abtragen, und nun von G oder K zu arbeiten anfangen. Diese abgesetzten Punkte G, 100, 150, K, geben alsdann zugleich schickliche Verbindungspunkte, wodurch man hernach den gemessenen Platz von dem Meßtische auf die Feldcharte tragen, ihn gehörig an die nach dem verjüngten Maasstabe aufgetragene Hauptlinie AB hängen, und nach (§. 246.) kopieren kann.

Die

Die Punkte, 0, 50, 100 u. s. w. können auch hin und wieder während der Messung zu bequemen Richtpunkten dienen.

3) Längst dem Theile KB der Hauptlinie AB könnte man auch bequem noch das Ackerstück l$s\zeta\varphi$l nach (§. 247.) vermessen, wobey man denn zugleich längst $\varphi\zeta$ ein Stück von dem Wege nach Waldheim, und längst $s\zeta$ einen Theil der Landstrasse nach Norderfeld erhielte.

Wäre das Stück l$s\zeta\Phi$ so groß, daß es nicht ganz auf den Meßtisch passete, so könnte man es etwa nach den beyden Theilen vermessen, in die es der angezeigte Feldweg zerlegte.

XII. Wenn man nun mit der Hauptlinie AC auf eine ähnliche Art verführe, so ließen sich längst ihr 1) das Stück a$\gamma\beta\psi\eta$ba zwischen den Holzdorfer und Felsendorfer Wegen, uud dann 2) das zwischen dem Ufer des Flusses und dem Felsendorfer Wege enthaltene $\eta\psi\rho\psi\omega c\eta$ entwerfen. Hieben ergäbe sich zugleich wieder ein Theil von der äusern Gränze des Dorfes, nemlich $\beta\psi\rho$.

Natürlich läßt man an schicklichen Orten, z. E. bey β oder ψ, Pfähle stehen, von denen man nachher die innere Dorfsvermessung anfangen kann.

XIII.

XIII. An BC könnte man das Stück $\varphi\mu\nu\zeta$ hängen, wodurch man zugleich das übrige von der oberwähnten Strasse, nemlich den Theil $\nu\zeta$ und den Weg nach Mariengarten, erhielte.

XIV. Was rechter Hand der bereits entworfenen Landstrasse liegt, könnte man theils an BD hängen, theils dadurch bestimmen, daß man der Gränze ν f g h D u. s. w. folgte.

XV. An CB könnte man das, was rechter Hand des Flusses innerhalb den Gränzen $\omega\mu\nu$ e C d ω läge, hängen.

XVI. Das Innere des Dorfes könnte man endlich nach bisher (X. XI. u. s. w.) erhaltenen Umfang desselben, nach (§. 254.) leicht auch noch vollends zu Papiere bringen, und so hätte man endlich die ganze Feldmark auf lauter einzelnen Platten, die man nun nach den bereits gegebenen Vorschriften (§. 246.) zusammenhängen müßte.

Vor dem Auftrage derselben, muß aber, nach eben dem verjüngten Maaßstabe, welchen man bey der Vermessung gebraucht hat, die Lage der abgesteckten Hauptlinien AB, BC, AC, BD rc. rc. auf einem Ueberzuge, wie (§. 246. VIII.), mit möglichster Schärfe verzeichnet werden. Auch bemerkt man die Punkte 50, 100, 150 u. s. w. auf jeder dieser Linien, weil sie beym Auftragen oder Kopieren der einzeln

zeln Platten, nach (§. 246.), die Verbindungspunkte der einzelnen Platten mit diesen Hauptlinien AB, AC ꝛc. abgeben.

XVII. Da diese Hauptlinien ziemlich große Dreyecke bilden, so muß man sich zu deren Auftragung eines Stangenzirkels bedienen, oder sonst nach andern Methoden, z. E nach (§. 184. IV. Aufl.) verfahren.

XVIII. Anmerkung. Die Einwürfe welche Hr. Bugge in seiner theoretisch practischen Anleitung zum Feldmessen aus dem Dänischen von C. H. Tobiesen. Altona 1798. gegen diese Triangularmethode gemacht hat, und dafür seine Parallelmethode empfiehlt, gelten nur in dem Falle, wenn man diese Dreyeckmethode blos auf eine einzige Grundlinie wie AB erstreckt, nur diese allein misset, und die übrigen Linien wie AC, BC, BD ꝛc. blos aus gemessenen Winkeln trigonometrisch ableitet. Da ist denn freylich klar, daß bey der Verbindung vieler solcher Dreyecke erhebliche Fehler entstehen können, so daß zuletzt die Charte immer mehr und mehr verdrehet wird, und nichts mehr zum ordentlichen Schlusse kommen kann. Allein, auf diese Art die Triangularmethode auszuüben, ist ganz dem entgegen, wie ich sie empfehle, nemlich daß man die abgesteck-

steckten Linien AB, BC, AC, wo es nur geschehen kann, immer so wähle, daß sie sich uumittelbar selbst messen lassen. Dann hat diese Triangularmethode wenigstens alle Vortheile der Parallelmethode und nicht den Nachtheil derselben, nemlich daß die abgesteckten Parallellinien, oft über Berge und Thäler gehen, und daher beschwerlich abzustecken und zu messen sind, da hingegen wenn die Grundlinien AB, BC, AC, nach Gefallen genommen werden können, sie sich so wohl zum Messen als Abstecken weit bequemer auswählen lassen. In einem ebenen Lande habe ich nichts gegen die Parallelmethode zu erinnern, und würde sie selbst in diesem Falle der Triangularmethode vorziehen. So ist denn auch die Triangularmethode von der Diagonalmethode welche Hr. Bughe empfiehlt, nicht wesentlich verschieden, wenn jene so ausgeübt wird, wie ich es erwähnt habe, und sie hat dabey den Vortheil, daß sie ein besseres Netz zur Grundlegung des Ganzen abgiebt.

Anmerkungen.

§. 256. I. Weil manche Theile einer Flur wegen der Bestellung der Felder, andere wegen der noch darauf stehenden Früchte und anderer Hindernisse, nach Verhältniß der Jahrszeit, nicht

nicht immer gleich bequem zu vermessen sind, so ist man genöthigt, bald hier längst AB, bald dort längst AC u. s. w. einen Theil der Flur vorzunehmen, und man kann also bey der Vermessung keine zusammenhängende Ordnung befolgen. Aber eben deswegen ist es erforderlich, daß die Pfähle in den abgesteckten Hauptlinien so lange stehen bleiben, bis die ganze Messung geendigt ist, oder bis wenigstens die Stücke, durch welche die Hauptlinie läuft, entworfen sind. Ferner ist nöthig, die in der Feldmark herumstehenden Pfähle, ausser der Nummer, die ein jeder führt, auch noch mit einem besondern Buchstaben, in Beziehung auf die Hauptlinie, in der sie stehen, zu bezeichnen, damit man sie nicht mit einander verwechsele, und einen für den andern halte.

II. Wegen des Gebrauchs und des Vortheils, den man von einer richtig gemessenen Feldmark erwartet, muß man beständig ein Manual mit sich führen, worinn alles aufgezeichnet wird, was nur einigermaaßen für die Landesherrliche Kammer bemerkungswerth ist. Z. E. die Beschaffenheit der Gränzen, der Landstrassen, ob sie einiger Verbesserung bedürfen, wo die Materialien dazu herzunehmen sind, u. dgl., kurz alles, was zu einer genaueren Kenntniß der natürlichen Vortheile und Fehler einer Feldmark dienlich seyn kann, davon in der Folge ein Mehreres.

III. In einigen Instructionen zu Landesvermessungen giebt man die Vorschrift, daß die Feldmesser ihre täglichen Arbeiten noch denselben Abend auftragen sollen. Dieß halte ich aber, wegen der Unbequemlichkeit, so etwas bey Lichte vorzunehmen, besonders da man durch die Arbeit bey Tage schon ermüdet worden ist, gar nicht für rathsam, noch weniger, daß man das Auftragen Andern überlasse.

Den folgenden Tag die Messungen ins Reine zu bringen, mag angehen, wenn es trübes und regnichtes Wetter ist. Ausserdem wird man heitere Tage lieber auf dem Felde benützen.

Anfängern kann es indessen dienlich seyn, einen Auftrag nicht lange anstehen zu lassen. Es gehört einige Uebung und Vorsicht dazu, Messungen, die schon vor einiger Zeit angestellt worden sind, ohne Verwirrung ins Reine zu bringen, besonders wenn man dem Gedächtnisse einige Dinge anvertrauet hat.

Allein bey Landesvermessungen muß vor allen Dingen ein genaues und systematisches Manual gehalten werden, und die Entwürfe auf dem Meßtische selbst müssen so reinlich aufbewahret und deutlich gezeichnet werden, daß man sie auch noch nach mehreren

Wo-

Wochen, ohne Gefahr zu irren, und ohne daß man genöthiget wäre, wieder auf das Feld hinaus zu gehen, auftragen und ausarbeiten kann.

Wie eine Flurcharte zu berichtigen sey.

§. 257. Ehe man die einzelnen Entwürfe ins Reine bringt, und auf die Charte trägt, müssen sie eine Prüfung aushalten, die gewöhnlich denen vorgeschrieben ist, die die obere Aufsicht über die Landesvermessung haben.

Daß man sich nicht immer auf die Feldmesser verlassen könne, ist eine bekannte Sache — und eben darum wird einem Vermessungskommissair, der die nöthigen Kenntnisse hat, der Auftrag gegeben, nicht nur die Werkzeuge der Feldmesser zu prüfen, z. E. die Einförmigkeit der Ketten, durch Hülfe einer Proberuthe zu untersuchen, die gefundenen Abweichungen zu verbessern, besonders wenn sich durch Länge der Zeit die Ketten abgenutzet hätten, die Magnetnadeln zu berichtigen u. dgl., sondern auch die einzelnen Entwürfe der Feldmesser selbst zu untersuchen, und ihre Uebereinstimmung mit den zugehörigen Grundstücken zu bescheinigen (s. die Instruction

der Landmesser im Königreich Preussen, §§. 6. 9. 10. 23.).

Diese Prüfung zu bewerkstelligen, werden erst einige vorzügliche Linien und Winkel auf dem Grundrisse mit den zugehörigen auf dem Felde verglichen, und nachgemessen — und das vorzüglich in solchen Gegenden der Flur, wo etwa die meisten Schwierigkeiten statt gefunden haben, also besonders in unebenen und sehr durchschnittenen Gegenden. — Vorzüglich mißt man auch einige Linien, welche nicht unmittelbar aufgetragen worden sind, und vergleicht sie mit denen auf dem Risse.

Entweder finden sich nun so beträchtliche Abweichungen, daß ein ganzes Stück von Neuem vermessen werden muß, oder die Fehler sind von der Beschaffenheit, daß man sie in der Ausübung für Nichts gelten lassen, oder etwa corrigiren und vertheilen kann; — wozu dann die Theorie die nöthigen Mittel an die Hand geben muß.

Um sich auf einem Risse von der Richtigkeit der einzelnen Felderabtheilungen zu versichern, so ziehe man durch zwey, so weit als nöthig, von einander entfernten Punkte, queer durch die Flur eine gerade Linie; eben diese gerade Linie ziehe man durch die correspondirenden Punkte auf dem Grundrisse, messe,

messe, von ihrem Anfangspunkte angerechnet, die Entfernungen ihrer Durchschnitte mit den Scheidungsgränzen einzelner Felder, und vergleiche sie mit denen auf dem Risse. — Dann wird sich bald zeigen, wo eine Verbesserung vorzunehmen ist, und welche Grundrisse zum Auftragen auf die Feldcharte tauglich sind. Mehrere und öftere Prüfungen dieser Art gewöhnen dann auch nachlässige Feldmesser zu mehr Ordnung und Aufmerksamkeit bey der Aufnahme der einzelnen Plane.

XXII.

XXII. Kapitel.

Von der Ausarbeitung einer Flurcharte.

§. 258. Durch eine Flurcharte muß man in den Stand gesetzt werden, alle einzelnen Gegenstände der Feldmark aufs deutlichste, auch ohne weitläuftige Beschreibung, von einander zu unterscheiden. Es wäre zu wünschen, daß alle Feldmesser gewisse Gegenstände auf eine und dieselbe Art bezeichneten. — In den preussischen Staaten sind den Feldmessern ausdrücklich die Zeichen vorgeschrieben, deren sie sich in den Flurcharten bedienen sollen, auch selbst die Farben, womit diese oder jene Gegenstände illuminirt werden sollen. — Eben so bestimmte Vorschriften findet man auch in der Weimarischen Instruction für Feldmesser. Wo aber solche Bezeichnungen noch nicht eingeführt sind, da ist es eine Pflicht des Feldmessers, jedesmal etwa an dem Rande der Charte die von ihm gebrauchten Zeichen mit gehöriger Erläuterung beyzufügen.

Wir wollen, was die Bezeichnung der einzelnen Theile einer Flur betrift, uns meistens nach der preussischen Verordnung richten.

Vor-

Vors erste muß ich aber etwas von den zur Ausarbeitung der Risse nöthigen Geräthschaften und Farben beybringen. Hieher gehören.

I. Fein geschnittene Rabenfedern und Bleystifte. Letztere müssen weder zu hart, noch zu weich seyn. Die englischen werden für die besten gehalten. Wenn das Reisbley steinigt ist, oder sich bröckelt, daß man es zu oft spitzen muß, oder zu weich ist, daß die damit gezeichneten Linien auf dem Papiere leicht verlöschen, und dasselbe beschmutzen, so ist es zu Rissen nicht brauchbar. Doch muß das Reisbley auch nicht zu fest auf dem Papiere haften, weil sonst die Linien Eindrücke auf dem Papiere zurücklassen, auch sich nicht leicht mit Semmel oder elastischen Gummi wieder wegreiben lassen.

II. Verschiedene Gattungen von groben und feinen Pinseln. Sie müssen folgende gute Eigenschaften besitzen. 1) Müssen sie fest gebunden und geleimt seyn. 2) Wenn man sie durch den Mund ziehet, müssen sich die Haare in eine Spitze versammlen, und gut beysammen bleiben, ohne daß einzelne Haare hin und wieder ausser der Ordnung hervorstehen. In Ermangelung dieser Eigenschaft muß man, vermittelst einer Scheere, und einer feinen Zange, die unnöthigen Haare

theils

theils abschneiden, theils ganz ausziehen. 3) Müssen die Haare nicht zu lang seyn.

Diejenigen Pinsel, die in Augspurg und München verfertiget werden, sind von vorzüglicher Güte.

Der Stiel, woran man den Kiel eines Pinsels stecket, muß eine proportionirliche Dicke und Länge haben.

Man hat noch eine besondere Art von Pinseln, die man Scarpien oder Bergpinsel nennet; Man weichet den Kiel eines gewöhnlichen etwas starken Pinsels, da wo die Haare in ihm zusammen geleimt sind, etwa eine Stunde lang in Wasser ein. Klemmt hierauf den Pinsel, nachdem man ihn etwas breit gedrückt hat, in einen Schraubstock, oder bringt ihn zwischen eine Presse, bis er trocken geworden ist. Wenn man ihn heraus nimmt, so wird er ganz platt gedrückt seyn. Ihn beständig so zu erhalten, legt man einen Bund von dünnem Blech in der Gegend, wo die Haare zunächst im Kiele stecken, um den Pinsel herum. — Beym Gebrauche zieht man ihn, nachdem er in zureichend starke Tusche eingetaucht worden, durch einen engen elfenbeinernen Kamm, damit sich die Haare in mehrere kleinere Pinsel theilen, und be-

dient

dient sich alsdann desselben, mehrere Striche auf einmal zu machen, welches bey Schraffirung der Berge, die Zeit zu ersparen, viele Bequemlichkeiten haben soll.

Einige Uebung gehört freylich dazu, wenn vermittelst eines solchen Bergpinsels die Schraffirung recht gut ins Auge fallen soll. Man muß die Vorsicht gebrauchen, ihn nach jedesmaliger Füllung mit Tusche, vorher auf einem Papiere zu probieren, ob die Striche recht sauber ausfallen. — Aber auch bey dieser Vorsicht ist es oft nicht zu vermeiden, daß nicht die Striche an einem unrechten Orte etwas zu stark ausfallen, und den Riß verunzieren. —

Weit sauberer zeichnet man die Berge vermittelst einer bloßen Rabenfeder, und eines mäßig feinen, gewöhnlichen Pinsels. — Einige Uebung gehört freylich dazu, und die nöthigen Handgriffe muß man sich dabey selbst zeigen lassen — aber die Arbeit geht doch noch ziemlich geschwind von statten, wenn man gleich nur einen Strich nach dem andern macht. — Ein anderer Vortheil beym Gebrauche der bloßen Rabenfedern und eines gewöhnlichen Pinsels, bestehet darinnen, daß man, nach Erforderniß der Umstände, die Striche vollkommen in seiner Gewalt hat, sie

schwä-

schwächer und stärker machen kann, wie es Schatten und Licht, nach den verschiedenen Wendungen und Lagen eines Berges, zu erfordern scheinen, welches bey einem Scarpiepinsel kaum zu erhalten stehet. — Indessen kann man auch mit dem Gebrauche des Bergpinsels einen andern Pinsel verbinden, und das ergänzen, was sich mit dem erstern nicht vollkommen erhalten läßt.

III. Die Farben, deren man sich zum Illuminiren bedient, können theils Saftfarben, theils erdigte Farben seyn. — Erstere soll man so wenig als möglich brauchen, weil sie in kurzer Zeit verschiessen, und die Unbequemlichkeit haben, daß, wenn man z. E. eine neben die andere anlegen will, sie gar zu leicht zusammen fliessen, und dadurch den Riß verunstalten. —

Ich will hier die brauchbarsten kürzlich anführen.

Zur schwarzen Farbe bedient man sich der Tusche. Eine Probe von deren Güte ist 1) wenn sie die Farbe zart abläßt, indem man sie, naß gemacht, über die Hand zieht, 2) wenn Linien, mit der Reisfeder gezogen, recht fest an dem Papiere hängen, und nicht auslöschen oder unsauber werden, wenn man, nachdem sie trocken geworden, mit einem nassen Pinsel darüber fährt; 3) wenn die Tusche an ihrem

Bru=

Bruche einen Goldglanz spielen läßt, und so auch, wenn man sie abgerieben, und in einem Schälchen hat trocken werden lassen; — 4) wenn sie sich nicht gar zu leicht abnutzet; 5) beym Abreiben mit einem Finger recht geschmeidig anzufühlen ist, keine gröbern Körner und Rauhigkeiten zeigt u. dgl. mehr.

Diese Eigenschaften finden sich bey der feinen chinesischen Tusche. — Gewöhnlich hat sie auch einen Bisamgeruch. — Doch darf man sie daraus nicht allein beurtheilen, so wie auch nicht aus den sich etwa darauf befindlichen chinesischen Charakteren.

Gewöhnliche Tusche werden auch in Deutschland, Frankreich, und andern Gegenden verfertigt — und diese sind ebenfalls, in Absicht ihrer Güte, darnach zu beurtheilen, ob sie zart sind, und die Farbe fest genug auf dem Papiere sitzen lassen.

Unter den rothen Farben ist vorzüglich der Carmin zu geometrischen Rissen brauchbar. — Man muß ihn zum Gebrauche mit etwas arabischen Gummiwasser, Candiszucker, oder auch Citronensaft, auf einem gläsernen Reibsteine zubereiten, und in einem Schälchen aufbewahren. Die Güte desselben ist sehr verschieden — der schönste hat eine brennende

und lebhafte Farbe — der schlechtere fällt ins Violette, und ist zu Nichts nütze.

Der Florentiner Lak ist ebenfalls zu Rissen vortheilhaft zu gebrauchen. — Man kann eine Art rother Tusche daraus verfertigen, wenn man ihn mit vielem arabischen Gummi anreibt, und nachdem die zart geriebene Masse durch zureichendes Abtrocknen etwas dick geworden, Stücke in Gestalt einer Tusche daraus formirt.

Hieher die Pfannenschmidtischen Farbentusche, welche in Hannover zu haben sind, und auch an andern Orten verkauft werden. In Nürnberg werden dergleichen auch verfertigt. In Leipzig, in der Rostischen Kunsthandlung, sind englische Farbentusche in Kästchen zu unterschiedenen Preisen zu haben.

Zur blauen Farbe ist das Berliner Blau am dienlichsten; man behandelt es wie den Florentinerlak, und macht eine schöne blaue Tusche daraus.

Andere blaue Farben, Bergblau, Indigo u. dgl. kann man entbehren. — Blaue Saftfarben darf man gar nicht gebrauchen, weil sie mit der Zeit alle ins Violette schiessen, und zu Vermischungen gar nicht dienen.

Als gelbe Farbe empfiehlt sich vorzüglich Gummigutti, wie auch gebranntes Schüttgeld, woraus sich eine schöne gelbe Tusche verfertigen lässet.

Grüne Farben sind theils aus Vermischungen, z. E. aus Gummigutti und Berlinerblau, recht schön und nach verschiedenen Schattirungen zu erhalten, ie nachdem man mehr Gelb oder Blau darunter mischet, theils sind sie auch an sich vorhanden. — Das Saftgrün ist von vorzüglicher Güte in Nürnberg zu bekommen. — Doch schießt es in der Folge etwas, und wird gelblicht, hat auch die Unbequemlichkeit, daß man keine andere Farbe darneben legen darf. Größere Plätze darf man nicht damit illuminiren; Etwa Grasbüschelchen auf Wiesen u. dgl. kann man damit anlegen.

Brauchbarer ist das distillirte Grünspan, welches man in den Apothecken auch als grüne Dinte bekommen kann. — Es verschießt zwar nicht, frißt aber leicht das Papier durch, wenn es nicht mit einer zureichenden Menge Wassers geschwächt wird. Mit etwas Saftgrün vermengt, giebt es eine vortrefliche und haltbare grüne Farbe.

Braune Farben erhält man nach unterschiedenen Schattirungen, aus der Vermi-

schun-

schung von Carmin, Gummigutti, und schwarzer Tusche, wie auch durch Hinzusetzung von etwas Berlinerblau. Biester = oder Ofenruß schießt durchs Papier. — Braune Farben aus Caffee, Nußschaalen u. dgl. kann man füglich entbehren.

Durch Vermischungen aus roth und gelb, roth und blau u. dgl. erhält man allerley Mitteltinten, die nach Erforderniß brauchbar seyn können. Versuche werden einen jeden selbst belehren, nach welchem Verhältniß diese oder jene Mischung vorgenommen werden muß. Pfannenschmidts Versuch einer Anleitung zum Mischen aller Farben aus blau, gelb und roth, herausgege: von E. R. Schulz (Hannover 1781.).

Von allen diesen Farben, wird beym Gebrauche eine zureichende Menge in Schälchen von Glas oder Porzellain, mit Wasser verdünnt und aufgeweicht. Man muß aber eine Farbe, die in einem Schälchen schon trocken geworden ist, nicht von Neuem mit Wasser aufweichen, und zum Illuminiren gebrauchen, weil sich leicht Staub und Unreinigkeiten angesetzt haben könnten, die der Schönheit des zu verfertigenden Risses nachtheilig seyn würden. —

Die aufgeweichten Farben, muß man vor jedesmaliger Eintauchung des Pinsels, umrühren, damit sie beständig in gleicher Stärke bleiben, und keinen Bodensatz verursachen.

Zuweilen muß etwas gezeichnetes wegradirt werden. Damit nun die radirte Stelle wieder zum Gebrauch tüchtig werde, so kann man sie mit elastischen Harze abreiben, oder mit etwas Gummiwasser u. dgl. bestreichen. Hat man starkes holländisches Papier zu dem Risse genommen, so lassen sich Tuschlinien u. dgl. sehr oft auch blos mit dem Pinsel wieder wegwaschen.

Ueber die Schönheit eines illuminirten Grundrisses.

§. 259. I. Soll ein Riß schön ins Auge fallen, so müssen 1) alle Linien und Punkte mit der Reisfeder so zart, als möglich, gezeichnet seyn, 2) dürfen die Farben nur so blaß aufgetragen werden, als es ohne Nachtheil der Deutlichkeit des Risses, und der durch die Farben von einander zu unterscheidenden Gegenstände geschehen kann. — Daß man sich dabey aller möglichen Sauberkeit im Auftragen befleißigen müsse, versteht sich von selbst. Ueberhaupt werden stark aufgetragene Farben dem Risse allemal ein häßliches Ansehen geben.

3) Muß man suchen, der natürlichen Farbe eines jeden Gegenstandes so nahe, als möglich, zu kommen. — Von dieser Vorschrift gehet man indessen aus andern Ursachen unterweilen ab, und Feldmesser müssen sich da nach den von dem Landesherrn festgesetzten Vorschriften richten. Mauren z. E. roth zu färben, ist der Natur nicht gemäß, als in dem Falle, wenn sie mit Backsteinen aufgeführt wären, u. s. w.

4) Wird man durch Schatten und Licht, theils vieles zur Deutlichkeit und besserer Unterscheidung einzelner, besonders erhöheter und vorspringender Gegenstände beytragen, theils dem Risse ein kräftigeres und lebhafteres Ansehen geben. Durch geschickte Vertheilungen von Licht und Schatten, wird man überhaupt dem Risse eine gewisse Haltung verschaffen, die sich aber nicht durch gedruckte Vorschriften erklären läßt, sondern durch vielfältige Uebung aus zweckmäßigen, und von geschickten Feldmessern mit Geschmack ausgearbeiteten Mustern erlernet werden muß.

Immer wird man freylich dabey überlegen müssen, daß ein geometrischer Riß seiner Absicht nach kein Gemälde seyn soll. Daher denn

Schat-

Schatten und Licht.

11. Vollkommen nach perspectivischen Regeln zu zeichnen, eine Arbeit seyn würde, die man weder verlangen, noch dem Feldmesser belohnen würde. — Wenn man sich beym Schatten in einem geometrischen Risse nur ohngefähr nach der Gestalt und Höhe eines Körpers, und nach der Direction der einfallenden Lichtstrahlen richtet, so wird es zureichend seyn. Das Allgemeine davon wäre etwa folgendes:

Licht, welches von einem leuchtenden Körper ausgehet, bewegt sich nach geraden Linien. — Stößt es an einen dunkeln Körper, so wird es aufgehalten, und hinter dem Körper ist ein Raum, wo keine Lichtstrahlen hintreffen, wo also Schatten ist. Daß sich dieser nach dem Körper selbst, nach der Richtung des einfallenden Lichtes, nach der Lage der Fläche, worauf der Schatten geworfen wird u. dgl., bestimmen werde, erhellet von selbst. — Genau die Figur des Schattens zu zeichnen, lehrt die Perspectiv. — In geometrischen Rissen ist es zureichend, ihn nur ohngefähr nach dem Augenmaaße anzugeben.

Eigentlich wäre es nun einerley, nach welcher Richtung man das Licht einfallen las-

lassen wollte. Es ist aber allgemein angenommen, daß das Licht ohngefähr parallel mit einer Linie einfalle, welche von der linken Seite her, etwa unter einem Winkel von 45°, gegen die untere Gränze des Vierecks, womit ein Riß gewöhnlich umfasset wird, geneigt ist. So werden also alle erhabenen Gegenstände ihren Schatten mit dieser Linie parallel nach der rechten Hand zu, werfen. Wie ohngefähr aus (Fig. VIII.) bey v, w. zu ersehen ist.

Gegenstände, worauf die Lichtstrahen schief auffallen, werden nicht so stark erleuchtet, als solche, auf die das Licht senkrecht auffällt, welche Vorschrift besonders beym Anlegen der Berge, nach ihren verschiedenen Abdachungen, Wendungen u. dgl. zu empfehlen ist, um ihnen, so viel als möglich, ein natürliches Ansehen zu geben.

Auftragung der Farben.

§. 260. Hiebey sind folgende allgemeine Vorschriften zu merken;

I. Wenn man eine beträchtliche Fläche mit Tusche oder Farbe, gleichförmig zu überlegen hat, so muß man keine weissen Punkte und Streifen auf ihr stehen lassen, die in

dem

dem Schälgen abgeriebene Farbe beständig in gleicher Stärke erhalten, sie bey jedesmaliger Füllung des Pinsels wieder umrühren, den Pinsel übrigens nicht zu voll füllen, und die Farbe so geschwind, als möglich, auftragen, damit keine Ungleichheiten und Flecken zu befürchten sind, und alles recht gleichförmig in einander fliesse.

II. Wenn man eine Fläche so tuschen soll, daß ein starker Schatten sich allmählig in das Helle verliehre, welches man eine Farbe verwaschen nennet, so legt man erstlich da, wo der stärkste Schatten hinkommen soll, z. E. längst ac (Fig. VIII.), einen mäßig breiten Streifen an, nimmt nun einen Pinsel, der mit bloßem Wasser gefüllt ist, und vertreibt oder schwächt die aufgetragene Farbe ac nach der Gegend m zu, nach welcher sie sich ins Helle verlaufen soll, immer mehr und mehr, so aber, daß der allmählige Uebergang vom Dunkeln ins Helle so wenig, als möglich, abgesetzt erscheine. — Hiebey muß man eine fertige Hand haben, und niemals irgendwo die Farbe trocken werden lassen, als bis sie völlig vertrieben ist. Die Arbeit gehet noch besser von statten, wenn man vorher die zu verwaschende Ebene ganz mit einem mit bloßem Wasser gefüllten Pinsel anfeuchtet.

III. Ehe man die Schatten anlege, müssen erst alle Farben aufgetragen seyn. — Alsdann kann man durch geschickte Anbringung proportionirlicher Schatten, durch Linien, die an der Schattenseite etwas stärker ausfallen müssen (Drucker) u. dgl., dem Risse die erforderliche Lebhaftigkeit und Haltung verschaffen.

IV. Große Flächen, z. E. Wiesen, Heyden u. dgl., müssen vorher ganz mit Farbe überlegt werden, ehe man kleinere Gegenstände, Bäume, Grasbüschelchen u. dgl., die eine ähnliche, aber etwas dunklere Farbe bekommen, hinein zeichnet. — Große Stellen werden überhaupt blaß angelegt, kleinere darauf befindliche Gegenstände immer etwas dunkeler. Auch müssen die Berge vorher völlig ausgearbeitet seyn, ehe Waldungen, Aecker u. dgl. darauf gezeichnet werden.

V. Die Schatten kann man meistens mit bloßer Tusche anlegen, die aber nicht so stark aufgetragen werden darf, daß die Grundfarbe derjenigen Fläche, worauf der Schatten fällt, dadurch verdunkelt wird. Es muß nemlich aus dem Schatten allemal die Grundfarbe des Gegenstandes, worauf er fällt, zu erkennen seyn. Man kann aber auch oft den Schatten durch Auftragung einer etwas dunkleren Farbe, als diejenige ist, worauf der Schat-

Schatten fällt, ausdrücken. — Die mit Tusche angelegten Schatten haben aber in den meisten Fällen ein natürlicheres Ansehen, und machen den Riß nicht so bundscheckigt.

Von der unterschiedenen Bezeichnungsart einzelner Gegenstände in einer Flur, und deren Illuminirung.

§. 261. Nachdem wir das allgemeinste von den Farben und deren Behandlung beygebracht haben, so folgen nun die zur Ausarbeitung eines Risses erforderlichen Bezeichnungen u. dgl., wodurch man bequem die Gegenstände auf einer Feldcharte von einander unterscheiden, und ihre Bedeutung wissen kann.

I. Wiesenplätze werden grasgrün angelegt, wozu man sich einer Vermischung aus Gummigutti und blauer Tusche, oder aus Grünspan und Saftgrün bedienen kann. Alsdann werden kleine zerstreute Grasbüschelchen mit einem etwas dunklern Grün darauf verzeichnet. So nemlich werden die dreyschürigen Wiesen illuminirt. Zweyschürige legt man mit blaßgelber Farbe an, und macht grüne Streifen mit Grasbüschelchen darauf.

Einschürige werden blos grün gestreift, und der Grund bleibt weiß.

Hüt und Weide legt man, im Falle sie ganz begraset ist, blaßgrün an, und macht einzelne zusammengesetzte Pünktgen darauf. Man sehe (Tab. II.) die Gegend um den Weiher herum. Ist Heide untermengt, so werden hin und wieder bräunliche Streifen mit Punkten hervor scheinen müssen.

Torfbruch wird mit matter Tusche illuminirt.

Sandschollen blaßgelb, mit dunkelgelben oder röthlichen Punkten.

Mohrgrund wird dunkelgelb angelegt, und mit blauen kurzen Streifen versehen, im Falle Wasser darauf stehet.

Moräste werden durch feine kurze Parallelstriche, und darauf gezeichnete Pünktgen angedeutet.

Weiher werden längst ihren Ufern mit einer Tuschlinie, die an der Schattenseite etwas stärker ausfallen muß, und dann mit flammenweise gezogenen Parallelstrichen entworfen, und mit einer blassen blauen Farbe illuminirt. Hin und wieder hervorstehendes Schilf kann man der Natur gemäß darauf zeichnen.

II. Aecker werden längst ihren Scheidungslinien mit Tusche ausgezogen, in Rücksicht ihrer verschiedenen Eintheilung in Sommer-

mer=Winter und Brachfeld aber mit folgenden Farben bemerkt.

1) Das Sommerfeld wird da, wo es an Winter= oder Brachfeld anstößt, mit einem gelben

2) das Winterfeld mit einem braunen, und

3) das Brachfeld mit einem schwärzlichen Gränzstreifen umfasset. In Rücksicht der innerhalb solcher Schläge befindlichen einzelnen Aecker, wird gutes Weizenland mit mattem Carmin ganz überlegt, Gersten= oder ordinaires Weizenland hingegen längst den Furchen nur rothgestreift. — Gutes Roggenland läßt man mattbraun überlaufen, hingegen schlechtes, oder Haferland, nur mit dergleichen Streifen längst den Furchen versehen. Dreyjähriges Land wird ganz mattgelb, und sechsjähriges mit dergleichen Streifen längst den Furchen angelegt. Das ganz unbrauchbare wird weiß gelassen.

Andere Felder werden ihrer Güte nach eingetheilt in

Gutes Gartenland, (blaßroth mit grünen Streifen).

Mittelmäßiges, (braun mit grünen Streifen).

Schlech=

Schlechtes, (gelb mit grünen Streifen).

III. Bey Ausarbeitung der Wälder, werden die Bäume ohngefähr nach der Figur ihrer Kronen ausgedrückt. Eichen, mit einer etwas spitzgezackten Krone (S. Tab. II. längst des Felsendorfer Weges); Buchen, mit einer runden Krone (das. am Wege nach Mariengarten); Elsen, länglicht zugespitzt, und nur auf einer Seite gezackt, (das. am Wege nach Waldheim); Fichten und Tannen, wie das. längst der Landstrasse nach Nordfeld zu sehen ist. Weiden zeigen sich längst des Flusses (Tab. II.).

Beym niedrigen Gehölz, läßt man die Stämme an den Bäumen weg, und zeichnet immer zwey Stauden neben einander, wie auf (Tab. II.) auch hin und wieder zu sehen ist.

Wenn man indessen nicht immer die Mühe darauf wenden will, die Kronen nach ihren verschiedenen Gestalten zu zeichnen, so legt man sie durchaus auf einerley Art an, und unterscheidet vielmehr die verschiedenen Holzarten, nach dem Grund und Boden, worauf sie stehen. — Also mache man den Grund, wo Eichen stehen, blasgelb; Buchen lasse man auf bräunlichen, Fichten auf blaßdunkelgrünnen, Elsen auf blassen hellgrünen Boden stehen.

hen. Wo vermischtes Holz stehet, wird der Boden nach den verschiedenen Holzarten gestreift. — So z. E. wo Eichen und Fichten beysammen sind, legt man den Grund blaßgelb an, und versiehet ihn mit dunkelgrünen Streifen u. s. w.

Die Bäume selbst werden nun an ihrer rechten Seite schattiret, und mit dem auf den Boden fallenden Schatten versehen.

Es ist eigentlich wider die Natur eines Grundrisses, an den Bäumen Stämme zu verzeichnen. — Allein der Deutlichkeit halber, um sie vom Buschholz zu unterscheiden, mag man diesen Fehler, so wie auch andere ähnliche, wohl erlauben. Indessen könnte man auch die Stämme weglassen, und sie in dem Schatten ausdrücken, den die Bäume werfen.

IV. Bey Flüssen und Strömen ist folgendes anzumerken.

Nachdem man durch Tuschlinien die Ufer verzeichnet hat, so legt man den ganzen Fluß gleichförmig mit einer so blaßgrünen Farbe an, daß sie kaum vom Weissen zu unterscheiden ist, und schraffirt den Fluß längst den Ufern, mit ganz zarten bläulichten, nach der Richtung des Stromes fortlaufenden, geschlängelten Linien, die nach der Mitte zu sich

im=

immer mehr verliehren, und an der Schattenseite etwas stärker gemacht werden. Man bedient sich dazu am besten eines Pinsels. Ehe man mit solchen Linien schraffirt, kann man auch längst den Ufern vorher eine ganz blaße blaue Farbe anlegen, und sie nach der Mitte des Stromes hin verwaschen.

Inseln, werden nach Verhältniß ihrer Produkte illuminirt.

Sandbänke, werden bräunlicht, mit zarten, schwarzen oder rothen Pünktchen angelegt.

Bey x (Fig. IV. Tab. I.) ist eine hölzerne Zugbrücke zu sehen.

Bey q eine massive Brücke.

Bey t eine Durchfarth.

Bey u eine Fähre, sie wird an beyden Seiten des Ufers durch kleine Häuserchen oder Vierecke angedeutet, von denen eine Linie über den Strom gehet, das Seil auszudrücken, an dessen Mitte die Fähre erscheint.

Bey g eine Schiffmühle.

Bey h eine gewöhnliche Mühle.

Bey l eine Schleusse.

Bey $\lambda\mu\nu$ ist durch eine punktirte Gränze die Inundationslinie ausgedrückt; in dem Manuale wird das Jahr angesetzt, in welchem

chem sie sich bis an die angezeigte Gränze erstrecket hat.

V. Die Verzeichnung der Berge lernt man am besten aus unmittelbarer Vorzeigung der hierzu nöthigen Handgriffe. — n (Fig. VIII.) zeigt ohngefähr die Gestalt eines mit einer Feder schraffirten Berges. Am saubersten fällt die Zeichnung eines Berges aus, wenn man ihn erst längst seiner Abdachungen mit blasser Tusche verwäscht, wo die Schatten hinfallen, etwas stärkere Tusche aufträgt, und nun vermittelst eines mäßigen mit Tusche gefüllten Pinsels, nach Maasgabe der verschiedenen Gründe und Wendungen, mit zarten geschlängelten Linien darüber her schraffiret, wo sich denn diese Linien nach dem Thale zu immer mehr und mehr verlaufen und schwächer werden müssen. — Dabey muß man auch die verschiedenen Kuppen, Felsenwände u. dgl. ihrer Natur gemäß auszudrücken suchen, wo denn alles desto schöner ausfallen wird, mit je mehrerer Auswahl und Kenntniß die Schatten hin und wieder angebracht sind.

Waldungen werden auf die Berge verzeichnet, nachdem letztere erst völlig ausgearbeitet sind.

Bergwerke werden durch viereckigte Gruben, oder Schachte angedeutet, wobey die

chemischen Zeichen der Metalle gesetzt sind, die sie enthalten (Fig. VIII. bey ☉. ☽)

Weinberge werden wie in (Fig. VIII.) bey h gezeichnet.

Hopfengärten, wie das. bey y.

VI. Gebäude werden nach geschehener Umfassung mit Carmin angelegt, und gehörig schattirt, ohngefähr wie (Fig. IX.) ausweiset.

Auf ökonomischen Charten muß man auch die vornehmsten Gebäude einer Stadt oder eines Dorfes sogleich aus der Zeichnung zu erkennen im Stande seyn, daher denn neben das Viereck, welches das Gebäude vorstellet, ein schickliches Zeichen zu setzen ist. Z. E. neben einer Kapelle ein Kreuz, neben einer Kirche den Kirchhof mit Kreuzen, neben einem Gasthof eine Fahne, neben einer Ziegelhütte einen rauchenden Ofen, nebst einer daran befindlichen langen Scheure u. dgl. Herrschaftliche Gebäude werden mit einem etwas stärkern Roth illuminirt.

VII. Endlich ist noch die Bezeichnungsart der Wege, Gränzen u. dgl. beyzubringen.

Wege werden überhaupt bräunlich angelegt.

Ein bloßer Fußsteig wird durch eine punktirte Linie ausgedrückt. Feldwege durch

zwey

zwey neben einander gelegte Linien, davon die eine punktirt, die andere ordentlich ausgezogen ist. M. S. (Tab. II.) z. E. den Weg nach Holzdorf.

Landstrassen, wie daselbst längst v z a.

Postwege bestehen aus zwey neben einander laufenden Parallellinien.

Hohlwege werden wie bey h D (Tab. II.) verzeichnet.

Wildbahnen durch zwey mit einander parallel laufende Linien, davon eine gezackt aussiehet, f g (Tab. II.),

Gewöhnliche Holzwege, werden durch einfach gezogene Linien angedeutet.

Gränzen werden blos punktirt und mit Carmin überlegt — wo denn die Punkte stärker oder schwächer ausfallen müssen, je nachdem sie Haupt- oder Special-Gränzen bedeuten sollen.

Alle Wege und Gränzen werden nun zuerst verzeichnet, ehe man an die übrige Ausarbeitung der Charte schreitet. — Der Deutlichkeit wegen soll man auch die den Gränzen der Feldmark nahe liegenden fremden Grundstücke ohngefähr mit auf die Charte bringen, und deren Benennungen anzeigen.

Ferner sollen an die Gränzmale auf der Charte, übereinstimmend mit den zugehörigen

auf

auf dem Felde, Nummern gesetzt werden, und damit in Rücksicht der Gränzen künftig keine Verrückung zu befürchten sey, so soll noch eine besondere Gränzcharte, worauf nemlich der bloße Umfang der Feldmark kömmt, entworfen, und bey jedem Gränzmale angemerkt werden, wie weit es von dem nächsten abstehe, wie auch, was es mit den beyden benachbarten für einen Winkel mache.

Gränzhügel werden durch einen kleinen Kreis, und

Gränzsteine durch ein kleines Viereck bezeichnet.

Hecken werden so verzeichnet, wie es längst $\psi \rho$ an dem Dorfe (Tab. II.) zu sehen ist. Man kann sie grün anlegen.

Anmerkungen.

§. 262. I. Das Bisherige wird zulänglich seyn, die gewöhnlichsten Gegenstände auf einer zum ökonomischen Gebrauch eingerichteten Feldcharte zu verstehen. — Andere Zeichen, die besonders in geographischen und militärischen Charten üblich sind, findet man sehr vollständig in Hrn. Kefersteins Anweisung zu practisch geometrischen Zeichnungen 2c. 2c. Leipzig 1778., aus welchem nützlichen Buche auch die bisherigen

gen ökonomischen Zeichen, so wie sie der königl. preuß. Verordnung gemäß seyn sollen, meistens genommen sind. Von den geographischen wird in der Folge noch etwas vorkommen; Militärische Charten gehören nicht zu meiner Absicht. Indessen kann man über das Zeichnen militairischer Charten nachsehen: deutliche und gründliche Anweisung, wie man das militairische Aufnehmen nach dem Augenmaaß ohne Lehrmeister erlernen könne, von einem königl. preußl. Ingenieur (Dessau u. Leipzig in der Buchhandlung der Gelehrten 1782.).

Lucas Vochs Kunst Situationsplane mit Hülfe einer besonders dazu verfertigten Schreibtafel auf verschiedene Arten aufzunehmen und zu zeichnen. Augspurg 1774.

Die Situationszeichnung für Soldaten von F. Shienert (Lieutn. im Preußl. Feldartillerie Corps) Berlin. 1806. 13 Kupfert.

II. Zur Zierrath der ausgearbeiteten Feldcharte, kann man zur Seite eine schickliche Kartousche anbringen, worauf man den Namen der Feldmark, den verjüngten Maasstab und andere Dinge verzeichnet.

Die

Die Richtung der Magnetnadel, und die Weltgegenden auf dem Risse, kann man auf einer sauber gezeichneten Magnet-Rose darstellen.

Namen einzelner Gegenstände, müssen zierlich und mit einer gewissen Wahl auf die Charte geschrieben werden. — Indessen muß man sie so viel, als möglich, ersparen, weil viele Namen allemal den Riß verunzieren. — Man siehet auch schon hieraus, wie sehr die Einführung bestimmter Zeichen dabey zur Abkürzung diene.

Die nöthigen Handgriffe zur geschickten Ausführung eines Risses, muß man übrigens durch Uebung erlernen. — Durch die bisherige Anweisung hoffe ich das allgemeinste davon gesagt zu haben. — Wie nöthig aber einige Fertigkeit im Zeichnen, auch bey Verfertigung geometrischer Risse sey, wird ein jeder bey der wirklichen Handanlegung selbst empfinden.

Einige Bücher, die man dabey zu Rathe ziehen kann, sind z. E. ausser den in (I) bereits angeführten.

Der zur Verfertigung schöner Risse getreulich anweisende Ingenieur. Frankf. 1755.

F.

F. W. Krazensteins Abhandlung von Verfertigung schöner und accurater Risse in der Feldmeß- Artillerie- Kriegs- und bürgerlichen Baukunst rc. rc., ingleichen von den dazu gehörigen nothwendigen und guten Instrumenten rc. rc. Nürnberg 1766. Die illuminirten Muster bey diesen zwey Büchern sind aber nicht sehr gut gerathen.

Bey Hrn. Professor Meinerts Anfangsgr. der Feldmeßkunst befindet sich eine illuminirte Kupfertafel, welche sehr dienlich ist, das bisherige zu erläutern. Auch des Hrn. Prof. Koppelts unten (S. 263.) genanntes Urbarium kann hierzu gebraucht werden, wiewohl die Farben etwas zu stark aufgetragen worden sind.

Die Beschreibung des fürstl. Anhalt-Dessauischen Landhauses und englischen Gartens zu Wörlitz, von August Rode, mit 5 Kupfertafeln (Dessau 1788.), enthält vortrefliche Muster und Beyspiele von Zeichnungen englischer Gärten, wovon vieles auch zu Feldmesser-Rissen gebraucht werden kann.

Hogreve practische Anweisung zum planimetrischen Vermessen der Feld-

Feldmarken, und wie davon die Charten auszuarbeiten, zu berechnen, und die Vermessungsregister einzurichten sind mit 12 großentheils illuminirten Kupfertafeln 4°. Hannover 1799 (4 rthl. 6 gr.) ist vorzüglich zu empfehlen.

Anleitung zur mathematisch-topographischen Zeichnungslehre zum handleitenden und Selbstunterricht, nach eignem System bearbeitet von J. C. F. v. Gerstenberg, Prof. in Jena. (4 Rthl.) mit 5 Kupfert. 1812.

Anweisung zum richtigen Erkennen und genauen Abbilden der Erdoberfläche in topographischen und Situations-Planen von J. G. Lehmann, Königl. Sächs. Major — (2 rthl. 18 gr.) mit 7 Kupfert. 1812. Vorzüglich instructiv in Rücksicht der Zeichnung der Berge, nach ihren verschiedenen Höhen, Abdachungen u. dergl., nach einem eigenen System, wovon jedoch eben nicht häufig Gebrauch gemacht werden dürfte.

XXIII. Kapitel.

Nähere Beschreibung einer Feldcharte, nebst der Einrichtung eines Vermessungs-Registers.

§. 263. I. Einem Landesherrn, welcher von der ökonomischen, kameralistischen, und physikalischen Beschaffenheit einer Flur deutliche Kenntniß haben will, würde mit einer blossen Charte, ohne beygefügte Beschreibung, wenig gedient seyn. Es müssen also nothwendig ausser den eigentlichen Feldmessern, auch Männer als Gehülfen da seyn, welche von allen Umständen, die zur Oekonomie, zur etwanigen Verbesserung der physikalischen Unvollkommenheiten einer Feldmark u. s. w. gehören, zuverlässige Nachrichten einziehen, und daraus eine sogenannte Dorf- und Flurbeschreibung zusammensetzen. Die wichtigsten Umstände, auf die man etwa Rücksicht nehmen müßte, wären z. E.

Unter welcher Gerichtsbarkeit das Dorf, und die Feldmark stehet, wie stark die Zahl

der Einwohner ist, wie sie heissen, und welche unter ihnen Ackersleute, Halbspänner, Kothsassen u. dgl. sind. — Wie sich ihre Freyheiten, Rechte, Gerechtigkeiten, Abgaben, Frohndienste u. s. w. verhalten. — Wie die öffentlichen Gebäude beschaffen sind, und ob zu ihrer etwaigen Ausbesserung, Leim-, Sand- und Steingruben in der Nähe vorhanden sind. — Ob die Wege einer Verbesserung bedürfen, wie sich die Einkünfte der Kirche verhalten. — Was die Unterthanen für Beschwerden haben — wie ihre Ländereyen in Absicht der Lage, Benutzung, Vertheilung, wie die Forsten, wie der Viehstand, und die dazu gehörigen Kuppel- und Privatweiden beschaffen sind. — Welche Gränzen der Feldmark berichtiget, oder noch streitig sind, und dgl. Kurz es darf hier Nichts vergessen werden, was nur einigermassen zur Benutzung der physikalischen Verhältnisse einer Feldmark, zur Verbesserung ihrer natürlichen Unvollkommenheiten, und überhaupt zur Kenntniß und zum Flor der Landwirthschaft etwas beytragen kann. — Alles muß alsdann auf das genaueste in eine tabellarische Ordnung verfasset werden. — Es würde wider meine Absicht seyn, von allem umständlicher zu reden, da dieses mehr für den Oekonomen und Kameralisten, als für den Feldmesser gehört, ob ich gleich zugestehe, daß dergleichen Kenntnisse

auch

auch einem Feldmesser wohl zu statten kommen. Umständlichere Nachrichten hievon findet man z. E. in Bergius neuen Polizey- und Kameralmagazin (Frankf. am Mayn 1781.) unter dem Artikel Landesvermessung. — Ferner in C. H. Wilkes Landesmessungen, II. Th. in Joh. Baptista Roppelts (Benedictiners zu Kloster Banz, jetzigen Prof. d. Math. zu Bamberg) practischem Entwurfe eines zu errichtenden Urbariums, Saal- oder Lagerbuchs, zum Gebrauch der Lehensherrschaften, Beamten, Amtsverwalter, Kameralisten, Feldmesser (Nürnberg 1795. im Verlag der Ravischen Buchhandlung in Fol. mit sehr vielen illuminirten Kupfertafeln), und andern Schriften.

Ein nützlicher hieher gehöriger Aufsatz: Neuer Versuch über Topographien von Dr. Ph. Holzmann in den Allgem. geogr. Ephemeriden XXXVI. B. (1811) S. 265. In diesem Aufsatze werden alle Puncte erörtert, auf welche man bey der Bearbeitung einer Länderkunde in geographischer, statistischer und politischer Rücksicht, zu sehen hat. Dann ist auch zu empfehlen: Systematisches Handbuch des Kadasters (Steuerregisters, Lagerbuchs,) zum Gebrauche der Maires, Municipal

palräthe, Experten, Geometer, und der Besitzer von liegenden Gründen jeder Art, von Carl Thum. Mainz 1813. Dies Buch enthält das Vorzüglichste aus dem französischen Werke: Collection des Lois, decrets, instructions circulaires et décisions, relatifs a l'Arpentage et a l'expertise (Bonitirung) des communs, à Paris 1806. In dieser Collection unter andern sehr vieles die Messungsmethoden, dabey gebrauchten Werkzeuge, Verfertigung der Charten ꝛc. betreffendes.

II. Umstände, die eigentlich dem Feldmesser anzumerken obliegen, sind ein genaues Verzeichniß aller einzeln, sowohl nutzbaren Grundstücke der Feldmark, als auch der leeren und unbebauten Plätze, und derer, die keine besondern Besitzer haben, z. E. den Bruchweiden, Triften, Heerstrassen, Teiche, Sand- Mergel- und Thongruben, Steinbrüche u. dgl. Von allen diesen Stücken wird aufs genaueste der Flächeninhalt bestimmt, und tabellarisch entworfen. — Auch muß der Feldmesser die Güte (Bonität) der nutzbarsten Grundstücke anmerken, und in seinem Vermessungsregister eine solche Einrichtung treffen, daß die weitern Nachrichten davon bequem in der ökonomischen Beschreibung

bung (I.) der Feldmark aufgesucht, und auf Verlangen der Kammer vorgelegt werden können. — Es werden daher z. E. alle Grundstücke, sowohl auf der Charte, als in dem Vermessungsregister, numerirt, und diese Nummern müssen sich auf das Haus und den Besitzer des Grundstücks beziehen. — Man kann die Nummern beybehalten, die etwa jedes Haus in der Steuerkasse hat u. dgl. Ferner muß man in dem Vermessungsregister den §. der Dorfbeschreibung (I.) anführen, wo die nähern Nachrichten zu finden sind, und die Namen der Besitzer der einzelnen Grundstücke dabey setzen.

Zum Muster, will ich hier verschiedene Rubriken, wie sie nach der Preussischen Verordnung in einem Vermessungsregister vorkommen sollen, hersetzen. — Die Bedeutung derselben wird aus dem bisher beygebrachten vollkommen verständlich seyn. Was in jeder Horizontalreihe stehet, gehört allemal zusammen, in Beziehung auf die vorangesetzte Nummer des Hauses, und dessen Eigenthümer oder Bewohner. Jedes einzelne Grundstück auf der Charte bequemer aufsuchen zu können, so wird allemal das Revier benennet, innerhalb dessen es zu finden ist — und daher werden auf der Charte einzelne Schläge, oder größere Bezirke, nach der Ordnung mit großen

Buch-

Buchstaben A, B, C, oder sonst auf eine geschickte Art bezeichnet, auf welche Zeichen man denn in dem Vermessungsregister nachweiset.

Vermessungsregister
von dem
Dorfe N. N.

Liegt im königlichen u. s. f. Amte M, und ist im Jahre 1781. vermessen worden, durch N. N.

Rubrik

Num. des Hauses.	§. der Dorf-Beschr.	Namen der Besitzer.	Rubrik I. An Hof- und Bau-Stellen.			Rubrik II. An Garten-Stellen.			Remarquen.
			Morg.	Ruth.	S.	Morg.	Ruth.	S.	
1	4	A.	—	40	15	2	70	—	
2	7	B.	—	50	72	4	7	22	
3	9	C.	1	10	—	8	60	—	
4	15	D.	—	11	—	2	—	—	
u.	f.	w.	u.		f.	w.			
		Summa à M.=150 □ Ruth.	1	111	87	16	137	28	

Rubrik III.

An Aeckern im Winterfelde auf der Charte sub Littera A.

Num. d. Häuser.	S. der Dorfbeschr.	Namen d. Besitz.	Die Bonität: des Ackers bestehet in: Weizen und Gerste.		Roggen und Hafer.		Sechsjährig Land.		der Wiesen, welche mit Brache halten: gute		mittl.		schlechte		Unbrauchbar und Wege.		Remarquen.
			M.	R.	M.	R.	M.	R.	M.	R.	M.	R.	M.	R.	M.	R.	

Rubrik IV.

An Aeckern im Sommerfelde auf der Charte sub Litt.

Num. d. Hauses.	N. der Dorfbeschr.	Namen d. Besitz.	Die Bonität														Remarquen.
			die Bonität bestehet in						der Wiesen, welche mit Brache halten.						Unbrauchbar und Wege.		
			Weizen und Gerste.		Roggen und Hafer.		Sechsjährig Land.		gute		mittl.		schlechte				
			M.	R.	M.	R.	M.	R.	M.	R.	M.	R.	M.	R.	M.	R.	
Summa à Morg. =																	

Rubrik V.

An Aeckern im Brachfelde auf der Charte sub Litt.

Num. d. Hauses.	S. der Dorfbeschr.	Nam. d. Besitzer.	Die Bonität: des Ackers bestehet in: Weizen und Gerste.		Roggen und Hafer.		Sechsjährig Land.		der Wiesen, welche mit Brache halten: gute.		mittelm		schlechte		Unbrauchbar und Wege.		Remarquen.
			M.	R.	M.	R.	M.	R.	M.	R.	M.	R.	M.	R.	M.	R.	
Summa à Morg. □																	

Rubrik VI.

An Wiesen, welche nicht Brache halten und zweymähig sind. Litt.

Num. des Hauses.	§. der Dorf-Beschr.	Namen der Besitzer.	Die Bonität bestehet in								Remarquen.
			guten.		mittelm.		schlechten.		Unbrauchbar, u. Gräben.		
			M.	R.	M.	R.	M.	R.	M.	R.	
		Summa à Morgen =									

Rubrik VII.

An Hütung auf der Charte sub Litt.

§. der Dorf-Beschr.	Die Hütung ist				
	blank.		bewachsen.		Remarquen
	M.	R.	M.	R.	
Summa à Morg. =					

Rubrik VIII.

An Seen und Teichen u. s. w.

§. der Dorf-Beschr.	Die Seen sind				
	blank.		bewachsen.		Remarquen.
	M.	R.	M.	R.	
Summa à Morg.					

Rubrik IX.

An Waldungen und Forsten sub Litt.

§. der Dorf-Beschr.	Die Waldungen bestehen ist					
	Eichen	Büchen	Kiefern	blanker Hütung.	Forsten u. Qualität des Holzes.	Remarquen.
Summa à Morg.						

Rubrik X.

Heide = Gegend auf der Charte sub Litt.

Kommen in einer Heide Hof= und Baustellen, Ländereyen, Holzungen u. dgl. vor, so wird davon ein besonders Vermessungs= register geführt, nach Rubriken, wie oben. Ueberdem sind aber auch die Torf= und Mohrbrüche, Sandschollen u. dergl. anzumerken, so wie man überhaupt die Rubrik Remarquen, alles in sich fasset, was sonst in der Flur bemerkt zu werden verdient. Z. E. Stein= Mergel= Lehm= und Thongruben, Marmorbrüche, Gränzen u. dgl.

§. 264. Aus einem solchen genau eingerichteten Vermessungsregister, und den übrigen ökonomischen Umständen der ganzen Flur, werden nun erst die sogenannten Lager- und Saalbücher errichtet.

Ein Lager- oder Fundbuch dienet, die einzelnen Grundstücke einer Feldmark bequem aufzusuchen, die Beschaffenheit derselben nachzusehen, und die in der Folge vorgenommenen Veränderungen berichtigen und nachtragen zu können.

Zu dieser Absicht wird das Lagerbuch nach Anleitung des Grundrisses und Vermessungsregisters verfertigt. — Im wesentlichen ist die Einrichtung folgende:

1) Wird der Name des Dorfes u. s. w. oben angesetzt, und dabey die Gränze desselben angegeben und beschrieben.

2) Wird angemerkt, wer der Gutsherr sey, ob es ein landesherrliches Amtsdorf, ob es einer Stadt, einem Stifte u. dgl. zugehöre.

3) Bey den einzelnen Grundstücken wird angemerkt, in welcher Gegend der Flur sie liegen, was für Gränzen daran stossen, welchem Besitzer sie gehören, wie ihre Güte und Beschaffenheit sey — ob das Grundstück ein Gemeindeguth, welches jährlich in der Gemeinde

ver-

vertheilt wird, oder ein Lehen- oder Erbguth sey, bey wem es zu Lehen gehe u. s. w.

Zu besserer Vergleichung bekömmt jedes Grundstück in dem Lagerbuche die Nummer, die es auf der Charte hat.

Ein Beyspiel wird das bisherige erläutern. Z. E.

Das Dorf Bärenbach (Tab. II.) gehört zu der Stadt Norderfeld, gränzt gegen Morgen an ꝛc. ꝛc. Gegen Mittag an ꝛc. ꝛc. u. s. w.

Nro. I. Ein Acker, gehöret Franz Hildebrand, liegt auf der Charte in dem Reviere L, zwischen den Holzdorfer und Felsendorfer Wegen, stößt gegen Osten an den Felsendorfer Weg, gegen Mittag an Peter Müllers Acker, gegen Mitternacht an Georg Wagners Acker. — Ist guter Weizenacker, hält 2 Morgen, 25 Quadratruthen. — Ist Herrenlehen ꝛc. ꝛc.

Nro. II. Ein Acker, gehört u. s. w. Ist Kirchenlehen.

Nro. III. Eine Gemeindewiese, liegt auf der Charte in dem Reviere M, stößt gegen Mittag an den Holzdorfer Weg, gegen Morgen an den Vielheimer Weg, gegen Mitternacht an den Bach NN, gegen Abend ꝛc. ꝛc. Ist zweymähig; stehet in der ersten Klasse, ist Gemeindeguth, und wird jährlich vertheilet u. s. w.

Das Saalbuch hat die Absicht, um daraus sowohl die sämmtlichen Grundstücke eines jeden Hausbesitzers, als auch die darauf haftenden Abgaben, Steuern, Beschwerden, Freyheiten u. dgl. ersehen zu können. — Es muß darin angegeben seyn, wie die Viehzucht und der Ackerbau beschaffen ist. — Kurz alles, was auf die Oekonomie, auf das Kameral- und Steuerwesen Einfluß hat. Zu besserer Vergleichung des Lager- und Saalbuches, muß auf die Seitenzahl und Nummer in dem Lagerbuche, bey der Beschreibung im Saalbuche angewiesen werden.

Den Nutzen solcher wohl eingerichteten Saal- und Lagerbücher, wird wohl Niemand läugnen. — Wie viele Streitigkeiten können nicht vermieden und beygelegt werden, wenn eine genaue Beschreibung der Güter aller Unterthanen, ihrer Gränzen, Güte und Beschaffenheit vorhanden ist? Alles, was zum herrschaftlichen Interesse und zum Wohl des Landes gehört, kann dadurch besser in Ordnung erhalten werden. — Berichte, die man einem Kammerkollegio abzustatten hat, werden durch Verweisung auf die Saal- und Lagerbücher deutlicher und bestimmter, und endlich gewinnet auch die Geographie durch die Lagerbücher, in Absicht der Berichtigung der Gränzen u. dgl.

§. 265.

§. 265. Ob es gleich immer angenehm ist, eine ganze Feldmark mit allen einzelnen kleinern Abtheilungen auf einer einzigen Charte vor sich zu sehen, so ist es doch beym Gebrauche der Lagerbücher, beym Nachschlagen und Aufsuchen einzelner Grundstücke, etwas unbequem, wenn man allemahl die Flurcharte selbst auseinander rollen, und das verlangte mühsam darauf suchen muß, zu geschweigen, daß durch den öfteren Gebrauch eine so große Flurcharte selbst nach und nach beschädiget, und zuletzt ganz unbrauchbar wird. —

Man kann daher zum Gebrauche des Lagerbuches die einzelnen Entwürfe, die man auf dem Meßtische bekommen hat, besonders ins Reine bringen und ausarbeiten, und solchergestalt Charten von einzelnen Theilen der Flur verfertigen, die eine mäßige Größe haben, folglich leichter zu behandeln sind, und sich in ein besonders Buch zusammen binden lassen, welches demnächst zur Vergleichung mit den schriftlichen Nachrichten in dem Lagerbuche einen kann.

Es versteht sich, daß diese einzelnen Risse numerirt, oder mit Buchstaben bezeichnet werden müssen. Eine gewisse Ordnung beym Zusammenbinden dieser Partialcharten, in Absicht der Lage, die sie auf dem Felde gegen einander haben, läßt sich auch leicht gedenken.

Man könnte selbst die große Flurcharte ersparen. — Denn da man schon die einzelnen Abtheilungen in Aecker und Felder auf den Partialcharten hat, so würde es zureichend seyn, die Art, wie diese Partialcharten auf dem Felde gegen einander liegen, nur in einem kleinen konnektirenden Generalrisse, der nur ohngefähr die Größe eines Royal-Bogens hätte, vorzustellen. Auf diesem Generalrisse der Flur brauchten alsdann nicht die kleinern Grundstücke alle einzeln verzeichnet zu seyn, sondern nur ganze Vereinungen und Flurenstriemen, in denen sie liegen, wobey man denn die verschiedenen an einander stossenden Schläge der Winter- Sommer- und Brachfelder nach ihren Hauptgewenden, wie sie in den Specialrissen vorkommen, auch mit verzeichnen und illuminiren kann.

XXIV. Kapitel.

Vom Kopieren und Verjüngen der Figuren.

§. 266.

Aufgabe.

Ein Stück einer Flur in einem gegebenen Verhältnisse zu verjüngen.

Aufl. I. Es sey bey (Nro. 1. Fig. X.), ein Stück R einer Flur, nach dem Maasstabe K verzeichnet, und bey r (Nro. 2.) solle man dasselbe Stück nach einem kleinern Maasstabe k entwerfen; die Flächen der beyden ähnlichen Figuren R, r, sollen sich gegen einander verhalten $= m : 1$, so daß $R : r = m : 1$, wie groß müssen die Ruthen auf k seyn, daß dieser Bedingung ein Genüge geschiehet?

II. Aus der Geometrie erhellet, daß, wenn man auf K und k gleichviel Ruthen nimmt, $K : k = \sqrt{m} : 1$ seyn müsse, weil nemlich $K^2 : k^2 = R : r = m : 1$.

III.

III. Folglich $k = \frac{K}{\sqrt{m}}$

IV. d. h. wenn man k der Größe $\frac{K}{\sqrt{m}}$ gleich nimmt, und k in so viel gleiche Theile oder Ruthen eintheilt, als K Ruthen enthält, so wird der Riß r nach den Ruthen des Maasstabes k verzeichnet, m mal kleiner ausfallen, als R.

V. Im Falle sich aus m die Quadratwurzel ohne Decimalstellen nicht ausziehen läßt, ist es unbequem, K mit $\sqrt{m}$ zu dividiren. — Statt dessen kann man sich bequemer der Formel $k = \frac{K\sqrt{m}}{m}$ bedienen, weil beyde Werthe von k auf eins hinauslaufen, indem $\frac{1}{\sqrt{m}} = \frac{\sqrt{m}}{m}$.

VI. Exempel: Es seyen auf K, 50 Ruthen, oder man setze K = 50. Um zu wissen, wie groß 50 Ruthen auf k genommen werden müssen, damit der Riß r z. E. 3mal kleiner, als R ausfalle, so messe man die 50 Ruthen auf K, nach einem beliebigen tausendtheiligten Maasstabe, und finde solche z. E. = 900 Theilen. Nach solchen Theilchen wür-

würden also wegen m = 3, die 50 Ruthen auf k gleich seyn = $\frac{900 \cdot \sqrt{3}}{3}$ = $\frac{900 \cdot 1,732 \ldots}{3}$ = 519,6, oder beynahe 520 Theilchen.

Man nehme also von dem tausendtheiligten Maasstabe 520 Theilchen, und theile diese Länge in 50 gleiche Theile, so hat man die Ruthen auf k; die der erwähnten Bedingung, daß nemlich r dreymal kleiner, als R ausfallen soll, ein Genüge leisten.

VII. Was nun die Zeichnung der zu verjüngenden Figur selbst betrift, so kann man dabey auf folgende Art verfahren:

VIII. Man verzeichne etwa mit Bleistiftlinien über die Figur R ein Parallelogramm ABCD, welches in lauter Quadrate, von einer mäßigen Größe, zertheilt ist, und numerire die einzelnen Quadrate, wie die Figur ausweiset.

Man messe die Seiten dieses Parallelogramms nach dem Maasstabe K, verzeichne nach dem kleinern Maasstabe k ein Parallelogramm abcd, welches dem ABCD ähnlich,

lich, und in eben so viel kleinere Quadrate zerlegt ist.

IX. Was nun von der Figur R innerhalb eines jeden Quadrats I, II, III u. s. w. fällt, verzeichne man nach dem kleinern Maasstabe k auf eine ähnliche Art in die korrespondirenden Quadrate 1, 2, 3 u. s. w. des Parallelogramms abcd.

Man könnte AC, ac für Abscissenlinien annehmen, für die merkwürdigsten Punkte der Figur R, z. E. m. w u. s. w., welche in die zunächst an AC liegenden Quadrate IV, I u. s. w. fallen, Abscissen AL ꝛc. und Ordinaten Lm ꝛc. nach dem Maasstabe K messen, und ihre Längen nach dem kleinern Maasstabe k, nemlich al, lμ ꝛc. auf eine ähnliche Art in die kleinern Quadrate 4 und 1 tragen, mithin in die kleinern Quadrate alles eben so verzeichnen, wie man es in den größern IV, I vorfindet.

Auf eben die Art könnten EF, ef Abscissenlinien seyn, vermittelst deren man iu die kleinern Quadrate 2, 5 das verzeichnete, was man in den Größern II und V vorfände.

Und so würde man endlich die ganze Figur r, der R ähnlich erhalten.

X.

X. Wer ein gutes Augenmaaß hat, wird in die kleinern Quadrate manches schon ziemlich genau dem gemäß verzeichnen können, was in die größern fällt, ohne alles selbst messen zu dürfen, wobey denn das Augenmaaß desto weniger fehlen wird, je kleiner man die Quadrate des Parallelogramms ABCD gemacht hat.

Dies giebt den Gebrauch des sogenannten Netzes, welches man, um das Ziehen der Bleystiftlinien, und die daher rührende Verunzierung eines Risses u. dgl. zu vermeiden, aus Fäden oder Pferdehaaren verfertigt, die man in einem viereckigten Rahmen ABCD dergestalt ausspannet, daß das Viereck ABCD in lauter Quadrate zerlegt wird.

Man legt alsdann den Rahmen ABCD, über den zu kopierenden Riß R, und zeichnet nach dem Augenmaaße in die Quadrate des ähnlichen mit Bleystift entworfenen Vierecks abcd, der Ordnung nach das, was in die Quadrate des größern ABCD fällt.

XI. Nähme man die Quadrate innerhalb abcd, denen innerhalb ABCD gleich, so würde der Riß R in derselben Größe kopieret. — Hier ist alsdann noch mehr Genauigkeit zu erwarten, weil man da nicht nöthig hat, alles zugleich nach dem Augenmaaße zu verjüngen.

XII. Statt eines Rahmens, wie (X.), könnte man sich noch besser einer Glasplatte bedienen, worauf die Vierecke mit einem Diamant oder mit Tusche verzeichnet wären.

Anmerkung.

§. 267. Weil das Messen der Abscissen und Ordinaten (§. 265. IX.) innerhalb ABCD mühsam ist, und der Riß R gar zu leicht durch die Zirkelspitzen verdorben wird, da sich ferner auch eben die Beschwerlichkeiten innerhalb abcd vorfinden, so schlägt Penther (practische Geometrie §. 676.) ein anderes Verfahren vor, wodurch die Arbeit theils geschwinder von statten geht, theils sauberer ausfällt.

Nachdem man nemlich die Seiten der Parallelogramme AB und ab, AC und ac in gleich viel Theile getheilt hat, so lege man an ein paar gegen einananander über stehende Punkte, z. E. an A und C, ein Linial, längst dessen Schärfe sich Theile des Maasstabes K befinden. — An dieses Linial legt man den einen Katheden eines rechtwinklichten hölzernen Dreyecks ALP, auf dessen andern Katheden LP gleichfalls Theile des Maasstabes K verzeichnet sind. So hat man z. E. für den Punkt m, durch welchen LP geht, sogleich die Abscisse AL auf dem Liniale AC, und die Ordinate Lm, auf dem Katheden LP. Wenn man eben

so

so etwas mit einem anderen Liniale ac, und rechtwinklichten Dreyecke a l p, worauf Theile des kleinen Maasstabes k verzeichnet sind, vornimmt, nemlich von a nach l, und von l nach μ, so viel Theile zählt, als man auf AL und Lm gefunden hat, so wird μ in dem Quadrate 4 eben die Lage bekommen, die m innerhalb des Quadrates IV hat, und so wird das Messen und Abtragen der Abscissen und Ordinaten vermittelst eines Zirkels erspart. Auch ist dabey nicht erforderlich, daß die Parallelogrammen selbst in Quadrate eingetheilt werden, wenn man nur die Seiten derselben AC, ac; AB, ab; für die erforderliche und richtige Anlegung der Liniale, auf eine ähnliche Art eingetheilt hat.

Penther schlägt vor, die Seiten der Liniale und Dreyecke, worauf die Abtheilungen kommen sollen, schräg abhobeln zu lassen, damit die Theilstriche näher auf dem Papiere liegen, und sich richtiger angeben lassen. Von durchsichtigen Horne die Liniale und Dreyecke machen zu lassen, hätte vielleicht noch andere Bequemlichkeiten. Um übrigens die Liniale in unverrückter Lage zu erhalten, bis alles, was in die neben ihnen liegende Quadrate fällt, vollendet ist, so beschweret sie Penther mit einem darauf gelegten Gewicht.

Noch einige andere Methoden, Figuren zu verjüngen.

§. 268. I. Ein hieher gehöriges Verfahren ist der Gebrauch des Storchschnabels, eines bekannten Werkzeugs. — Marinoni (in seinem Buche de re ichnographica) hat ihn auch zu geometrischen Gebrauche vorgeschlagen. — Meines Erachtens hat er aber in dieser Rücksicht Unbequemlichkeiten. Eine sehr deutliche Beschreibung davon, nebst der Art, dieses Werkzeug auf eine wohlfeile Weise selbst zu verfertigen, findet man in einer kleinen Schrift: Beschreibung eines sehr einfachen rc. rc. Storchschnabels, den sich jeder Liebhaber selbst verfertigen kann, nebst einem geometrischen Beweis und Tafeln über dieses Werkzeug (Münster und Hamm. 1780.), sehr gut ausgeführt.

Das Wesentliche kömmt darauf an:

Man lasse ein paar ganz lange Liniale BA, AC (Fig. XI.) um A, und noch ein paar andere, mit erstern von gleicher Größe, ED, EF, um E beweglich seyn, zu welcher Absicht durch A und E Stifte oder Zapfen gehen müssen. Auf BA = AC = ED = EF verzeichne man in gleichen Weiten von einander, Punkte oder

Löcher,

Löcher, durch welche man Stifte stecken kann, beyde Paare von Linialen in einer solchen Lage an einander zu hängen, daß BH = HE = AI, und HA = EI, mithin HEAI ein Parallelogramm wird.

Da nun bey H und I Stifte durch die über einander liegenden Löcher gehen, und die Liniale übrigens sich auch um A und E drehen, so kann man, da die ganze Vorrichtung um A, H, E, I beweglich ist, dem Parallelogramm HEAI immer andere und andere Winkel geben, ohne daß sich die Seiten EH, AI, AH, EI veränderten.

Auch bleibt das Dreyeck BHE dem BAC immer ähnlich (wegen BH = HE; BA = AC; und BHE = dem Winkel BAC), das Parallelogramm mag, in welchem Winkel man will, eröffnet seyn.

Daraus folgt 1) daß die Punkte B, E, C immer in gerader Linie bleiben, und dann 2)

$$BE : BC = AI : AC$$

oder (das Parallelogramm mag, in welchem Winkel man will, geöffuet seyn) BE immer der BC proportional bleibt, in dem Verhältniß AI : AC. Läßt man also die ganze Verbindung der 4 Liniale, sich bey B um einen festen Punkt drehen, wie es geschehen würde

wenn man einen Stift durch B auf den Tisch befestigte, so wird ein Bleystift, den man bey E in eine Hülse steckte (welche zugleich die Umdrehungsaxe beyder Liniale um E abgeben könnte), eine Figur, z. E. E e μ, beschreiben, welche einer andern C c v, längst deren Umfang man den Endpunkt C des Linials AC fortführte, vollkommen ähnlich ist, weil nemlich, wenn bey der Herumführung der ganzen Vorrichtung um B, z. E. die gerade Linie BEC, in die Lage Bec käme, immer Be : Bc = BE : BC = AI : AC bleibt, oder alle Punkte, die C und E zugleich beschreiben, immer proportionalen Abstand von B haben

Zugleich wird die Fläche BeE : Fl. BcC = $Be^2 : Bc^2 = AI^2 : AC^2$.

Es wird also die Verkleinerung der Figur, von dem Verhältniß AI : AC abhängen. Da nun wegen der unterschiedenen Löcher auf den Linialen, daß Verhältniß AI : AC anders und anders genommen werden kann, so wird man die vorgegebene Figur C c v, längst deren Umfang man C fortschiebt, indem B fest bleibt, auf allerley Arten verjüngen können.

II. Zur Verjüngung der Figuren schlagen einige auch den Verjüngungszirkel vor, davon man in Bions math. Werkschule eine Beschreibung findet. Die Einrichtung ist ohngefähr

gefähr aus (Fig. XII.) zu ersehen. — mp, on sind ein paar gleich lange Schenkel eines Zirkels, auf denen sich in gleicher Weite von einander Löcher befinden; durch welche man den Kopf oder Zapfen r, um den sich die Schenkel drehen, dergestalt stecken kann, daß rm = rn, folglich auch ro = rp, mithin die Weite mn : op = rm : rp werde, wo also mn die Verjüngung von op in dem Verhältniß rm : rp ausdrückt, welches beym Abtragen der Abscissen und Ordinaten, für die nicht nöthig ist, den Zirkel gar zu weit zu eröfnen, brauchbar seyn kann.

III. Man trage (Fig. XIII.) von A nach B eine beliebige Menge von Ruthen des Maaßstabes K (Fig. X. Nro. 1.), beschreibe aus A mit AB einen Kreisbogen, nehme die Chorde BC = eben so vielen Ruthen des zum verjüngten Risse (Nro, 2,) bestimmten Maaßstabes k, und ziehe AC. Wenn man nun innerhalb des Risses (Fig. X. Nro. 1.) eine gewisse Weite, z. E. mw, mit dem Zirkel fasset, und solche auf die beyden Schenkel des Winkels BAC (Fig. XIII.) von A nach G, und von A nach g trägt, so wird die Weite Gg sogleich die Verjüngung vom mw nach dem Maaßstabe k ausdrücken, und so kann dieses, im Falle man gewisse Punkte des Risses (Nro. 1.) etwa durch Dreyecke auf (Nro. 2.) abtragen will,

sehr brauchbar seyn, weil die Zeit erspart wird, die man zur Zählung der z. E. auf mw gehenden Ruthen des Maasstabes K, und zur Abtragung von dem Maasstabe k, wie auch etwa zur Schätzung der Schuhe auf beyden Maasstäben verwenden müßte.

§. 269. Das bloße Kopieren eines Risses geschiehet, wie ich schon oben erinnert habe, am geschwindesten und richtigsten vermittelst einer Kopiernadel, wobey aber nur die einzige Unbequemlichkeit ist, daß eine Zeichnung, die man solchergestalt abkopieret, etwas durchlöchert wird. Wenn indessen die Nadel sehr zart ist, so lassen sich die durchgestochenen Punkte vermittelst eines Falzbeines oder Polierstahles auf der entgegengesetzten Seite des Papieres fast gänzlich wieder wegpolieren. — Ausserdem kopieret man auch durch Hülfe eines dreyfüßigen Zirkels. — Auch (§. 266.) kann zum Kopieren gebraucht werden, wenn nemlich die Theile auf dem zweyten Lineale und Dreyeck, denen auf den erstern gleich sind. Andere Methoden, durch eine Fensterscheibe zu kopieren, oder vermittelst eines auf einer Seite mit schwarzer Kreide, Reiskohlen u. dgl. geschwärzten Papieres, eine Zeichnung, wie es die Mahler nennen, zu traciren u. dgl., sind so bekannt, daß ich es für unnöthig halte, mehr

mehr davon zu sagen. Die Vorsichten dabey ergeben sich von selbst.

Bey der königl. bayerischen Catastralvermessung werden die aufgenommenen Platten vermittelst eines vom Hrn. v. Reichenbach erfundenen Pantographs in ihrer wirklichen Grösse copiert, indem ein Stift um die Theile des Grundrisses auf einer solchen Platte herumgeführt, und durch eine andere höher herauf, nach der besondern Einrichtung des Werkzeugs, auf einer Platte die mit jener parallel ist, gleichzeitig die Copie beschrieben wird. (J. L. Späths höhere Geodäsie).

XXV. Kapitel.

Von unterschiedenen in der practischen Geometrie üblichen Flächenmaaßen.

§. 270. I. Es ist bekannt, daß zur Bestimmung des Flächeninhalts einer Figur allemal die Fläche eines gewissen Quadrats zur Einheit angenommen wird.

Dieses Flächenmaaß erhält seine Benennung von der Seite dieses Quadrats.

Ein Quadrat A, dessen Seitenlinie a so viel Schuhe hält, als gewöhnlich auf eine Ruthe an einem gewissen Orte gerechnet werden, heißt eine Quadratruthe.

Z. E. Für a = 16 Kalenberger Schuhen = 1 Kalenberg. Ruthe, heißt A eine Kalenberg. Quadratruthe.

Eine pariser Toise hält 6 pariser Fuß, wenn also a = 6 pariser Fußen, so wird A eine Quadrat-Toise.

Für a = 1 Meile, heißt A eine Quadratmeile.

II. Die Quadratruthe dienet übrigens oft zum Fundament anderer Flächenmaaße, und ihre

ihre an unterschiedenen Orten statt findende Grösse hängt erstlich von der Grösse des an einem jeden Orte eingeführten Längenfußes ab, und dann zweytens von der Menge der Längenfuße, die daselbst auf eine Längenruthe gerechnet werden.

Die unterschiedenen Längen der Schuhe hat man aus der Tafel (§. 14.).

In Rücksicht der Menge von Schuhen, die an unterschiedenen Orten auf eine Ruthe gerechnet werden, kann folgende Tabelle dienen, wo unter den Schuhen die landesüblichen verstanden werden.

Die	Anspacher	Ruthe	hält	12 Fuß.
	Baseler	—	—	16
	Berner	—	—	10
Mark	Brandenburg		—	15
	Bruchsaler		—	16
	Calenberger		—	16
	Colmarische		—	15
	Danziger		—	15
	Durlacher		—	16
	Englische (Rod)		—	16½
	in Cornwall		—	18 = 6 Yards
	Staffordshire		—	24
	Erfurtische		—	14
	Giesensche		—	16

Die

Die Hallische Ruthe	hält	15 Fuß †).
Hamburger —	—	16
Leipziger —	—	15½
Magdeburger	—	12
Mümpelgard	—	10
Nürnberger	—	16
Pariser —	—	18
Pfälzische —	—	16
Königl. Preus. Kulmische	—	10
West-Preus. Kulmische	—	10
Olezkoische	—	10

(Hiebey ist zu merken, daß die erste Kulmische Ruthe sich auf Fusse beziehet, deren Grösse zu Pariser = 18740 : 14400. Die West-Preus. Kulmische Ruthe auf Fusse, deren Größe zum P. = 18452 : 14400. Der Olezkoische Fuß : P. = 17804 : 14400. Die Olezkoische R. wird bey Vermessung der königlichen Bauerhufen gebraucht).

Reinländissche	—	12
Schafhausen	—	12
Thüringische	—	14
— auch wohl	—	16
Weimarische	—	16
Würtemberger	—	16

III.

†) Nach Hrn. Prof. Meinerts Bestimmung ist der althallische Werkschuh, von dem hier die Rede ist, = $\frac{12795}{14400}$ des Pariser.

III. Diese Tafel, in Verbindung mit der im 14ten §., giebt das absolute Verhältniß der Ruthen gegen einander. Z. E.

Nürnberger R : Rheinländische R =
16 . 13467 : 12 . 13913 (§. 14.) =
215472 : 166956

IV. Kleinere Theile, als Quadratruthen, sind Quadratschuhe, Quadratzolle u. s. w., nemlich Quadrate, deren Seiten 1 Schuh, 1 Zoll u. s. w. lang sind.

Will man die Menge von Quadratschuhen finden, die auf eine Quadratruthe gehen, so darf man nur die Zahlen der Tafel (II.) in sich selbst multipliciren.

Z. E. 1 Kal. Qu. R = 16 . 16 = 256 K. Q. S.
1 Rnl. Qu. R = 12 . 12 = 144 R. Q. S.

Will man das Verhältniß der Quadratruthen an unterschiedenen Orten angeben, so muß man die Glieder, welche das Verhältniß der Längenruthen ausdrücken (III.), quadriren, Z. E.

Nürnb. Qu. Ruthe : Rheinl. Q. R =
$16^2 . 13467^2 : 12^2 . 13913^2$
welches man durch Logarithmen berechnen kann.

V. Weis man anzugeben, wie viele Quadratruthen und Theile derselben (IV.) in einer vorgegebenen Fläche, z. E. eines Feldes, enthalten sind, so sagt man, man habe die Fläche quadrirt, oder ausgerechnet.

VI.

VI. Bey den Feldmessern ist durchgängig eingeführt, daß sie die landesübliche Ruthe (II.) allemal in 10 gleiche Theile, welche alsdann Decimalschuhe heißen, eintheilen.

Jeder Decimalschuh wird ferner in 10 Theile oder Decimalzolle getheilt u. s. w.

Also hält z. E. die Kalenberger Quadratruthe 256 Kal. Q. Schuh, oder 10, 10 = 100 K. Decimal Quadr. Schuh, woraus die Vergleichung zwischen den Kalenberger 16 theiligten und Decimalquadratschuhen folgt; nemlich wegen

256 K. Qu. Sch. = 100 Kal. Dec. Qu. S.

wird 1 K. Qu. Sch. $= \frac{100}{256}$ K. D. Qu. Sch.

Der Kalenberger Längenschuh wird in 12 Zolle, der geometrische aber in 10 Theile oder Zolle getheilt, also

1 K. Längenr. = 16 . 12 Zoll = 10. 10 D. Z. mithin

1 K. Qu. Zoll $= \frac{10. 10. 10. 10.}{16^2 \; 12^2}$ K. D. Q. Z.

Das bisherige dienet zu mehrerer Ergänzung dessen, was (§. 25.) bereits von der Reduction der Flächenmaaße in einander gesagt worden ist, und es erhellet, wie in ähnlichen Fällen der geometrische Quadratschuh, Qu. zoll u. s.

u. s. w. mit dem gemeinen Quadratschuh, Quadratzoll u. s. w. zu vergleichen wäre.

VII. Den Inhalt der Felder, welchen der Geometer allezeit nach Quadratruthen, Schuhen u. s. w. berechnet, pflegt man im gemeinen Leben durch Morgen, Jucharte, Huten, Acker, Tagwerke, wie auch diese Benennungen an unterschiedenen Orten seyn mögen, anzugeben.

Gegenwärtige Tafel stellet sowohl die unterschiedenen Benennungen der im gemeinen Leben eingeführten Feldmaaße, als auch deren Bedeutung und Vergleichung mit den landesüblichen Quadratruthen vor Augen.

Ein Anspacher Morgen hält	360	Qu. Ruth.	
— Baseler Juchart —	140	—	—
— Berner — —	288	—	—
M. Brandenb. Morgen —	300	—	—
— — Hufe —	30	Morgen.	
Ein Braunschw. Morg. —	120	Qu. Ruth.	
— — Vorling —	½	Morgen.	
— — Drohne —	¾	—	
— Calenberg. Morgen —	120	Qu. Ruth.	
— Cosmar. Jeuche, Mannw.	180	—	—
— Danziger Morgen —	300	—	—
— Durlacher Juchart)			
— Morgen) —	160	—	—
— Acker)			

Ein

Ein { Engell. Acker (acre) hält 160 Qu. Ruth.
(die Längenruthe zu $16\frac{1}{2}$ Schuh)
Erfurter Morgen — 168 — —
Französ. kleiner arpent 100 — —
(die Längenruthe zu 18 Schuhen)
Mittl. arpent in Isle de Fr. 100 — —
(die Längenruthe zu 20 Schuhen)
Großer arpent — 100 — —
(die Längenruthe zu 22 Schuhen)
Journal oder Tagwerk
in Bourdeaux — 888 Qu. Tois.
Pougnerée — 296 — —
Septerée — 800 — —
Tagwerk in Lothringen — 250 — —
(die Toise im letzten Fall zu 10 Lothringer Fussen, welche 8'. 9''. 10'''. pariser Maas halten) a).

Ein

a) Die Längen- und Flächenmaaße in Frankreich, nach dem Decrete des Nationalconvents vom 31. Jul. 1793. sind gegenwärtig folgende:

1 *Metre* ist eine Längen-Einheit, und beträgt den 10-Millionsten Theil des Quadranten vom Meridian, hält nach ehemaligen Pariser Maaß 3 Fuß 0 Zoll 11,29 Lin. = 3,0784 Fuß.

10000 Quadratmetres machen l'Are, oder die Einheit des Flächenmaaßes, die Seite des Quadrats ist also = 100 Metres, hält nach ehemaligem Pariser Maaß 94761 Quadratfusse.

1000

Ein Giesener Wald- u. Feld-
Morgen hält 160 Qu. Ruth.
alt Hallischer Acker — 400 Rnl. Q. R.
oder 300 Hall. Q. R.
Hamburger Morg. — 600 Qu. Ruth.
(die Längenruthe daselbst zu 15 Reinl. Fussen)
Oberlausitz. Morg. — 300 — —
Magdeburg. Morg. — 180 — —
(die Längenruthe zu 12 Reinl. Fussen)
Ein Magdeburg. Acker — 2 Morgen.
— — Hufe — 15. Acker.
Meklenburg. Acker — 100 Qu. Ruth.
Nürn-

1000 Quadratmetres machen 0,1 Are, oder ein Declare (ein Rechteck, wovon die eine Seite = 100, die andere = 10 Metres) = 9476,4 Quadratschuh.

100 Quadratmetres heißen ein Centlare, ein Quadrat, dessen Seite = 10 Metres.

Das Are ist ein Quadrat, dessen Seite = 100 Metres = 307,84 Fuß.

Das große Arpent, welches 100 Quadratruthen (à 22 Fuß), also 48400 Quadr. Schuh enthält, verhält sich also zum Are, wie 48400 : 94765, ohngefähr = 25 : 49.

Mehr hieher gehöriges von neu französischen Flächenmaaßen in *Lesparas* Métrologie constitutionelle et primitive comparées entre elles et avec la Métrologie d'ordonances. à Paris, chez H. I. Jannsen imprimenr libraire. 2 Tomes an X. (1801.) 4to.

Nürnberg. Wald u. Feld-Morgen oder Tagwerk — 200 Qu. Ruth.
Unterpfalz. gros. Morg. 160 — —
kleiner M. — 120 — —
Pommerisch. Morg. — 440 Rnl. Qu. Ruthen.
Hägerhufe — 60 Morgen
Land- oder Dorf-Hufe 30 —
Hackenhufe — 15 —
Priesterhufe — 20 —
Trippelhufe — 45 —
Preuss. Morgen — 180 Qu. Ruth. Reinländ.
Reinländ. Morgen — 120 Qu. Ruth.
Wald-Morgen — 160 — —
Juchart — ½ Morgen
(die Wiesen werden nach Thauen gerechnet und Eine Thaue beträgt ¾ Morgen)
Sächsischer Morg. — 150 Qu. Ruth.
Acker — 2 Morgen
Hufe — 12, 20, 24, bis 30 Acker
1 Nössel Landes 7½ Acker
Schlesisch. Morg. — 394½ Qu. Ruth. (Reinländ.)
Weimarisch. Acker — 140 Qu. Ruth.
Würtemb. Juchart, Tagwerk, Mannw. } — 225 — —
Morgen — 150 — —

Ausser

Ausser diesen bestimmten Feldmaaßen, giebt es an manchen Orten sehr schwankende und unbestimmte. Solche muß ein Feldmesser wissen, nicht, um nach ihnen zu rechnen, sondern das ungereimte davon denen vor Augen zu legen, die sich derselben bedienen.

In einigen Gegenden werden solchergestalt die liegenden Gründe nach Scheffeln und Tonnen in der Aussaat angegeben, wie z. E. in Schweden. Die Tonne Aussaat ist ohngefähr 220 Quadr. Ruth. Die Längenruthe à 16 Fuß.

An einigen Orten in Sachsen ist ein Scheffel Landes, etwa 120 Qu. Ruthen.

Eine Hauste Heu heißt in einigen Gegenden, z. E. in der Grafschaft Wittgenstein, ein Stück Wiese, welches etwa 3 Centner (à 108 ℔) Heu einbringt. Auf guten Wiesen mag dieses beyläufig 40 Quadr. Ruthen betragen.

Einen Einsatz nennt man in Bayern das, was zwey Pferde in einem Tage umackern können.

Ein Tagewerk, was eine Person in einem Tage abmähen kann.

Da ein Acker, nach Verhältniß seiner Fruchtbarkeit, verschiedene Aussaat erfordert, selbst eine Getraideart dicker, als eine andere

gesäet

gesäet werden muß, da ferner eine Person mehr, als eine andere, in eben der Zeit abmähen kann, und zwey Pferde nicht immer in einem Tage, nach Verschiedenheit des Bodens, gleichviel umackern können, so wird man leicht das Schwankende in obigen Feldmaaßen wahrnehmen.

An einigen Orten wird eine Striegel, Schmelle, ein solches Stück Landes genannt, welches noch keine Ruthe breit ist. — Die Länge ist gleichgültig.

Eine Sottel hält 2 Striegel der Breite nach, die Länge richtet sich nach der Länge der Striegel.

Eine Dreygerthe ist 3 Striegel breit.

Ein Gelenke 4 Striegel.

Ein Gebreite ist ein Stück Landes, welches mehr, als ein Gelenke hält.

In Bayern heißt Bifünge die Breite zwischen zweyen Furchen. 20 Bifünge rechnet man auf einen Einsatz.

Lauter unbestimmte Feldmaaße.

Es wäre zu wünschen, daß auch die Verschiedenheit, welche oft an einem und demselben Orte, zwischen den Feld- Wald- und Wiesenmorgen statt findet, abgeschafft, und dafür eine Einförmigkeit der Feldmaaße eingeführt würde,

würde, wie solches bereits auf das löblichste in den meisten Preussischen Staaten a) geschei

a) Man sehe hierüber, so wie über mehreres, was den Feldmessern in den Preussischen Staaten zu wissen nöthig ist, 1) die Instruction für die Landmesser des Königreichs Preussen, de dato Berlin den 20. Nov. 1755.

2) Das Reglement wegen der Landmesser, Cölln an der Spree den 28. Dec. 1702.

3) Reglement, wie es mit Ausmessung der Aecker zu halten, de dato Cölln an der Spree vom 19. Febr. 1704.

4) Der Landmesser Instruction vom 25. Febr. 1704.

5) Reglement für die Ingenieurs und Feldmesser bey der Clev-Meursischen Kriegs- und Domainen-Cammer, und Märkischen Cammer-Deputation, de dato Berlin den 20. Aug. 1776.

6) Reglement für die Ingenieurs und Feldmesser bey der Kriegs- und Domainen-Cammer des Herzogthums Magdeburg, des Fürstenthums Halberstadt und der Grafschaft Hohenstein u. s. w., de dato Berlin den 9. August 1776.

7) *Corpus constitutionum Prussico-Brandenburgensium, praecipue marchicarum.*

Verschiedene Bemerkungen in Rücksicht der Maaße anderer Provinzen findet man in Chri-

geschehen ist. Wie viele Unordnung in den Lagerbüchern wird nicht durch eine solche Einrichtung vermieden?

Schließlich will ich noch etwas von der Vergleichung der Feldmaaße beybringen.

§. 271. Aufgabe. Ein gewisses Feldmaaß A halte an einem gewissen Orte, M dasige Quadratruthen; die Längenruthe halte an dem Orte, N Fuße, und der dasige Fuß verhalte sich zum Pariser = p : 1. Wenn nun, in Beziehung auf einen andern Ort, a, m, n, π ähnliche Dinge bedeuten, das Verhältniß A : a zu finden.

Aufl. I. An dem ersten Orte ist der Fuß = p Paris. Fuß.

Also die Ruthe = Np Paris. Fuß, also
Die Quadr. R. = $N^2 p^2$ Paris. Q. F. und
A = $MN^2 p^2$ Paris. Q. Fuß.

II.

Christ. Herm. v. Schwebers gründlicher Nachricht von gerichtlich und aussergerichtlicher Anschlagung der Güter nach dem jährlichen Abnutz. Berlin, 1775. 5 Auflage.

8) Vergleichung der in den Königl. Preuß. Staaten eingeführten Maaße, Gewichte, von J. A. Eitelwein. Berlin, 1798.

II. Auf eine ähnliche Art ist
$a = mn^2 \pi^2$ Paris. Qu. Fuß.

III. Mithin $A : a = MN^2 p^2 : mn^2 \pi^2$, also

$$A = \frac{MN^2 p^2}{mn^2 \pi^2} . a.$$

IV. Exempel. Wie verhält sich der Katzenberger Morgen $= A$ zum Nürnberger Morgen $= a$

Aus den bisherigen Tafeln ist
$M = 120$
$m = 200$
$N = 16$
$n = 16$
$p = 12953 : 14400$
$\pi = 13467 : 14400$ (§. 14.).

$$\text{Also } a = \frac{200}{120} . \frac{13467^2}{12953^2} . A$$

Welches ich durch Logarithmen auf folgende Art berechne:

log 200 = 2,3010300; log 120 = 2,0791812
2.log 13467 = 8,2585416; 2.log 12953 = 8,2247406
Summa 10,5595716; 10,3039218
abgezogen 10,3039218
0,2556498
wozu die Zahl 1,801 gehört.

Folglich a = 1,801. A, oder
1000 Nürnb. Morgen = 1801 Kalenb. Morgen.

V. Auch findet sich nach gehöriger Verwandlung
1 Nürnb. M. = 1 Kal. M. + 96,12 K. Q. R.
und 1 Kalenb. M. = 111,04 Nürnb. Qu. Ruth.
und so in andern Fällen.

Die Formel (III.) kann zur Auflösung unterschiedener Fragen dienen, die in der Ausübung vorkommen können — je nachdem man von den in ihr befindlichen Größen eine sucht.

Vergleichungen von Feldmaaßen finden sich auch in dem allgemeinen kleinen Contoristen, den wir oben (§. 29.) angeführt haben, auf der XIVten Tafel.

Anmerkung.

Gesetzt, man wisse an einem gewissen Orte nicht, wie viel Quadratruthen auf einen Morgen giengen. — Ein gewisser Acker solle aber L Morgen halten. Um die Menge von Quadratruthen, die ein Morgen enthält, zu finden, bestimmt man durch geometrische Messung, den Quadratinhalt des erwähnten Ackers. — Fände man ihn = N Quadratruthen, und setzt, X Quadratruthen betrügen einen Morgen, so hätte man $L.X = N$; mithin $X = \frac{N}{L}$.

XXVI.

XXVI. Kapitel.

Ausrechnung der Felder.

§. 272. Felder, deren Inhalt man bestimmen soll, haben entweder an ihrem Umfange lauter geradlinigte, oder auch krummlinigte Gränzen.

Geradlinigte Felder zu berechnen, hat weiter keine Schwierigkeit, wenn man nur die Fläche eines Dreyecks zu bestimmen weiß, d. h. die Regel kennet, daß, wenn a und b Grundlinie und Höhe eines Dreyecks bedeuten, die Fläche des Dreyecks $= a \cdot \frac{1}{2} b = \frac{1}{2} b \cdot a = \frac{a \cdot b}{2}$ sey — wo denn der Inhalt in solchen Quadraten herauskömmt, dergleichen die Längenmaaße waren, womit man a und b gemeinschaftlich ausgemessen hat (§. 270. I.).

Jedes Vieleck läßt sich nun durch Diagonalen, oder auf welche Art man will, in Dreyecke zerlegen. Die Summe der Flächen aller einzelnen Dreyecke, giebt den Inhalt des Vielecks. — Durch ein Beyspiel brauche ich diese ganz bekannte Vorschrift wohl nicht zu erläu-

tern. — Ich will also nur noch folgende Erinnerungen beyfügen.

Es ist zwar gleichgültig, welche Seite eines jeden Dreyecks man zur Grundlinie annehmen will. — Indessen wählet man gerne die längste Seite, damit die Höhen der Dreyecke nicht zu groß werden, und man die Grundlinien nicht nöthig hat zu verlängern. Auch ist es bequem, wenn eine Diagonallinie zur gemeinschaftlichen Grundlinie zweyer daran gränzenden Dreyecke angenommen wird. Bey der Bestimmung der Höhen muß man übrigens alle mögliche Genauigkeit beobachten. — Am besten mißt man sie, wenn man den einen Zirkelfuß in die Spitze des Dreyecks, welche der Grundlinie gegenüber steht, einsetzt, und den Zirkel so weit eröffnet, daß ein Bogen, den man aus der erwähnten Spitze beschreibt, die Grundlinie berühren würde. Alsdann ist zwischen beyden Zirkelspitzen so genau, als möglich, die Höhe des Dreyecks, die man alsdann auf dem verjüngten Maasstabe, womit die Figur auf dem Felde gezeichnet worden ist, misset.

Wenn man alle Seiten eines Dreyecks weiß, oder messen will, so braucht man die Höhe desselben nicht zu bestimmen, sondern man findet den Inhalt sogleich aus den drey Seiten nach folgender Aufgabe.

§. 273.

§. 273. Aufgabe. Aus den drey Seiten AB = a, AC = b, BC = c eines Dreyecks (Fig. XIV.) den Inhalt zu finden.

Aufl. I. Man gedenke sich die Höhe BD, so ist BD = a sin A, und die Fläche des Dreyecks $= \frac{ab \sin A}{2} = F$.

II. Nun ist (Trig. S. VII.)

$$a^2 + b^2 - 2ab \cos A = c^2$$

Also $\cos A = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$;

mithin

$$1 + \cos A = 1 + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$$= \frac{(a + b)^2 - c^2}{2ab}$$

$$= \frac{(a + b - c)(a + b + c)}{2ab}$$

III. Ferner

$$1 - \cos A = \frac{c^2 - (a - b)^2}{2ab}$$

$$= \frac{(c - a + b)(c + a - b)}{2ab}$$

IV.

IV. Und folglich aus (II. III.);

$(1 + \cos A)(1 - \cos A)$

das will sagen $1 - \cos A^2$, oder:

$$\sin A^2 = \frac{(a+b+c).(a+b-c).(c+b-a).(c+a-b)}{4a^2b^2} = G$$

$\sin A = \sqrt{G}$, und die Fl. des Dr. $F = \frac{ab\sqrt{G}}{2}$

$= \frac{1}{4}\sqrt{(a+b+c).(a+b-c).(c+b-a).(c+a-b)}$

d. h. wenn man $a+b+c = M$

$a+b-c = N$

$c+b-a = O$

$c+a-b = P$ setzet, so wird durch Logarithmen, wegen $\log. 4 = \frac{1}{2} \log. 16$

$\log. F = \frac{1}{2}(\log. M + \log. N + \log. O + \log. P - \log. 16)$

V. Durch Worte diese Regel ausgedrückt, so heißt sie so:

1) Man addire erstlich alle drey Seiten des Dreyecks zusammen.

2) Ferner addire man jede zwey Seiten und ziehe von ihrer Summe die dritte ab. — Dergleichen Reste bekommt man drey.

3) Die Summe der Logarithmen der 4 Größen (1) und (2), um den Logarithmen der Zahl 16 vermindert, und alles mit 2 dividirt, giebt den Logarithmen von dem Inhalte des Dreyecks.

4)

4) Verlohnte sichs aber nicht der Mühe, durch Logarithmen zu rechnen, so multiplicire man die Größen (1) und (2) in einander, ziehe aus dem Producte die Quadratwurzel, und dividire sie mit 4, so hat man sogleich des Dreyecks Inhalt.

Ex. Es seyen die drey Seiten a = 442[1]; b = 418[1]; c = 353[1]; so wird M = 1213; N = 507; O = 329; P = 377;

log M = 3,0838608
log N = 2,7050080
log O = 2,5171959
log P = 2,5763413
10,8824060
log 16 = 1,2041200
Rest = 9,6782860
halbirt 4,8391430

Hiezu gehört die Zahl 69047. Also die Fläche des Dreyecks = 690 Qu. Ruthen 47 Q. Schuh, oder den Morgen zu 200 Qu. R. gerechnet, 3 M. 90 Qu. R. 47 Q. S.

Zusatz. Statt von jedem Paare von Seiten die dritte allemahl abzuziehen, um die Werthe von N, O, P zu erhalten, kann man etwas bequemer auch auf folgende Art rechnen.

Ist

Ist nemlich $a + b + c = M$ so hat man auch

$$O = M - 2a$$
$$P = M - 2b$$
$$N = M - 2c$$

d. h. man zieht von M oder der Summe aller drey Seiten der Ordnung nach immer das doppelte einer jeden einzeln Seite ab, so erhält man die Größen O, P, N auf eine etwas kürzere Weise.

Anmerkung.

§. 274. Diese Aufgabe habe ich hier beygebracht, weil ein Feldmesser Gebrauch davon machen kann, wenn er z. E. sogleich auf dem Felde, eines Dreyecks Inhalt aus den drey gemessenen Seiten bestimmen will, ohne nöthig zu haben, es besonders auf dem Papiere vorher zu entwerfen, und dessen Inhalt nach der gewöhnlichen Regel zu berechnen. — Zugleich hat dieses Verfahren den Vortheil, daß man den Fehlern ausbeuget, welche sowohl beym Auftragen des Dreyecks, als auch in der Bestimmung der Höhe desselben, unvermeidlich sind, weil man die Seiten sogleich unmittelbar, wie sie auf dem Felde mit der Meßkette gemessen worden, brauchen kann, ohne zur Berechnung des

In-

Inhalts vorher die Höhe des Dreyecks bestimmen zu müssen.

Freylich ist die Berechnung des Inhalts aus den drey Seiten etwas beschwerlicher, als die gewöhnliche Regel, aber man erhält den Inhalt genauer.

Auf diese Art kann man die Fläche einer ganzen Figur berechnen, wenn man alle Seiten und Diagonalen weiß, ohne daß man die Figur vorher aufs Papier tragen, und die Höhen der Dreyecke, in die man sie zerlegen müßte, bestimmen darf. Denn wenn alle Seiten, und die aus einem gewissen Punkte ausgehenden Diagonalen der Figur bekannt sind, so weiß man auch die drey Seiten eines jeden Dreyecks, in welche die Figur durch diese Diagonalen zerlegt werden würde.

§. 275. Wenn in obiger Formel (§. 273. IV.) alle drey Seiten des Dreyecks einander gleich sind, also $a = b = c$, so wird des gleichseitigen Dreyecks Inhalt $= \frac{\sqrt{3a^4}}{4} = \frac{a^2 . \sqrt{3}}{4}$.

Für ein gleichschenklichtes Dreyeck, wo $a = b$, wird der Inhalt $= \frac{1}{4} c . \sqrt{(2a + c)(2a - c)}$.

§. 276. Aufgabe. Die Fläche eines Trapezii ABCD (Fig. XV.) zu finden, wo AB mit CD parallel, AC und BD aber jede Lage haben können.

Aufl. Man ziehe AD, und nehme AB, CD für die Grundlinien der beyden Dreyecke ABD, ACD an, so ist das Perpendickel AE, die gemeinschaftliche Höhe derselben, mithin die Fläche des Trapezii =

$$CD \cdot \tfrac{1}{2} AE + AB \cdot \tfrac{1}{2} \cdot AE = (AB + CD) \tfrac{1}{2} AE,$$

d. h. die Summe der beyden gegenüberstehenden Parallelen AB und CD, mit ihrem halben Abstande AE multiplicirt.

§. 277. Zus. I. Es seyen in dem Vielecke (Fig. XVI. Tab. III.) AB, CD, EF, GH u. s. w. insgesammt mit einander parallel, so daß das ganze Vieleck in lauter Trapezien, wie (§. 276.), getheilt sey. —

Man nenne nach der Ordnung AB = A. CB = B, EF = C, GH = D u. s. w. af stehe auf allen Parallelen gemeinschaftlich senkrecht, und schneide sie bey b, c, d u. s. w. Man nenne nach der Ordnung ab = b, ac = c, ad = d u. s. w., so wird des ganzen Vielecks

In-

Inhalt R, aus der Summe aller Trapezien =

$$\frac{(A+B)b+(B+C)(c-b)+(C+D)(d-c)etc.+(E+F)(f-e)}{2}$$

Es sind nemlich nach der Ordnung die Werthe b; c — b; d — c u. s. w., die Höhen der einzelnen Trapezien.

Es wird immer besser seyn, die Höhen dieser Trapezien auf diese Art durch den Abzug jeder zwey nächst auf einander folgenden von a angerechneten Perpendikulärlinien zu finden, als sie stückweise in der Figur von a nach b, von b nach c u. s. w. zu messen. Denn da bey einer jeden solchen Messung ein kleiner Fehler begangen werden kann, so könnte es geschehen, daß nachher die Summe aller Stücken ab + bc + cd u. s. w. nicht mit der ganzen Höhe af übereinstimmte.

§. 278. Zus. II. Man kann den (§. 277.) angegebenen Ausdruck für die Fläche des Vielecks noch auf folgende Art verändern. — Weil

$$(A+B).b = Ab+Bb$$
$$(B+C)(c-b) = Bc+Cc-Bb-Cb$$
$$(C+D)(d-c) = Cd+Dd-Cc-Dc$$

u. s. w.

so wird nach gehöriger Rechnung auch

$$R = \frac{(A-C)b+(B-D)c+(C-E)d \text{ u. s. w.} + (E+F)f}{2}$$

d. h. man subtrahire von der ersten Parallele die 3te, von der zweyten die 4te, von der dritten die 5te u. s. w., so viel als dergleichen Reste zu machen sind.

Den ersten Rest multiplicire man in den Abstand der ersten und zweyten Parallele, den den zweyten Rest in den Abstand der ersten und dritten Parallele u. s. w. Zur Summe aller dieser Producte addire man endlich ein Product aus der Summe der beyden letzten Parallelen, in den Abstand der letzten Parallele von der ersten, halbire alles, so hat man des Vielecks Inhalt.

Diese Vorschrift ist etwas bequemer, als die Formel (§. 277.), weil man sogleich die Perpendikel b, c, d u. s. w. selbst zur Rechnung gebrauchen kann, ohne sie erst, wie in (§. 277.) erfordert wurde, von einander abzuziehen, oder die Reste c — b, d — c u. s. w. zu berechnen.

Auch fügt es sich unterweilen, daß in gegenwärtiger Formel, Reste A — C; B — D u. s. w. = o werden, wodurch also die zugehörigen Producte (A — C) b u. s. w. selbst = o wer-

werden, und der Ausdruck noch einfacher wird, welches sich hingegen bey der Formel (§. 277.) niemals ereignen kann.

§. 279. Zus. III. Wenn in (Fig. XVI.) die beyden Punkte A und B in einen a zusammenfallen, und man also statt des Trapezii ABCD, ein Dreyeck CaD hat, so ist A = o. Eben so könnte F = o seyn, wenn sich das letzte Trapezium ILKM in ein Dreyeck IfK verwandelte.

Anmerkung.

§. 280. Die bisherige Aufgabe, mit ihren Zusätzen, dient nun überhaupt, die Fläche einer Figur auf eine leichtere Art zu berechnen, als es durch Zerlegung in Dreyecke geschehen würde. — Denn die Zerlegung in Dreyecke, und die Bestimmung der Höhe eines jeden Dreyecks, ist mühsamer, als wenn man geradehin auf alle Parallelen, wie (Fig. XVI.) ein gemeinschaftliches Perpendikel af zieht, und den Inhalt nach den Formeln (§. 276 u. f.) berechnet. Es sey also eine geradlinigte Figur, wie (Fig. XVII.) vorgegeben, und ihr Inhalt zu bestimmen. Man ziehe durch die bey A zunächst liegenden Winkelpunkte B und C eine gerade Linie, und nun vermittelst eines Linials und rechtwinklichten hölzernen Dreyecks, durch alle übrigen Winkelpunkte D, G u. s. w. Paralle-

rallelen mit BC, nemlich Bb, Dc, Fd u. s. w. Durch den obersten und untersten Punkt A und H, auch mit BC die Parallelen Aa, He. Auf Aa nehme man, wie man es am bequemsten findet, einen Punkt a an, und fälle auf alle Parallelen das gemeinschaftliche Perpendikel ae, so sind die Entfernungen ab, ac, ad, ae die Werthe von den Größen b, c, d u. s. w. in den Formeln (§. 277. u. f.). Die Parallelen BC, DE, FG sind die Werthe von B, C, D u. s. w. Wegen der beyden Dreyecke BAC, HFG sehe man (§. 279.). So würde also hier des Vielecks Inhalt

$$= \frac{(o-C)b+(B-D)c+(C-o)d+(o+D)e}{2}$$

$$= \frac{-Cb+(B-D)c+Cd+De}{2}$$

$$= \frac{(B-D)c+C(d-b)+De}{2}$$

und so in andern Fällen.

Daß übrigens bey diesem Verfahren niemals mehr Trapezien als Dreyecke, in die man die Figur durch Diagonalen zerlegen würde, zum Vorscheein kommen, wird nach einer kleinen Ueberlegung von selbst erhellen.

§. 281.

§. 281. Aufgabe. Die Fläche einer krummlinigten Figur zu bestimmen.

Aufl. I. Wenn eine Figur von einer solchen krummen Linie begränzt wird, deren Punkte insgesammt nach einem gewissen gemeinschaftlichen Gesetze (oder wie man sich in der höhern Geometrie ausdrückt) durch eine algebraische Gleichung zwischen Abscisse und Ordinate bestimmt worden sind, so kann der Inhalt derselben durch die gemeine oder höhere Geometrie vollkommen genau, oder wenigstens so genau bestimmt werden, daß der Fehler für nichts zu achten ist.

So lehrt z. E. die gemeine Geometrie die Fläche eines Kreises, oder Stücke eines Kreises, so genau, als man will, zu berechnen, und die höhere Geometrie beschäftigt sich mit den Flächen oder Quadraturen der Parabel, Ellipse, Hyperbel, und anderer krummen Linien, deren Natur durch eine Gleichung gegeben ist. Allein diese krummen Linien und ihre Quadraturen sind kein Gegenstand der Feldmeßkunst, und wenn also darüber um Belehrung zu thun ist, der kann z. E. Hrn. Hofr. Kästners Analysis des Unendlichen, oder andere hieher gehörige Schriften zu Rathe ziehen.

II. Näher und umständlicher haben wir solche Figuren in Erwägung zu ziehen, deren Umfang nicht nach einem gewissen Gesetze verzeichnet worden ist, sondern deren Hauptkrümmen und Wendungen nur durch einige Abscissen und Ordinaten, die übrigen Punkte aber nach dem Augenmaaaße angegeben und zusammengehängt worden sind — wie das der gewöhnliche Fall beym Feldmessen ist.

III. Weil hier kein Gesetz gegeben ist, nach welchem die Ordinaten von den Abscissen abhängen, so kann auch die Quadratur, oder die Fläche einer solchen krummen Linie, nicht nach der in der höhern Geometrie gewöhnlichen Art durch die Integralrechnung gefunden werden, sondern man muß hier auf folgende Art verfahren.

Es sey z. E. die krummlinigte Figur (Fig. XVIII.) vorgegeben. Man nehme auf den Gränzen der Figur Punkte, wie C, E, G u. s. w., so nahe beysammen, daß die Stücke AC, CE, EG u. s. w. ohne merklichen Irrthum als gerade angesehen werden können; durch diese Punkte C, E u. s. w. gedenke man sich durch die krummlinigte Figur lauter Parallelen gezogen, so wird es erlaubt seyn, die Vierecke, wie BCDE, DEFG u, s. w., als lauter geradlinigte Trapezien zu betrachten; BAC könnte man für ein Dreyeck ansehen u. s. w.

Die

Die Summe aller dieser Trapezien könnte man nach (§. 278.) ausrechnen, und so bekäme man ohne merklichen Fehler, die Fläche der krummlinigten Figur.

Es stehe also Ag auf allen Parallelen gemeinschaftlich senkrecht. — Man messe nach der Ordnung die Perpendikularhöhen Aa, Ab u. s. w., und die Parallelen BC, DE u. s. w., so hat man die Werthe von b, c, d u. s. w. A, B, C u. s. w., die in der Formel (§. 277.) gebraucht werden. Wenn man BAC für ein Dreyeck ansehen dürfte, so wäre A = o (§. 279.).

Ich will zur Erläuterung der Formel (§. 278.), und um die Art ihrer Berechnung zu zeigen, ein Beyspiel beybringen.

Gesetzt man habe gefunden:

I.	II.	III.	IV.	V. −	V. +
A = 15		so ist	mithin	—	+
B = 50	b = 78	A − C = − 70	(A − C) . b =	5460	
C = 85	c = 100	B − D = − 44	(B − D) . c =	4400	
D = 94	d = 176	C − E = + 10	(C − E) . d =	— —	1760
E = 75	e = 260	D + E = + 169	(D + E) . e =	— —	43940
Also das Posit. und Neg. zusammengerechnet				9860	45700
					9860

$\frac{1}{2}$ Summe oder Inhalt der Figur $= \frac{35840}{2}$ Qu. Schuh.

= 17920 Qu. Schuh.

= 179 Q. R. 20 Q. Sch.

oder den Morgen zu 200 Qu. R. = $\frac{1}{2}$ m + 79 Q. R. + 20 Q.

= $\frac{3}{4}$ m + 29 Q. R. + 20 Q.

Wenn

Wenn man auf diese Art in jedem Falle die Data in Columnen, wie I, II, III, IV, V, ordnet, so übersieht man das Ganze besser.

Anmerkung.

§. 282. I. Das bisherige setzt nicht zum voraus, daß eine Figur auf dem Felde, deren Inhalt man wissen will, vorher auf dem Papiere entworfen seyn muß. — Man könnte, besonders wenn die Figur nicht gar zu groß wäre, gleich unmittelbar auf dem Felde, die Parallelen, und die auf sie fallenden Perpendikulärhöhen messen.

Man stecke innerhalb der Figur eine gerade Linie Ag (Fig. XVIII.) ab, und spanne längst Ag die Meßkette an. — Man lasse ein paar Gehülfen, einen längst der krummen Linie ABH. und einen längst ACI mit Zeichenstäbchen und Meßfahnen fortgehen.

Nachdem der erste z. E. nach B hingekommen ist, und daselbst bemerkt hat, daß das Stück AB ohne merklichen Fehler für eine gerade Linie gelten kann, so lege man an die längst Ag angespannte Kette, einen hölzernen Winkelhacken, dessen Schenkel ohngefähr 4 Fuß lang sind, dergestalt, daß der eine Schenkel des Winkelhackens, nemlich am, aufs

naueste nach der bey B aufgerichteten Fahne hinziele, der andere aber genau an A g anliege.

So hat man auf der Kette die Abscisse Aa, für den Punkt B — die man ins Manual eintrage.

Mit B und a lasse man bey C ein Zeichenstäbchen in gerader Linie einsetzen, und bezeichne die bey B und C eingesteckten Stäbchen gemeinschaftlich mit Nro. 1., um anzudeuten, daß BC die erste abgesteckte Parallele ist. In dem Manuale wird auch bey die zugehörige Abscisse Aa einstweilen Nro. 1. geschrieben.

Auf eben die Art bestimme man die zweyte Parallele DE, indem man ihre Richtung vermittelst des oberwähnten Winkelhackens angiebt. — Man messe die zugehörige Abscisse Ab, trage sie ins Manual, und setze Nro. 2. dabey. — Bey D und E lasse man Zeichenstäbchen mit Nro. 2. zurück. Auf diese Art bestimme man nach der Ordnung auf der Kette die Abscissen Aa, Ab, Ac u. s. w.

Wenn man mit allen Abscissen fertig ist, so schreite man zur Messung der Parallelen.

Weil nemlich bey B und C, bey D und E u. s. w. Zeichenstäbchen mit Nummern zurückgelassen worden sind, so kann man nun, nach der Ordnung, die Parallelen BC von Nro. 1.

nach

nach Nro. 1., DE von Nro. 2. nach Nro. 2. u. s. w. messen, und erhält solchergestalt alle Größen (§. 277.), die zur Berechnung des Inhalts der Figur nöthig sind, ohne die Figur selbst auf dem Papiere zu entwerfen.

II. Die Umstände müssen es nun ergeben, ob es bequemer ist, die ganze Figur erst zu Papiere zu bringen, oder die zur Berechnung des Inhalts nöthigen Linien, sogleich unmittelbar auf dem Felde zu messen.

In dem Falle, wenn die Krümmungen nicht gar zu groß sind, auch die Figur selbst nicht sehr groß ist, und ohne merklichen Fehler in einer Ebene liegt, kann das erwähnte Verfahren brauchbar seyn; ausserdem aber mögte es immer bequemer seyn, die Figur erst nach den gewöhnlichen Methoden, auf den Meßtisch zu bringen.

§. 283. Aufgabe. Die Fläche einer krummlinigten Figur noch auf eine leichtere Art zu berechnen.

Aufl. I. Man ziehe innerhalb der Figur (Fig. XIX.) eine gerade Linie AB, und trage von A nach B so viel gleiche Theile, als angehet. — Man nehme aber, im Falle die Figur starke Krümmungen hätte, diese Theile nicht zu groß, dergestalt, daß die durch die Theilspunkte a, b, c u. s. w. gezogenen Parallelen

$M\mu$, Rr u. s. w. Stücke der krummen Linie. nemlich MR, μr u. s. w., zwischen sich enthalten, die man ohne merklichen Irrthum für gerade Linien annehmen darf.

II. Es ist klar, je weniger Krümmung die Bogen MRSN, μrsn haben, desto größer kann man die gleichen Theile auf AB nehmen.

III. Man nenne die Parallelen, nach der Ordnung nemlich $M\mu = A$; $Rr = B$ u. s. w., $N'n' = W$, $Nn = X$. Sie stehen gemeinschaftlich auf AB senkrecht.

af heiße x, und von a nach f gehen n gleiche Theile, so ist $ab = bc = cd$ u. s. w. $\frac{x}{n}$.

IV. Mithin die Summe aller zwischen $M\mu$ und Mn enthaltenen Trapezien =

$$\frac{(A+B)}{2} \cdot \frac{x}{n} + \frac{(B+C)}{2} \cdot \frac{x}{n} \text{ u. s. w.} + \frac{(W+X)}{2} \cdot \frac{x}{n} =$$

$$\left(\tfrac{1}{2}(A+X) + B + C \text{ u. s. w.} + W\right)\frac{x}{n}$$

d. h. zur halben Summe der ersten und letzten Parallele $M\mu$ und Nn, addire man die Summe aller mittlern, und multiplicire alles mit $\frac{x}{n}$, so hat man das zwischen Mm und Nn enthaltene Stück Fläche.

V.

V. Die beyden übrigen Stückgen $MA\mu$; NBn rechne man noch besonders aus, um die ganze Fläche $MA\mu nBNA$ zu erhalten.

VI. Es ist nemlich klar, daß, wenn man längst AB lauter gleiche Theile nimmt, am Ende ein Stückgen, wie fB, übrig bleiben kann, welches $< ab$, oder $< \frac{x}{n}$ ausfällt, wo man also das zugehörige Dreyeck NBn, oder Trapezium, besonders ausrechnen muß.

VII. Die Krümmungen längst $MA\mu$, NBn könnten so beschaffen seyn, daß man die Flächen $MA\mu$, NBn nicht einmal als Dreyecke oder Trapezien behandeln dürfte. — In dem Falle könnte man diese Stücke wieder in kleinere Trapezien zerlegen, indem man mit AB, oder $M\mu$, Parallelen zöge. Oft kann man aber auch ihre Fläche, wenn sie nicht viel betragen sollte, nur nach dem Augenmaaße schätzen.

VIII. Es wird sich übrigens leicht aus der Gestalt der krummlinigten Figur beurtheilen lassen, wie man die Parallelen am besten auszuwählen hat, daß sie erstlich nicht gar zu nahe neben einander gezogen zu werden brauchen, und man folglich, ohne Nachtheil des Inhalts, nicht gar zu viele Parallelen messen darf, zweytens, daß am Ende der Parallelen, bey $M\mu$, Nn nicht gar zu unregelmäßige Stücke $AM\mu$,

NBn

NBn übrig bleiben. So z. E. könnte es geschehen, daß, wenn man statt der Parallelen $M\mu$, Rr u. s. w., durch die Figur Linien mit AB; oder mit einer andern Richtung parallel zöge, die Figur in weniger Trapezien zerfiele, und man also den Inhalt leichter fände, als vermittelst der zuerst angenommenen Parallelen $M\mu$, Rr u. s. w. Die schicklichste Auswahl der zu ziehenden Parallelen wird sich in jedem Falle leicht von selbst ergeben.

Bequemlichkeiten, wenn die Parallelen in gleicher Weite von einander abstehen.

§. 284. Wenn man die Formel (§. 283. IV.) mit denen im 277ten und 278ten §. vergleicht, so wird man leicht bemerken, daß bey der (§. 283. IV.) theils weniger Linien in der Figur zu messen vorkommen, indem man nicht solche Größen, wie a, b, c u. s. w. (§. 277. u. 278.), besonders zu messen nöthig hat, theils auch die Berechnung so viel einzelner Producte, aus dergleichen die dortigen Formeln bestehen, erspart wird. — Vortheile, die man bey der Berechnung vieler einzelnen Stücke einer Feldmark, bald empfinden wird.

Anmerkungen.

§. 285. I. Man sieht leicht, daß es nicht nöthig ist, die Parallelen ganz auszuziehen. —

Um

Um ihre Längen zu bestimmen, darf man nur an dem Umkreise der Figur, die Punkte M, μ, R, r u. s. w. mit einer Zirkelspitze bemerken. — Auch die auf den Parallelen senkrecht stehende AB braucht nicht innerhalb der Figur gezogen zu werden — und solchergestalt wird ein Riß mit gar keinen Linien verunziert, die zur Berechnung seiner Fläche nöthig sind.

II. Am allerbequemsten könnte man aber die Ausmessung und Ziehung der Parallelen durch Hülfe eines Linials und rechtwinklichten Dreyecks bewerkstelligen, worauf man Theile des verjüngten Maaßstabes, nach welchem die Figur ausgerechnet werden sollte, getragen hätte.

Es sey LU ein Linial, längst dessen Schärfe man eine gewisse Anzahl gleicher Theile, in der festgesetzten Weite der Parallelen von einander, verzeichnet, und an die Theilpunkte nach der Ordnung die Zahlen, 1, 2, 3 u. s. w. geschrieben habe.

QVT sey ein rechtwinklichtes hölzernes Dreyeck, auf dessen Katheten QV, Theile des verjüngten Maaßstabes, z. E. Ruthen, verzeichnet sind.

So ist klar, daß, wenn man QV durch einen gewissen Theilpunkt des Linials, z. E. durch

durch a, gehen läßt, man auf QV sogleich die Länge der Parallele Rr angezeigt findet.

Auf diese Art kann man nach und nach das Dreyeck an jeden Theilpunkt des Linials LU schieben, und sowohl die Lage der Parallelen, als auch ihre Länge bestimmen, ohne daß man sie besonders zu ziehen, und mit dem Zirkel auf einen verjüngten Maaßstab zu tragen braucht.

Die Schuhe auf QV schätzt man nach dem Augenmaaße. Auch müssen etwa von 5 zu 5 Ruthen auf QV Merkmaale zu besserer Zählung der Ruthen verzeichnet seyn.

Begreiflich darf das Linial LU, während man die Parallelen nach der Ordnung auf QV misset, nicht verrückt werden. Deswegen kann man das Linial mit einem Brette y versehen, worauf man ein Gewicht setzet, um es so lange, bis alle Parallelen gemessen sind, fest in seiner Lage zu erhalten.

III. Ich denke, bequemer, als durch das Verfahren (II.), in Verbindung mit der Formel (§. 283. IV.), läßt sich wohl im allgemeinen keiner krummlinigten Figur Inhalt bestimmen.

IV. Bey den Formeln (§. 277. 278.) wurden die Parallelen, nach Verhältniß der schiedenen Krümmungen am Umfange der Figu-

Figur, bald näher, bald weiter von einander gezogen. Dadurch könnte es nun geschehen, daß man dort oft weniger Parallelen erhielte, und messen dürfte, als hier (§. 283.), wo die Parallelen durchaus in gleicher Weite von einander abstehen, wie auch die Krümmungen am Umfange der Figur beschaffen seyn mögen. Allein man muß auch dagegen bedenken, daß man dort wegen des verschiedenen Abstandes der Parallelen, die Werthe von a, b, c u. s. w. besonders messen muß, hier aber (§. 283. IV.) nur die einzige Weite der beyden äussersten Parallelen, nemlich x, zu messen braucht, zu geschweigen, daß die Formel (§. 283. IV.) auch sehr viel einfacher, und zur Berechnung bequemer ist, als die (§. 277. oder 278.)

V. Verschiedene andere Formeln für die Berechnung der Fläche krummlinigter Figuren, lehrt Herr Lambert (Beyträge zur Mathematik, II. Th.). Aber ich finde sie insgesammt zur Ausübung nicht so bequem, und so leicht zu übersehen, als die (§. 283.) — Deswegen werde ich hier weiter nichts davon beybringen.

§. 286. Aufgabe. Die Formel (§. 283. IV.) zur Ausübung und Berechnung noch bequemer einzurichten.

Aufl. I. Man setze, auf dem Schenkel QV des rechtwinklichten Dreyecks VQT (Fig. XIX.) seyen einzelne Ruthen des verjüngten Maaßstabes verzeichnet. — Die Schuhe u. s. w. drücke man durch Decimaltheile von Ruthen aus.

II. Auf dem Liniale LU nehme man die gleichen Theile auch eine Ruthe groß, so daß die Parallelen überall eine Ruthe von einander abstehen, wie solches in sehr vielen Fällen zureichend seyn kann, so wird in (§. 283. IV.) $\frac{x}{n} = 1$, und die Fläche der Figur geradehin
$= \frac{1}{2}(A + X) + B + C + D$ u. s. w. $+ W$
nemlich in Quadratruthen.

Bey dieser Einrichtung drückt also die bloße Summe der Parallelen den Flächenraum in Quadratruthen aus.

Es sey z. E.	$A = 2^{\circ}.\ 4'.\ 4'' =$	2,44 Ruth.
	$H = 3\ .\ 2\ .\ 0 =$	3,20
	$\frac{1}{2}(A + H) =$	2,82
Ferner	$B = 4\ .\ 2\ .\ 1 =$	4,21
	$C = 6\ .\ 8\ .\ 2 =$	6,82
	$D = 7\ .\ 4\ .\ 0 =$	7,40
	$E = 8\ .\ 2\ .\ 1 =$	8,21
	$F = 5\ .\ 0\ .\ 0 =$	5,00
	$G = 4\ .\ 0\ .\ 2 =$	4,02

Also die Fläche der Figur = 38,48 Quadratruthen.

leichter kann man die Berechnung des Flächeninhalts nicht verlangen.

III. Nähme man die Parallelen überall 2 Ruthen von einander, so wäre $\frac{x}{n} = 2$; Für 3 Ruthen Abstand $\frac{x}{n} = 3$ u. s. w. Für alle diese Fälle, von denen man nun, nach Verhältniß der Umstände (§. 283. II.), einen wählen kann, ist also immer die Berechnung der Fläche noch sehr leicht. So wäre z. E. für $\frac{x}{n} = 2$ Ruthen, und die Größen A, B, C u. s. w., wie vorhin (II.).

Die Fläche = 38,48 . 2 = 76,96 Quadratruthen.

Ein Verfahren, die Fläche einer Figur durch Hülfe eines Netzes zu bestimmen.

§. 287. I. Ein viereckigter Rahmen sey durch zarte ausgespannte Fäden, in lauter Quadrate, deren jedes z. E. 100 Quadratruthen des verjüngten Maaßstabes enthält, eingetheilt. — Diesen Rahmen lege man über die Figur, deren Inhalt man wissen will, so, daß die Fäden genau auf dem Papiere liegen, und zähle,

zähle, wie viel von den oberwähnten Quadraten ganz in die Figur fallen.

II. In diejenigen Quadrate, durch welche der Umfang der Figur durchgehet, werden Stücke der Figur fallen, die kleiner, als ein solches Quadrat, also kleiner als 100 Quadratruthen sind. Ein solches Stück heiße A — Um dessen Fläche zu finden, lege man auf das Fadenquadrat, in welches A fällt, ein auf Glas gezeichnetes eben so großes, aber in die einzelnen 100 Quadratruthen getheiltes Quadrat, so daß der Umfang des Quadrats auf dem Glase, das erstere Fadenquadrat genau decke, zähle nun die auf A gehenden einzelnen Quadratruthen, und schätze Theile von Quadratruthen nach dem Augenmaaße. So würde man nach Addirung aller Fadenquadrate, jedes zu 100 Quadratruthen gerechnet, und aller einzelnen Quadratruthen, nebst den geschätzten Theilen von Qu. Ruthen, den Inhalt der Figur, ohne weitere Rechnung gefunden haben.

Es ist klar, daß man oft, wenn die Figur nicht groß ist, nur das zweyte Quadrat auf dem Glase nöthig haben wird.

III. Das eben gewiesene Verfahren wird von einigen Feldmessern empfohlen. — Ich habe die Mühe darauf gewandt, beyde Netze

(1.

(I. II.) auf Glas zu verzeichnen, aber sie wurde durch die scheinbare Bequemlichkeit, den Inhalt einer Figur ohne Rechnung zu finden, nicht belohnt — denn das Abzählen der Quadrate, die Schätzung derselben u. s. w. erforderte wohl noch einmahl so viel Zeit, als die Rechnung nach den vorhergehenden Methoden. Die Genauigkeit selbst, in Absicht der Schätzung kleinerer Theile als Quadratruthen, fand ich wegen der Menge solcher Theilchen, und der sich dadurch häufenden Fehler, immer sehr mittelmäßig, ob gleich mein Augenmaaß keines der schlechtesten ist, und die Linien sehr zart nach (§. 176. VII.) aufs Glas gerissen waren.

IV. Will man ein solches Netz zur Ausrechnung der Figuren, die nach unterschiedenen verjüngten Maaßstäben gezeichnet sind, gebrauchen: so wird man doch nicht aller Rechnung überhoben seyn, sondern wenn man setzet, das Netz sey für Ruthen eines verjüngten Maaßstabes, die $= b$ sind, verfertiget worden, so wird die vermittelst dieses Netzes gefundene Fläche F eines Risses, auf dessen verjüngten Maaßstabe die Ruthen $= a$ wären, noch mit der Große $\frac{b^2}{a^2}$ multipliciret werden müssen, um die wahre Fläche zu finden.

Ob-

Oder man müßte für jeden besondern verjüngten Maaßstab ein Netz verfertigen, und das wäre doch wohl noch weitläuftiger.

Noch andere Unbequemlichkeiten beym Gebrauch der Netze, werden wohl keinen Zweifel lassen, daß die unmittelbare Berechnung nach den Formeln in den 277, 278, 283 §§. immer vorzuziehen ist.

Noch ein Verfahren, den Inhalt einer Figur ohne Rechnung zu finden.

§. 288. Man verzeichne auf einer gewissen Gattung Papieres (am besten auf Royal- oder Velinpapiere) ein Quadrat, z. E. von hundert oder mehreren Quadratruthen, schneide dieses Quadrat aus, und wiege es auf einer genauen Waage. — Nun kopiere man die auszurechnende Figur auf eben solches Papier, schneide sie auch aus, und wiege sie. Und schließe nun nach der Regel detri, wie sich verhält das Gewicht des erwähnten Quadrats zu seiner Fläche so das Gewicht der Figur zu ihrem Inhalt.

Ueber die Brauchbarkeit dieses mechanischen Verfahrens s. m. Hrn. v. Zachs monatliche Corresp. zur Beförderung der Erd- und Himmelskunde das Februarstück 1800. S. 171. Es ist hiebey vortheilhaft, das Quadrat größer als den Inhalt der

der entsprechenden Figur zu nehmen; weil alsdann die unvermeidlichen von der einen nahe durchaus gleichen Seite des Papieres herrührenden Fehler vermindert werden.

Korrection einzelner Stücke einer Feldmark, wenn ihre Summe vollkommen genau mit dem ganzen Stücke, das sie betragen, übereinstimmen soll.

§. 289. I. Ein Stück Feld bestehe aus unterschiedenen einzelnen Aeckern u. dgl. A, B, C, D, E (Fig. XX.), und jedes einzelne Stück sey nach den vorhergehenden Methoden ausgerechnet worden.

II. Da nun wohl bey der Bestimmung eines jeden einzelnen Stückes A, B, C ꝛc. kleine Fehler unterlaufen, für die ein Feldmesser auch bey aller Sorgfalt nicht gut stehen kann, diese Fehler zusammen aber eine beträchtliche Abweichung der Summe $A + B + C + D + E$ von dem unmittelbar durch Trapezien berechneten Totalinhalte der Figur $\alpha\beta\gamma\delta$ verursachen können, so ist es rathsam, den einzelnen Stücken A, B, C, D, E Correctionen zu geben, damit die Summe ihrer Inhalte übereinstimmend werde mit dem, was die Berechnung für das Ganze gegeben hat.

Es sey also z. E. gefunden worden

A = 205 Qu. R.
B = 512
C = 480
D = 300
E = 120

so wäre A + B + C.. = 1617 Quadr. Ruthen.

III. Gesetzt nun, man habe die ganze Figur $\alpha\beta\gamma\delta$ für sich allein in Trapezien zerlegt, und unmittelbar als ein einziges Stück Feld berechnet, so wird dieser berechnete Inhalt der Wahrheit näher kommen, als das, was man durch Summirung der einzelnen Stücke A, B, C ꝛc. (II.), deren jedes für sich allein, als eine besondere Figur, durch Zerfällung in kleine Trapezien berechnet worden ist, erhalten würde. Wäre nun z. E. der Inhalt des Ganzen $\alpha\beta\gamma\delta$ = 1640 Quadr. Ruthen, also um 23 Quadratr. größer als der aus der Summirung obiger Stücke hergeleitete Inhalt gefunden worden, so kann man diesen Fehler von 23 Quadratruthen auf die einzelnen Stücke A, B, C, D ꝛc. auf folgende Art vertheilen, und also die corrigirten Werthe dieser Stücke erhalten.

Man schließe, wie der fehlerhafte Inhalt (II.) 1617, zum wahren 1940, so das fehlerhafte A = 205 zum wahren A; so wird das cor-

$$\text{corrigirte } A = \frac{1640 \cdot 205}{1617}, \text{ und eben so}$$

$$B = \frac{1640 \cdot 512}{1617} \text{ und s. w.}$$

wo man denn zum beständigen Logarithmen von $\frac{1640}{1617}$ nur die Logarithmen von 205; 512 u. s. w. nach der Ordnung addiren darf. So findet sich

das corrig. A =	207,9156	Qu. R.
B =	519,2821	. .
C =	486,8268	. .
D =	304,2669	. .
E =	121,7067	. .

Die Summe = 1639,99 . . also beynahe 1640 Qu. Ruth., wo der geringe Unterschied nur von den Decimalstellen herrühret, die noch weiter auf die angegebenen folgen würden.

IV. Man kann vielleicht noch bequemer ohne Logarithmen auf folgende Art rechnen:

Man schließe 1617 : 100 = 23 : x.

Also 100 Q. Ruth. erfordern eine Korrection von x = 1,4223;
mithin 10 — — — von y = 0,1422;
und 1 — — — von z = 0,0142.

Hieraus findet sich die Verbesserung von A, oder von 205 Qu. R. $= 2 . x + 0 . y + 52 = 2{,}9146$ Qu. R., die von B, oder von 512 Qu. R. $= 5 . x + 1 . y + 22 = 7{,}2821$ Q. R. u. s. w.

Also das wahre A $= 205 + 2{,}9156 = 207{,}9156$ u. s. w.

Diese Berechnungsart kann auch in ähnlichen Fällen brauchbar seyn.

Anmerkung.

§. 290. Bey der Berechnung einzelner Stücke einer Feldmark kann man auch so verfahren.

I. Man berechne erst A.

II. Nun unmittelbar beyde Stücke A und B zusammengenommen, als wenn nemlich A und B nur ein einziges Stück, oder eine einzige Figur ausmachten.

III. Nun ferner die Fläche aller 3 Stücke A, B, C zusammen u. s. w.

Von II. ziehe man I. ab, so hat man B.

Von III. ziehe man II. ab, so findet sich C u. s. w.

IV. Man kann hier nemlich so verfahren, wie man einzelne Stücke einer eingetheilten Li-

nie ab (Fig. XX.) finden würde, indem man nemlich nach der Ordnung ac, ad, ae u. s. w. mäße, und nun, um cd zu finden, ac, von ad abzöge, um de zu bestimmen, den Unterschied ae — ad angäbe u. s. w.

V. Auf diese Art verfährt man freylich sicherer, als wenn man jeden Theil ac, ad, de, besonders misset; denn wegen der unvermeidlichen Fehler würde am Ende die Summe der für sich bestimmten Stücke ac + cd + de selten mit der ganzen Länge ae übereinstimmen, da hingegen das Verfahren (IV.) die Stücke ac, cd, de so giebt, daß ihre Summe allemal das Ganze ae vollkommen genau beträgt.

VI. Bey Bestimmung einzelner Stücke einer geraden Linie ist das erwähnte Verfahren bequem. Allein meistens wird es bey Berechnung einzelner Flächen, wie B, C u. s. w. beschwerlich seyn. Denn wenn man, z. E. um B zu finden, das ganze Stück $\alpha\beta\delta$ erst berechnen, und dann A davon abziehen, ferner um C zu finden, die Figur $\alpha\beta\gamma\varepsilon\delta\alpha$ berechnen, und dann $\alpha\beta\delta$ davon abziehen wollte, so kann es geschehen, daß, obgleich jedes einzelne Stück eine zur Berechnung ganz bequeme Gestalt hätte, doch mehrere derselben zusammengenommen, eine sehr unordentliche Figur bildeten, wie z. E. $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon\alpha$, welche in der That zur V-

rechnung schon etwas beschwerlich ist. Da nun überdem nach und nach die Stücke, wie $\alpha\beta\delta\alpha$, $\alpha\beta\gamma\varepsilon\delta\alpha$, $\alpha\beta\gamma\mu\eta\delta\alpha$ u. s. w., durch deren Abzug von einander man die einzelnen Theile A, B, C, D u. s. w. bekömmt, immer größer werden, so wird die Berechnung selbst auch immer weitläuftiger und mühsamer, so daß ich der Meynung bin, man thue immer besser, die einzelnen Stücke A, B, C u. s. w. für sich allein auszurechnen, wenn auch gleich die Genauigkeit etwas darunter leiden sollte. Der Fehler wird doch bey gehöriger Aufmerksamkeit nie so beträchtlich seyn, daß es nicht erlaubt seyn sollte, nachher eine Korrection, wie (§. 289.) vorzunehmen, wodurch die Summe der einzelnen Stücke mit dem Ganzen übereinstimmend wird.

Anmerkung.

§. 291. Bey Berechnung des Flächeninhalts der Aecker, lassen sich unterweilen einige Vortheile anbringen, daß man nicht nöthig hat, jeden einzelnen Acker besonders in Trapezien zu zerlegen.

I. Es ist (Fig. XXI. Nro. 1.) ABCD ein Flurstriemen, oder eine Vereinung, worinnen mehrere einzelne Aecker M, N, O liegen, deren Scheidungslinien AB, aα, bβ, CD mit einander parallel laufen. Wären nun auch BD

und

und AC gleichlaufend, und gerade Linien, so würde man aus der berechneten Fläche des ganzen Flurstriemens ABCD = F, die einzelnen Aecker nach folgenden Proportionen finden:

AC : Aa = F : M
AC : ab = F : N
u. s. w.

wo man also nur Aa, Ab u. s. w. zu messen brauchte.

II. Wären Nro. 2. zwar AB, aα, bβ, u. s. w. parallel, aber die geraden Richtungen AC, BD nicht, so ziehe man B3 mit AC gleichlaufend, und berechne aus der ganzen Fläche ABC3, und den Stücken Aa, ab, bc, die Flächen ABa1; a1b2; b2C3 nach (I). Haben nun die Stücke α1, β2, D3 keine beträchtliche Krümmung, so daß man sie für gerade Linien annehmen kann, so addire man zu ABa1 das kleine Dreyeck B1α, so hat man M, zu a1b2 das Trapezium α1β2, so hat man N u. s. w.

Weichen BD, AB nicht sehr von der parallelen Lage ab, so wird man die kleinen Stücke B1α, α1β2 u. s. w. zureichend genau nach dem Augenmaaße schätzen können.

Sehr beträchtliche Krümmungen haben die Scheidungslinien der Aecker selten, und so

wird

wird man α 1, β 2, D 3 in vielen Fällen für gerade annehmen dürfen.

III. Wären selbst AC und BD keine gerade Parallel-Linien, so werden sich nach einiger Ueberlegung, doch leicht Abkürzungen bey Berechnung der Stücke M, N, O ausfinden lassen, die ich hier der Kürze wegen übergehe.

XXVII. Kapitel.

Von Verwandlung der Figuren in gleich große Drenecke.

§. 292. Da die hieher gehörigen Aufgaben, sowohl zur Berechnung des Flächeninhalts der Figuren, als auch zur Theilung der Felder durch bloße Zeichnung, unterweilen sehr brauchbar sind, und sich als eine sinnreiche Anwendung einiger der ersten Lehrsätze der Geometrie empfehlen, so halte ich es nicht für unnütz, hier das Wesentliche davon benzubringen.

Ein Parallelogramm in ein Dreneck zu verwandeln, wird schon in den Elementen der Geometrie gewiesen. — Ich wende mich daher sogleich zu folgender Aufgabe.

§. 293. **Aufgabe. Ein vorgegebenes Viereck ABCD (Fig. XXII.) in ein gleich großes Dreneck zu verwandeln, dessen Spitze sich in einer gegebenen Ecke der Figur, z. E. ben B, befinde, und die Grundlinie längst AD falle.**

Aufl. Man ziehe aus B die Diagonallinie BD, verlängere AD, und ziehe durch C mit BD eine Parallele CE, so wird, nachdem man BE gezogen hat, das Dreyeck ABE = dem Vierecke ABCD.

Bew. Weil CE mit BD parallel, so ist ΔBDE = ΔBCD, weil sie auf einer gemeinschaftlichen Grundlinie BD stehen; also nach Abzug des Stücks BHD, welches beyde Dreyecke gemein haben, ΔCBH = ΔDHE, also ABHD + ΔBCH = ABHD + ΔDHE, oder ABCD = ΔABE.

Zus. I. Das Stück DHE ausserhalb des Vierecks ist dem BCH innerhalb desselben gleich.

Zus. II. Wenn, wie bey (Fig. XXIII.) das Viereck ABCD bey C einen einwärts gehenden Winkel hätte, so bleibt, wie die punktirten Linien ausweisen, dieselbe Auflösung, und das Dreyeck ABE = Viereck ABCD; weil noch, wie vorhin, ΔDHE = ΔBCH.

Anmerkung. Die Parallelen, wie BD, CE, brauchen nicht ganz ausgezogen zu werden. Man lege blos an BD die Hypothenuse eines hölzernen rechtwinklichten Dreyecks, und schiebe längst eines an den Katheden gelegten Linials, die Hypothenuse parallel fort, nach C, so wird

sie

sie auf der verlängerten AD den Punkt E schneiden, wo man demnächst von B aus nur die gerade Linie BE zu ziehen hat.

Daß es sowohl hier, als künftig, vortheilhaft sey, ein etwas großes Dreyeck zur Ziehung der Parallelen zu gebrauchen, wird jeden die Erfahrung lehren.

§. 294. Aufgabe. Ein Fünfeck ABCDE (Fig. XXIV.) in ein gleich großes Dreyeck zu verwandeln.

Aufl. Ich setze, die Spitze des Dreyecks solle in B seyn.

Aus B gehen zwey Diagonal-Linien BD, BE.

Mit der ersten ziehe man durch C die Parallele CF, welche die Verlängerung von ED in F schneidet.

So ist, nachdem man BF gezogen hat, das Dreyeck DHF = BHC, folglich das Fünfeck ABCDE = dem Vierecke ABFE, welches man nun nach dem vorhergehenden §. in ein Dreyeck BGF verwandelt, indem man mit BE durch A eine Parallele AG bis an die Verlängerung von FE, und hierauf BG ziehet.

Zus. I. Sind in dem Fünfecke ABCDE (Fig. XXV.) bey A und C einwärts gehende

Winkel, so bleibt, nach Anweisung der punktirten Linien, einerley Auflösung mit der vorhergehenden, und es wird das △BGF = dem Fünfecke.

Zus. II. Hätte das Fünfeck die Gestalt ABCDE (Fig. XXVI.), so daß bey A und D einwärts gehende Winkel wären, so ziehet man wieder, wie vorhin, mit den Diagonalen BD, BE, durch C und A Parallelen CF, AG, welche in ED, oder deren Verlängerung, bey F und G einschneiden, und es ist abermals das Dreyeck BGF = dem Fünfecke ABCDE.

Weil überhaupt in dem Beweise der Aufgabe nichts vorkömmt, was das Fünfeck auf besondere Winkel einschränkte, so bleibt die daselbst gegebene Auflösung allgemein, das Fünfeck mag, wie man will, gestaltet seyn.

§. 295. Lehrsatz. Es sey (Fig. XXVII.) ABCDEF ein Vieleck von einer beliebigen Anzahl Seiten. Aus einem Winkelpunkte, z. E. A, gehen die Diagonalen AC, AD, AE, u. s. w. Wenn man nun nach der Ordnung mit der ersten Diagonale AC, durch B eine Parallele Ba ziehet, welche in die dem Dreyeck ABC zunächst liegende Seite DC, oder in deren Verlängerung, bey a einschneidet, nun ferner mit der zweyten Diagonale AD, durch den Punkt a wieder eine Parallele ab ziehet, welche in die Seite

Seite ED, oder deren Verlängerung bey b eintrift, hierauf abermals durch b, mit AE die Parallele bc ziehet, die in EF bey c einschnei-den u. s. w., bis man mit allen Diagonalen fertig ist, so wird allemal das Dreyeck, wie AcF, welches sich ergiebt, wenn man von A, nach dem letzten Punkt c eine gerade Linie Ac ziehet, dem Inhalte der Figur ABCDEF gleich seyn.

Bew. Man ziehe von A nach a, b, u. s. w. gerade Linien, so hat man erstlich wegen der Parallelen Ba, AC

$\Delta AaC = \Delta ABC$; mithin

I. $ACDEF + \Delta ABC = ACDEF + \Delta AaC$

d. h.

Sechseck $ABCDEF$ = Fünfeck $AaDEF$

II. Nun ferner, weil ab mit AD parallel

$\Delta AbD = \Delta AaD$; mithin

$ADEF + \Delta AaD = ADEF + \Delta AbD$

d. h.

Fünfeck $AaDEF$ = Viereck $AbEF$.

III. Eben so endlich wegen $\Delta AcE = \Delta AbE$

$\Delta AEF + \Delta AbE = \Delta AEF + \Delta AcE$

d. h.

Viereck $AbEF = \Delta AcF =$ Fünfeck $AaDEF$ (II) =

= Sechseck $ABCDEF$ (I.)

Man-

Man siehet leicht, wie durch das gewiesene Verfahren überhaupt ein Vieleck von n Seiten, auf eines von n — 1; und dieses wieder auf eines von n — 2 Seiten u. s. w. gebracht wird, bis man auf ein Dreyeck kömmt.

Zus. I. Der Satz würde seine Richtigkeit haben, wenn statt der auswärtsgehenden Winkel, wie (Fig. XXVII.), auch hin und wieder einwärtsgehende vorkämen, wie (Fig. XXVIII.) ausweiset.

Daselbst sind die Winkel bey B und D einwärtsgehend.

Man ziehe wieder, wie vorhin, mit AC, AD, AE, die Parallelen Ba, ab, bc;

so hat man nach ähnlichen Schlüssen, wie vorhin, ΔABC = ΔAaC; aber nun
ACDEF — ΔABC = ACDEF — ΔAaC

d. h.

I. Sechseck ABCDEF = Fünfeck AaDEF
ΔAaD = ΔAbD; also
ADEF + ΔAaD = ADEF + ΔAbD

oder:

II. Fünfeck AaDEF = Viereck AbEF
ΔAbE = ΔAcE; also
ΔAEF — ΔAbE = ΔAEF — ΔAcE

d. h.

d. h.

Viereck AbEF = △AcF mithin aus (II. I.)

△AcF = Sechseck ABCDEF

Begreiflich sind diese Schlüsse im Wesentlichen, von denen für (Fig. XXVII.) nicht unterschieden.

Hier in dem Beweise für (Fig. XXVIII.) werden nur die Dreyecke ABC, AaC, AbE, AcE abgezogen, da sie hingegen im Beweise für (Fig. XXVII.) addirt wurden, d. h. die Dreyecke ABC, AaC, AbE, AcE in dem Beweise für (Fig. XXVII.) negativ gesetzt, geben den Beweis für (Fig. XXVIII.)

Und so wird man überhaupt in jedem Falle, die Figur mag einen oder mehrere einwärtsgehende Winkel haben, den Beweis für sie eben so führen können, als man ihn von einer Figur, die eben so viel Seiten, aber lauter auswärtsgehende Winkel hätte, führen würde, wenn man nur allemal überlegt, welche Dinge man in dem Beweise für lauter auswärtsgehende Winkel, als negativ ansehen müsse, damit der Beweis für einwärtsgehende Winkel herauskomme.

Zus. II. In (Fig. XXVII.) hat man auch

△AaD = Viereck ABCDA

△AbE = Fünfeck ABCDEA

u. s. w.

Zus. III. Das Dreyeck AFc hat mit der Figur ABCDEF allemal ein gewisses Stück, z. E. (Fig. XXVII.) AmDEF gemein; dieses beyderseits vom Dreyecke und der Figur weggenommen, läßt das Stück EDmcE = dem Stücke mCBAm.

So findet man nach einiger Ueberlegung auch in (Fig. XXVIII.), daß die Flächenräume ABi + tDq = iCt + Eqc;

Das heißt so viel:

Die Stücke, welche das Dreyeck, und die ihm gleich große Figur, nicht mit einander gemein haben, sind von gleicher Fläche. Ein Satz, von dem wir künftig Gebrauch machen werden.

§. 296. Aufgabe. Eine Figur ABCDEF (Fig. XXVII. oder Fig. XXVIII.) in ein Dreyeck zu verwandeln, dessen Grundlinie eine von den Seiten der Figur, z. E. AF, ist, dessen Spitze c aber in eine von denen der Grundlinie AF benachbarten Seiten, z. E. in EF, oder deren Verlängerung, fällt.

Aufl. Man ziehe nach der Ordnung mit den aus A gehenden Diagonal-Linien AC, AD, AE, wie im vorhergehenden Lehrsatze, die Parallelen Ba, ab, bc; bey c, wo die letzte Parallele

rallele bc in EF, oder deren Verlängerung, einschneidet, ist die Spitze des Dreyecks AcF, welches am Inhalte der vorgegebenen Figur gleich ist.

Bew. Ist aus dem Lehrsatze (§. 295.) klar.

Zus. I. Obgleich diese Auflösung allgemein ist, die Figur mag aus- oder einwärtsgehende Winkel haben, so ereignet sich doch im letzten Falle sehr oft die Unbequemlichkeit, daß die Durchschnitte der Parallelen, mit den verlängerten Seiten, wie a, b, c, gar zu weit ausserhalb der Figur fallen, und daher oft ein Royalbogen nicht zureichen würde, die erwähnten Durchschnitte anzugeben. Es kann sich selbst der Fall ereignen, daß eine Parallele gar nicht in die gehörige Seite einschneidet, wie wenn z. E. in (Fig. XXIX.) die Punkte D, und C mit A in gerader Linie lägen, oder die Diagonallinien AC und AD zusammenfielen, wo alsdann a unendlich weit hinaus fallen würde. Dieser Fall schadet zwar der Allgemeinheit des Lehrsatzes (§. 295.) gar nicht; allein die Ausübung bedarf alsdann einer Abänderung, von der ich in der Folge reden werde. Vorläufig wird also die Auflösung dieser Aufgabe, nur auf solche Figuren anwendbar seyn, die lauter auswärtsgehende Winkel haben, wo sich die erwähnten Schwierigkei-

ten nicht vorfinden, weil da niemals ein paar Diagonallinien zusammenfallen.

Zus. II. Man gedenke sich durch F (Fig. XXVII. XXVIII.) eine willkührliche gerade Linie Fh, und durch c mit AF die Parallele ch gezogen, so ist, wenn man Ah ziehet, das Dreyeck AFc = AFh; also auch AFh der Figur ABCDEF gleich, d. h. die Figur kann in ein Dreyeck verwandelt werden, dessen Grundlinie eine von den Seiten der Figur z. E. AF ist, dessen Spitze h aber in eine willkührliche durch F gezogene Linie fällt.

§. 297. Aufgabe. Eine vorgegebene Figur ABCDEFGH (Fig. XXX.), die lauter auswärtsgehende Winkel hat, in ein Dreyeck zu verwandeln, dessen Spitze sich in einer von den Ecken der Figur, z. E. in A, befinde, dessen Grundlinie aber längst einer von den Seiten der Figur, z. E. längst DE falle.

Aufl. I. Man gedenke sich von A nach E und D gerade Linien gezogen, so liegt linker Hand AE ein Theil von dem Umfange der Figur, AHGFE, und eben so rechter Hand AD der Theil ABCD.

II. Beyde Stücke AEFGHA, ADCBA verwandle man in Dreyecke; ersteres in ein Dreyeck, dessen Grundlinie AE wäre, und die Spitze in EM, oder in die Verlängerung von ED fiele; das andere Stück, rechter Hand AD, aber in eines, dessen Grundlinie AD wäre, und die Spitze ebenfalls in die Verlängerung von ED, längst DN, fiele.

III. Diese Verwandlungen können, weil lauter auswärtsgehende Winkel vorhanden sind, nach (§. 296.) bewerkstelliget werden, wenn man nach der Ordnung mit den Diagonalen AG, AF, AE, die Parallelen Ha, ab, bc, und mit den Diagonalen AC, AD, die Parallelen Bα, αβ ziehet.

So ist, wenn man von A nach c und β gerade Linien ziehet, das ΔAcE = AHGFEA; das ΔADβ = ABCDA (§. 296.). Mithin ΔAcE + ΔAED + ΔADβ, oder ΔcAβ = dem Inhalte der Figur.

Zus. I. Wenn die Figur einwärtsgehende Winkel hätte, von der Beschaffenheit, daß die Unbequemlichkeiten (§. 296. Zus. I.) sich nicht ereigneten, so könnte man, vermittelst eben dieses Verfahrens (III.), die Figur in ein Dreyeck verwandeln. Um sich hiebey nicht zu irren, so muß man an die Durchschnitte auf den verlängerten Seiten, nemlich

an a, b, c u. s. w. nach der Ordnung die Zahlen 1, 2, 3 u. s. w. schreiben, um anzudeuten, daß a zur ersten Parallele H a, b zur zweyten ab u. s. w. gehöre. Ohne diese Vorsicht mögte man sonst leicht mit einer gewissen Diagonale eine unrechte Parallele ziehen. So aber weis man immer, welcher der letzte Durchschnitt war, durch den man allemal mit der neuen Diagonale parallel ziehet.

Zus. II. Weil ΔAEc = AHGFEA, so hat man, vermittelst des bisher gewiesenen Verfahrens, die gebrochenen Gränzen AHGFE gleichsam in die geradlinigte Ac verwandelt, ohne Nachtheil des Inhalts der Figur. Eben so die gebrochene Gränze ABCD in die geradlinigte Aβ.

§. 298. Aufgabe. Die Aufgabe des 296sten §es, im Falle die Unbequemlichkeiten mit den einwärtsgehenden Winkeln (§. 296. Zus. I.) statt finden sollten, aufzulösen.

Auflösung. I. Es sey (Fig. XXXI.) ABCDEFGH die Figur, welche man in ein Dreyeck verwandeln soll, dessen Grundlinie AH sey, und dessen Spitze in GH, oder deren Verlängerung, falle. Bey D und F befinden sich einwärtsgehende Winkel.

II.

II. Hier muß man nun erstlich suchen, diese einwärtsgehenden Winkel wegzuschaffen.

Man ziehe durch D mit CE eine Parallele. — Ich setze nun, daß diese Parallele in eine von denen, dem Winkel CDE benachbarten Seiten CB oder EF einschneidet; es geschehe dieses z. E. auf CB bey a; man ziehe hierauf Ea; so ist ΔCra = ΔErD, mithin die Figur EaBAHGFE der vorgegebenen (I.) gleich, und hat jetzt nur noch den einwärtsgehenden Winkel F.

III. Schnitte die Parallele durch D auch in EF ein, so könnte man auf eine ähnliche Art auch von C, nach diesem Durchschnitte eine gerade Linie ziehen, und so den einwärtsgehenden Winkel D weggeschafft haben.

IV. Um nun noch den Winkel F wegzuschaffen, so ziehe man mit EG eine Parallele durch F. Schneidet diese abermals in die benachbarten Seiten (welches jetzt Ea und GH sind), z. E. in Ea bey m, oder in GH bey n, so wird im erstern Falle von G nach m, im andern von E nach n eine gerade Linie gezogen, und in beyden Fällen wird der einwärtsgehende Winkel F weggeschafft seyn, so daß die in (II.) erhaltene Figur EaBAHGFE, sich in EaBAHnE, oder in GmaBAHG, worin

lau=

lauter auswärtsgehende Winkel vorkommen, verwandelt. — Eine von beyden kann man nun nach dem 296sten §. in das verlangte Dreyeck verwandeln, welches denn der in (I.) vorgegebenen Figur gleich seyn wird.

V. Wenn aber die durch D mit CE parallel gezogene Linie (Fig. XXXII.) die benachbarten Seiten (II.) gar nicht schneidet (von Verlängerungen dieser Seiten ist hier die Rede nicht), so wird doch gewiß eine mit BD durch C parallel gezogene Linie in ED eintreffen. Es geschehe dieses bey a. Ziehet man nun Ba, so ist wegen $\Delta BCr = \Delta Dra$, ohne Nachtheil des Inhalts der Figur, die Gränze BCDE in BaE verwandelt. Bey a wird aber nun ein einwärtsgehender Winkel BaE seyn, der sich nach (II.) wird wegschaffen lassen. Man ziehe mit BE durch a eine Parallele; sie schneidet die dem Winkel BaE benachbarte Linie BA in b. Ziehet man nun Eb, so ist ferner, ohne Nachtheil des Inhalts der Figur, die gebrochene Gränze BaE, und folglich auch die BCDE, in die geradlinigte Eb verwandelt; und es bleibt nur noch der bey F sich befindende einwärtsgehende Winkel wegzuschaffen, oder die gebrochene Gränze EFG in eine geradlinigte zu verwandeln, übrig.

VI. Die mit EG durch F gezogene Parallele, schneidet hier sowohl Eb (V.), als auch GH. Letztere in c. Man ziehe Ec, so ist der Winkel EFG weggeschafft, und nun endlich die Figur cEbAHc, der vorgegebenen GFEDCBAH gleich, und von einwärtsgehenden Winkeln befreyt: wo man denn cEbAHc, nach (§. 296.), in das verlangte Dreyeck verwandeln kann.

VII. Wenn in der vorgegebenen Figur mehrere einwärtsgehende Winkel C, D, E (Fig. XXXIII.) nach der Reihe auf einander folgen, so schafft man einen nach dem andern, nach (II. oder V.), fort; oder wie man es sonst am bequemsten findet. Hier würde ich mit BD durch C eine Parallele, und durch E mit FD eine Parallele ziehen. Erstere schneidet BA in a, die andere FG in c; ziehet man nun Da und Dc, so ist die gebrochene Gränze BCDEF in die aDc verwandelt. Diesen einwärtsgehenden Winkel aDc aber ferner wegzuschaffen, müßte man wohl nach (V.) verfahren, weil eine mit ac durch D gezogene Parallele, weder zwischen a und A, noch zwischen c und G einschneidet. Hier würde ich also mit GD durch c eine Parallele ziehen. Sie schneide Da in m, so wäre erstlich die gebrochene Gränze GcD in die geradlinigte Gm verwandelt, und man hätte nur noch den Winkel Gma wegzuschaffen. Man ziehe also fer-

ner mit Ga durch m eine Parallele; sie schneidet GH in r; wenn ich endlich ar ziehe, so sind alle einwärtsgehenden Winkel weggeschaft, und man hat also nur die Figur AHra in einen Triangel zu verwandeln, nach (§. 297.).

VIII. Wer das bisherige wohl eingesehen hat, wird leicht in jedem Falle beurtheilen, wie man es am bequemsten anzufangen habe, daß die einwärtsgehenden Winkel wegfallen, und statt der vorgegebenen Figur, endlich eine herauskomme, die lauter auswärtsgehende Winkel hat.

Um die Figuren nicht durch gar zu viele Linien undeutlich zu machen, so habe ich einige Parallelen nicht würklich ausgezogen, sondern blos ihre Durchschnitte auf den gehörigen Seiten der Figur angegeben.

Man siehet leicht, daß die bisherige Wegschaffung der Winkel immer auf dem Satze beruhet, daß, wenn z. E. durch die Spitze eines beliebigen Winkels C (Fig. XXXIV.), mit der durch beyde benachbarte Spitzen B, D gehenden Linie BD, eine Parallele nCm gezogen wird, welche in die dem Winkel DCB benachbarten Seiten DE, AB, bey m oder n einschneidet, alsdann eine entweder von B nach m, oder

von

von D nach n gezogene gerade Linie, die gebrochene Gränze BCD allemal, ohne Nachtheil des Inhalts der Figur, in die geradlinigten Bm oder Dn verwandelt. Denn weil nm mit BD parallel, so ist ΔBDm allemal = ΔBDC, mithin nach Abziehung des gemeinschaftlichen Dreyecks BrD, das ΔDrm = ΔBrC, und folglich die Figur ABCDE u. s. w. = der Figur ABmE u. s. w. Und eben so auch die Figur ABCDE u. s. w. = AnDE u. s. w.

Auch in (V.), wo die Parallele nicht in die benachbarten Seiten einschneidet, wird man doch die Anwendung dieses Satzes wahrnehmen, und so überall in dem bisherigen (V. VII.)

§. 299. Aufgabe. Eine jede Figur, die auch einwärtsgehende Winkel hat, in ein Dreyeck zu verwandeln, dessen Spitze in einer willkührlichen Ecke der Figur liege, die Grundlinie aber längst einer gegebenen Seite der Figur falle, die beyden Seiten natürlicherweise ausgenommen, die an der erwähnten Ecke unmittelbar anliegen.

Aufl. I. Es sey (Fig. XXXV.) die Fläche ABCD u. s. w. in ein Dreyeck zu verwandeln,

deln, dessen Spitze bey A, und die Grundlinie längst HN falle.

II. Man gedenke sich von A, innerhalb der Figur, eine gerade Linie AV gezogen, die NH in V schneidet, so liegt

III. Auf der einen Seite von AV ein Stück der Figur, nemlich ABCDEFGHV, welches man in ein Dreyeck verwandele, dessen Grundlinie AV wäre, und die Spitze in die gerade Linie NH, oder deren Verlängerung, falle.

IV. Rechter Hand AV liegt hier das Stück AIKLMN. Auch dieses verwandele man in ein Dreyeck, dessen Grundlinie AV wäre, und die Spitze längst HN falle, so wird die Aufgabe gelöset seyn.

V. Erst muß man aber, damit nach (§. 297.) verfahren werden kann, die einwärtsgehenden Winkel, aus den Stücken (III. IV.) wegschaffen (§. 298.).

Hier würde ich so verfahren:

VI. Die durch D gehende Parallele mit CE, schneidet CB in a. Ziehet man nun Ea, so ist die gebrochene Gränze BCDE in BaE verwandelt.

VII. Eine Parallele mit BE durch a schneidet EF in b. Zöge man nun Bb, so wäre die

gebrochene Gränze BaE (VI.) ferner in Bb verwandelt.

VIII. Die Parallele mit Gb durch F schneidet Bb (VII.) in c. Zöge man nun Gc, so wäre die Gränze GFb in Gc verwandelt, und statt des Umfanges GFEDCB hätte man nun blos GcB.

IX. Eine Parallele mit GB durch c schneidet BA in d; so wäre nun ferner GcB in Gd verwandelt, und es wäre nun noch blos HGd, durch eine Parallele mit Hd durch G, die NH in e schneidet, in die geradlinigte Gränze ed zu verwandeln, wo denn die Figur AdeV = dem Stücke (III.).

X. Eben so verwandelte man die Gränze IKL erst in Lα; nun ferner MLα in Mβ, und endlich NMβ in βγ. So ist AβγV = dem Stück AIKLMNV.

XI. Diese Figur Adeγβ A kann man nun, nach (§. 297.), in einen Triangel verwandeln, wenn man mit den Diagonalen Ae, Aγ, durch d und β Parallelen bis an die Verlängerung von NH ziehet; wenn diese in k und m einschneiden, so ist kAm der verlangte Triangel = Adeγβ A = der in (I.) vorgegebenen Figur.

Ver-

Vergleichung dieses Verfahrens mit der (§. 297.) angegebenen Methode, wenn man solche auch auf gegenwärtige Figur anwenden wollte.

§. 300. Ich will hier dieselbe Figur, vermittelst des Verfahrens (§. 297.), in ein Dreyeck verwandeln.

I. Ich ziehe mit der ersten Diagonale AC durch B eine Parallele, die in die Verlängerung von DC bey 1 eintrift. — Es ist klar, daß man dadurch die gebrochene Gränze ABC in die geradlinigte A 1 würde verwandelt haben, so daß die Figur ABCDE u. s. w. auf die A1DE u. s. w. gebracht wäre.

II. Nun ziehe ich ferner mit der zweyten Diagonale AD eine Parallele durch 1, welche in die Verlängerung von ED bey 2 einschneidet. — Zöge man nun von A nach 2, so wäre ohne Nachtheil des Inhalts der Figur, abermals die gebrochene Gränze A1D (I.) in die geradlinigte A 2 verwandelt.

III. Die Parallele mit der dritten Diagonale AE durch 2, schneidet die Verlängerung von EF bey 3 — die Parallele durch 3 mit der vierten Diagonale AF, schneidet die verlängerte GF bey 4.

IV.

IV. Bis hieher gieng das Verfahren des 297 §. auch bey dem einwärtsgehenden Winkeln noch immer gut von statten. Nun aber ereignet sich die Schwierigkeit, daß, wenn man ferner durch den Punkt 4, mit der Diagonale AG eine Parallele ziehen wollte, solche gar nicht, oder wenigstens sehr weit entfernt, in die verlängerte GH einschneiden würde, weil AG mit GH beynahe in einer geraden Linie liegt.

Hier überlege man nun folgendes:

V. Man gedenke sich die gerade Linie A4 gezogen, so ist dies die geradlinigte Gränze, in welche, nach dem bisherigen Verfahren, die gebrochene von A bis F verwandelt worden ist, d. die Figur ABCDEFGH u. s. w. ist = A4GH u. s. w., weil nemlich, wie sich nach und nach erweisen läßt, das Stück Fläche ABCr = r4FEDr wird.

VI. Man hätte also nun eigentlich die gebrochene Gränze A4GH in eine geradlinigte zu verwandeln; welches durch Wegschaffung des einwärtsgehenden Winkels G, nach (§. 298.), auf folgende Art geschiehet.

Man ziehe mit H4 durch G eine Parallele — Sie schneidet HN in 5; zöge man nun von 4 bis 5 eine gerade Linie, so wäre der einwärtsgehende Winkel G weggeschafft, und

man

man hätte endlich noch die gebrochene Gränze A45 wegzuschaffen, indem man mit A5 durch 4, bis an die verlängerte NH eine Parallele, und nun nach dem Durchschnitte k von A eine gerade Linie Ak zöge, welche denn endlich die geradlinigte Gränze gäbe, die statt der gebrochenen zwischen A und H gesetzt werden kann.

VII. Eben so würde nun die gebrochene Gränze AIKL u. s. w. reducirt.

Mit der Diagonale AK gehet durch I die Parallele Ia′, mit AL durch a′ die Parallele a′ b′;

Die Parallele mit AM durch b′ würde in die Verlängerung von MN sehr weit einschneiden. Ueberlegt man indessen, daß, wenn man Ab′ zöge, die Gränze AIKLMN eigentlich auf Ab′MN bisher reducirt worden ist, so würde man nun die, nach (§. 297.), durch b′ mit AM parallel zu ziehende Linie weglassen; und dagegen, nach (§. 298.), den einwärtsgehenden Winkel b′MN wegschaffen, und endlich die gebrochene Gränze Ab′MN in die geradlinigte Am verwandeln.

VIII. Wenn man dieses Verfahren mit dem im vorhergehenden §. vergleicht, so siehet man leicht, daß es sich von jenem darin unterscheidet, daß dorten alle zur Verwandlung

der

der gebrochenen Gränze in eine geradlinigte, nöthigen Parallelen, so gezogen und ausgewählet wurden, daß sie unmittelbar in die Seiten der Figur einschneiden, daß hier hingegen die Parallelen auch in die Verlängerungen der Seiten eintreffen. In so fern hat nun das erste Verfahren vor dem zweyten Vorzüge, weil es weniger Raum auf dem Papiere erfordert; da hingegen bey dem andern Verfahren, wo man nach der Ordnung mit den aus einem einzigen Punkte der Figur gehenden Diagonalen, Parallelen ziehet, deren Durchschnitte mit den verlängerten Seiten oft weit hinausfallen. Hingegen sind bey dem ersteren Verfahren zur Wegschaffung der gebrochenen Gränze oft mehrere Linien zu ziehen nöthig, und die bequemste Art, die verschiedenen einwärtsgehenden Winkel wegzubringen, erfordert manchesmal viel Aufmerksamkeit, da sich hingegen das zweyte Verfahren wieder durch seine Simplicität empfiehlt, weil man immer von einer Diagonale auf die nächstfolgende fortgeht, und durch den nächst vorhergehenden Durchschnitt, mit ihr eine Parallele ziehet, die denn auf der gehörig verlängerten Seite, den folgenden Durchschnitt giebt (I. II. III.).

Ich denke also, wenn man, nach Verhältniß der Umstände, beyde Verfahren mit einander verbindet, so wird man auch beyder V...

theile mit einander vereinigen; an solchen Stellen, wo also die Durchschnitte der Parallelen nicht ausserhalb des Papiers fallen, kann man das Verfahren (§. 297.) gebrauchen — und in anderen Fällen das (§. 298.), wie z. E. in (IV.) und (VII.) geschehen ist.

Anmerkung.

§. 301. Die bisherige Methode, Figuren in gleichgroße Dreyecke zu verwandeln, hat mein seel. Vater in einer der Königl. Societät der Wiss. in Göttingen vorgelesenen Abhandlung gewiesen. Daß man in ältern Schriften schon ähnliche Aufgaben, aber nicht in der Allgemeinheit, und Anwendung auf alle Gattungen geradlinigter Figuren, in der sie mein Vater vorgetragen hat, findet, ist wohl nicht zu läugnen. Ihm aber deswegen das Verdienst, diese Aufgabe sehr erweitert zu haben, schmälern zu wollen, wie es Hr. Wilke in einer 1756. zu Halle herausgegebenen Schrift über die Verwandlung und Theilung der Felder, noch mehr aber in einer bey Gelegenheit einer Recension über die erwähnte Schrift von ihm herausgekommenen Vertheidigung, gethan hat, ist, ausserdem daß sich Hr. W. diese Erfindung zueignen wollte, ein Umstand, der öfter in der Gelehrten-Republik vorfällt.

Wie

Wie weit sich ihr Gebrauch, bey Feldertheilungen u. dgl., erstrecket, wird sich in der Folge ausweisen.

Daß die Berechnung des Flächeninhalts einer Figur dadurch erleichtert wird, daß man sie vorher in ein Dreyeck verwandelt, welches man demnächst ausrechnet, verstehet sich von selbst.

Die Parallelen müssen freylich mit der nöthigen Vorsicht gezogen werden, wenn das Dreyeck den Inhalt der Figur so genau geben soll, als man ihn unmittelbar finden würde.

Zu wünschen wäre es, daß die Anwendung davon auf krummlinigte Figuren brauchbarer wäre. Denn wenn man gleich den Umfang einer krummlinigten Figur in lauter kleine Stücke, die man als geradlinigt ansehen darf, zerlegen, und solchergestalt die Verwandlung der krummlinigten Figur, auf die Verwandlung einer geradlinigten bringen könnte, so wird man doch finden, daß, wegen der vielen kleinen Stücke, aus denen man sich den Umfang zusammengesetzt gedenket, die Arbeit nach den vorhergehenden Methoden immer sehr mühsam bleibt. — Ich werde daher suchen, sowohl die Verwandlung der geradlinigten, als auch krummlinigten Figuren, jetzt auf eine leichtere Art zu behandeln.

Ein sehr bequemes Verfahren, eine jede Figur in ein gleichgroßes Rechteck, und folglich auch in ein Dreyeck zu verwandeln.

§. 302. Um zu zeigen, worauf das Wesentliche dieses Verfahrens ankömmt, so werde ich erstlich die Verwandlung eines Trapezii, welches zwey parallele Seiten hat, vortragen.

Aufgabe. Ein Trapezium (Fig. XXXVI.) ABCD, wo AB mit CD parallel ist, in ein gleichgroßes Rechteck, dessen eine Seite gegeben ist, zu verwandeln.

Aufl. I, Man ziehe willkührlich YZ auf beyde AB, CD gemeinschaftlich senkrecht;

II. so ist Ya die Höhe des Trapezii.

III. Gesetzt nun, des Rechtecks Grundlinie solle = YZ seyn. Man errichte durch Z eine senkrechte Linie Rr; wie groß wird nun die Höhe des Rechtecks (die längst Rr fallen wird) seyn müssen? damit es an Fläche dem vorgegebenen Trapezio gleich ist.

IV. Man halbire BC und AD bey α und β, und ziehe durch α, β mit YZ Parallelen, welche Rr bey γ und δ durchschneiden.

V. Von Y ziehe man nach γ und δ gerade Linien, die CD in m und n durchschneiden; so

wird

wird mn die gesuchte Höhe des Rechtecks seyn, dergestalt, daß, wenn man durch m, n mit YZ Parallelen ziehet, das Rechteck KLMN dem Trapezio ABCD gleich seyn wird.

VI. Bew. Die Fläche des Trapezii ist (§. 276.) $= \frac{AB + CD}{2} \cdot Ya$. d. h. die mittlere arithmetische Proportional-linie zwischen AB und CD, multiplicirt mit Ya.

VII. Weil nun BC und AD bey α und β halbirt worden sind, so ist $\alpha\beta$ diese mittlere Proportionale; nemlich $\alpha\beta = \frac{AB + CD}{2} = \gamma\delta$ (IV).

VIII. Also die Fläche des Trapez. $= Ya \cdot \gamma\delta$.

IX. Nun ist in dem Dreyeck $\delta\gamma Y$, weil mn parallel mit $\gamma\delta$

$$Ya : mn = YZ : \delta\gamma, \text{ also}$$
$$Ya \cdot \delta\gamma = YZ \cdot mn$$

oder die Fläche des Trapezii (VIII.) $= YZ \cdot mn$ = einem Rectangel, dessen Grundlinie = YZ, und die Höhe = mn; Also das Trapezium = dem Rectangel MKLN.

Zus. I. Es ist auch, wie sich leicht erweisen läßt, das Rectangel KLYZ = Trapez. YBCa, und YZMN = YADa.

Zus. II. Wenn die Punkte B und A bey Y zusammen fielen, und man also statt des Trapezii das Dreyeck CYD in ein gleich großes Rectangel, dessen Grundlinie = YZ, zu verwandeln hätte, so würde die Auflösung dieselbe bleiben. In diesem Falle halbirte man YC und YD, und verführe, wie vorhin, um die Höhe des Rechtecks zu finden.

§. 303. Aufg. Es sey nun (Fig. XXXVII.) das Vieleck ABCDEFIKLA in ein Rechteck zu verwandeln, dessen Höhe längst einer beliebigen Seite der Figur, z. E. längst FI, die Grundlinie aber einem Perpendikel von einer beliebigen Ecke der Figur A auf IF gezogen, oder = AZ sey.

Aufl. I. Um die Höhe des Rechtecks zu erhalten, verfahre man auf folgende Art

Man verlängere erstlich FI unbestimmt, und halbire nun nach der Ordnung die Seiten AB, BC, CD, DE, EF, bey α, β, γ, δ, ε.

II. Man fälle von B, C, D, E auf AZ Perpendikulairlinien herunter, die also insgesammt der verlängerten FI parallel seyn werden.

III.

III. An AZ lege man ein Parallel-Linial, oder ein hölzernes Dreyeck, ziehe durch α, β, γ, δ, ε Parallelen mit AZ (§. 64.), und bemerke ihre Durchschnitte auf der Verlängerung von ZF, nach der Ordnung mit Zahlen 1, 2, 3, 4, 5.

Die Parallelen sind nemlich $\alpha 1$, $\beta 2$, $\gamma 3$, $\delta 4$, $\varepsilon 5$.

IV. Man lege nun an A1 ein Linial, und bemerke dessen Durchschnitt m auf dem ersten Perpendikel Bb.

Hierauf lege man an A2 an, und ziehe durch m mit A2 eine Parallele mn, welche das zweyte Perpendikel Cc bey n durchschneidet.

Ferner ziehe man mit A3 durch n die Parallele no, bis an das dritte Perpendikel u. s. w.

So wird endlich die durch p mit A5 gezogene Parallele, das letzte Perpendikel in q durchschneiden; und Zq wird die Höhe eines Rectangels AZqQ seyn, welches dem Raume ABCDEFZA, oder der Summe der Trapezien ABb; BcCc; CcDd; DdEe; EeFZ gleich seyn wird,

V. Bew. Das Dreyeck ABb = dem Rechteck AZ . bm (§. 302. Zus. II.).

VI.

VI. Man gedenke sich durch b mit mn, oder mit Az (IV.), eine Parallele bv; so ist AZ : Z2 = bc : cv; Also AZ . cv = Z2 . bc; Aber Z2 ist die mittlere arithmetische Proportionale zwischen Bb und Cc (§. 302.). Mithin das Rectangel AZ . cv = dem Trapez. BbCc

Aber nv = bm; Also AZ . nv = AZ . bm = dem Dreyeck ABb (V.).

Mithin AZ . (cv + vn), oder AZ . cn = ΔABb + Trapez. BbCc.

Wenn man sich auf eine ähnliche Art, durch c mit no eine Parallele vorstellet, so erhellet völlig nach ähnlichen Schlüßen, daß das Rechteck AZ . do = ΔABb + Trapez. BbCc + Tr. CcDd.

und so endlich auch das Rechteck AZ . Zq = ΔABb + Tr. BbCc + Tr. CcDd u. s. w. + Tr. EeZF.

oder das Rechteck AQZq = der Figur ABCDEFZA.

VII. Auf eben die Art verwandelt man den Raum ALKIZA in das Rechteck AZMN, indem man von L, K u. s. w. Perpendikulairlinien auf AZ herabfällt, die Seiten AL, LK u. s. w. halbiret, und wie vorhin verfährt.

VIII. So ist demnach das ganze Rectangel MQNq der vorgegebenen Figur gleich.

Zus.

Zus. I. 1. Die bisherigen Schlüße gelten, die Figur mag ein= oder auswärts gehende Winkel haben, wie man will.

Zur Erläuterung mag noch die Figur ABCDEF (Fig. XXXVIII.) dienen.

2. Hier sind wieder die Seiten AB, BC, CD, DE nach der Ordnung bey α, β, γ, δ halbirt, und die mit AF parallel gehende Linien α1, β2, γ3, δ4 gezogen.

Hier ist nun der Fall, daß das Perpendikel von B, oder Bb, durch A gehet; und das Perpendikel Cc linker Hand A fällt.

3. Legt man also an A1, wie vorhin (IV.), das Linial, so durchschneidet A1 die Bb sogleich selbst bey A;

Nun ziehet man mit A2 eine Parallele durch den eben erhaltenen Punkt A. Sie schneidet die auf Bb folgende Perpendikularhöhe Cc bey n.

Hier fällt also n unterhalb AF.

4. Die Parallele mit A3 durch n schneidet Dd bey o; die Parallele mit A4 durch o schneidet FE bey q; und das gesuchte Rechteck ist AKqF.

5. Daß hier die besondern Umstände, daß Bb durch A gehet, und Cc linker Hand A fällt, in obigem Beweise (V.) nichts wesentliches verändern, wird folgendermaaßen erhellen.

6. Weil

6. Weil F2 die mittlere Proportionale zwischen AB und Cc, oder zwischen Bb und Cc ist, und AF : bc = F2 : cn (3); so ist das Rechteck AF . cn = Trap. ABCc.

7. Nun gedenke man sich cω parallel mit no, oder mit A3 (4), so ist AF : F3 = cd : dω, oder, welches einerley ist,

$$AF : \frac{Cc + Dd}{2} = cd : d\omega,$$

mithin das Rechteck AF . dω = dem Trapez. CcDd.

8. Also wegen do = dω — oω = dω — cn; Wird das Rectangel AF . do = AF . dω — AF . cn = dem Trap. CcDd — Trap. ABCc. (6. 7.) oder

das Rectangel AF . do = dem Raume ABCDdA.

9. Und so ferner das Rectangel AF . Fq, oder AFKq = dem Raume (8.) + Trap. DdEF, also = der vorgegebenen Figur ABCDEFA.

10. Man siehet leicht, daß gegenwärtiger Beweis in der Hauptsache von dem vorigen der Aufgabe (§. 303.) nicht wesentlich unterschieden ist. Er verwandelt sich völlig in jenen, wenn man nur das dortige bm = o, und das dortige cn negativ setzet, weil hier der Einschnitt n unterhalb AF fällt, und b und A zusammen fallen.

Zus. II. Wollte man die Figur (§. 303.) in ein gleich großes Dreyeck verwandeln, dessen Spitze in A (Fig. XXXVII.), und die Grundlinie längst der Seit IF fallen sollte, so dürfte man nur Zq = qr; ZN = Ns nehmen, und Ar, As ziehen, so wäre das △Asr = dem Rechtecke MQNq, also = der vorgegebenen Figur. Da wären also auch die gebrochenen Gränzen ABCDEF, u. ALKI in die geradlinigten Ar, As verwandelt.

Anmerkung.

§. 304. Das Verfahren (§. 303.), eine Figur in ein gleich groſses Rechteck, und folglich auch in ein Dreyeck (Zus. II.) zu verwandeln, ist ohnstreitig weit einfacher und zur Ausübung bequemer, als die Auflösung (§. 297.). Dabey mögen die Winkel an der Figur aus- oder einwärts gehende seyn, wie man will, so bleibt die Konstruction immer dieselbe (§. 303. und das. Zus. I.). Auch die Gefahr, sich zu irren, ist hier weniger zu befürchten, und in der Figur selbst brauchen keine anderen Linien, als die Perpendikel Bb, Cc u. s. w., ganz ausgezogen zu werden, so wie denn überhaupt die Konstruction des Rechtecks bey weitem nicht so viel Raum auf dem Papiere einimmt, als es unterweilen bey obigen (Verfahren (§. 297.)

weg-

wegen der Verlängerungen der Seiten erfordert wird.

Was aber gegenwärtiges Verfahren vorzüglich empfiehlt, ist dessen bequeme Anwendung auf die Verwandlung krummlinigter Figuren in gleich große Rechtecke.

Es seyen (Fig. XXXVIII.) die Punkte A, B, C, D u. s. w. in dem Umfange einer krummen Linie, so nahe neben einander angenommen, daß man die Bogen AB, BC, CD u. s. w. ohne beträchtlichen Irrthum für gerade annehmen darf. Halbirt man nun diese Bogen, oder vielmehr die Sehnen AB, BC u. s. w., und verfährt wie vorhin bey Bestimmung der auf die Ordinaten Bb, Cc u. s. w. zu liegen kommenden Punkte m, n, o, p, q, so wird das Rectangel AZQq, der krummlinigten Figur ABCDEFZA desto näher kommen, je näher man die Punkte A, B, C u. s. w. neben einander angenommen hat.

Konstruction der Formel
(§. 283. IV.)

§. 305. I. Längst der Abscissenlinie AE einer krummen Linie Abcde (Fig. XXXIX.) seyen lauter gleiche Theile AB = BC = CD = DE genommen, von einer solchen Größe, daß die Stücke der krummen Linie zwischen den

Ordi-

Ordinaten Bb, Cc u. s. w. ohne merklichen Fehler als gerade Linien angesehen werden dürfen.

II. Wenn man AE = x nennet, und x hier zu n = 4 gleichen Theilen nimmt, so ist, weil hier die Ordinate bey A = o, der Flächenraum bis an die Ordinate Ee, oder

$$AbcdeEA = (\tfrac{1}{2} E + B + C + D)\frac{x}{n}$$

(§. 283. IV.); wo die Ordinaten Bb = B; Cc = C; Dd = D; Ee = E.

III. Gesetzt nun, der Raum AbcdeEA solle in ein Rectangel verwandelt werden, dessen Grundlinie = AE = x; Wie groß wird die Höhe desselben = y seyn.

IV. Die Fläche des gesuchten Rechtecks ist = x. y.

Also soll seyn $x.y = (\tfrac{1}{2}E + B + C + D)\frac{x}{n}$,

mithin $y = \frac{B}{n} + \frac{C}{n} + \frac{D}{n} + \frac{\frac{1}{2}E}{n}$

V. Auf der verlängerten Abscissenlinie EA nehme man also Aβ = AD; Aγ = AC; Aδ = AB, und halbire Ee = E bey ε,

VI. Man ziehe mit βb durch A eine Parallele, welche Bb in 1 durchschneidet, nun mit

γc durch 1 eine Parallele, welche Cc in 2 durchschneidet, durch 2 ferner eine Parallele mit δd, die Dd bey 3 durchschneidet u. s. w., endlich mit Ae eine Parallele durch 3, welche in Ee bey 4 eintrift, so wird E 4 die gesuchte Höhe des Rechtecks AmE4 seyn, welches dem Flächenraume (II.) gleich ist.

Bew. VII. Es ist $\beta B : Bb = AB : B1$ (VI.); Aber weil βB so viel gleiche Theile als AE enthält (V.); so ist $\beta B = n \,.\, AB$; mithin $AB = \frac{1}{n} \beta B$; folglich auch $B1 =$

$\frac{1}{n} Bb = \frac{1}{n} B.$

VIII. Man gedenke sich durch B mit γc, oder mit der Linie durch die Punkte 1, 2 (VI.), eine Parallele Br, so ist wegen,

$$\gamma C : Cc = BC : Cr \text{ oder wegen}$$
$$n.BC : Cc = BC : Cr$$

$Cr = \frac{1}{n} Cc = \frac{1}{n} C$; folglich wegen $r2 =$

$B1 = \frac{1}{n} B$, die Linie $C2 = \frac{1}{n} B + \frac{1}{n} C.$

IX. Und so ferner nach ähnlichen Schlüssen

$$C3 = \frac{1}{n} B + \frac{1}{n} C + \frac{1}{n} D$$

$$E4 = \frac{1}{n}B + \frac{1}{n}C + \frac{1}{n}D + \frac{\frac{1}{2}E}{n} = y \text{ (IV.)}$$

Also E 4 die gesuchte Höhe des Rechtecks.

Anmerkung.

§. 306. Daß die bisherigen Aufgaben dienen können, die Fläche einer krummlinigten Figur, durch Berechnung des ihr gleich großen durch Zeichnung gefundenen Rechtecks, zu bestimmen, ohne daß man, wie sonst, Ordinaten zu messen braucht, wird von selbst erhellen.

Die Aufgabe (§. 303.) hat auch Lambert (Beyträge zur Mathematik, III. Th. p. 60.) abgehandelt, — Daß aber meine Konstruction leichter und einfacher, als die Lambertische ist, wird aus der Vergleichung beyder bald zu ersehen seyn.

XXVIII. Kapitel.

Theilung der Felder durch Rechnung.

§. 307. Eine der wichtigsten und häufigsten Aufgaben in der Feldmeßkunst besteht darinnen, von einem vorgegebenen Stücke Landes einen verlangten Theil abzuschneiden, oder es selbst in mehrere Theile einzutheilen, die entweder von gleicher Größe seyn, oder gegen einander gegebene Verhältnisse haben sollen.

In Rücksicht der Theilungslinien können nun allerley Bedingungen vorkommen.

Die gewöhnlichste und zugleich brauchbarste ist, daß die Theilungsgränzen nicht gebrochen, sondern gerade, und so viel als möglich, mit einander parallel laufen sollen, es müßten denn die parallelen Theilungsgränzen bey gewissen Arten von Figuren Unbequemlichkeiten haben, die zu vermeiden, man lieber die Theilungslinien anders nähme.

Auch kann der Fall vorkommen, daß alle Theilungslinien sich in einem gewissen Punkte durchschneiden, oder daß sie alle an eine gegebene Seite der Figur anstoßen sollen, wie wenn z. E. längst dieser Seite ein Weiher läge, oder ein Fluß vorbey gienge, den die Interessenten gemeinschaftlich auf eine bequeme Art benützen wollten u. dgl., so daß jeder Interessent sogleich von seinem Grundstücke aus, hinfahren könnte, ohne seines Nachbars Grund und Boden zu berühren.

Diese und ähnliche Fälle werde ich nun erst durch Rechnung aufzulösen suchen, und dann im folgenden Kapitel zeigen, wie man sie auch durch bloße Zeichnung bewerkstelligen könnte.

§. 308. Aufgabe. Ein Trapezium (Fig. XL.), welches zwey parallele Seiten AB und CD hat, dergestalt zu theilen, daß das Stück ABHE einen gegebenen Inhalt = p habe, und die Theilungslinie HE mit AB parallel laufe.

Aufl. I. Man fälle AG auf CD senkrecht, und nenne die Seiten AB = a, CD = b, HE = y, die ganze Höhe AG = c; die Entfernung der zu suchenden Theilungslinie HE von der Seite AB, oder AF = x.

II.

II. Man gedenke sich AM mit BD parallel, so ist $CM = CD - AB = b - a$,

$HL = HE - AB = y - a.$

Nun in dem Dreyecke ACM

$CM : HL = AG : AF$; oder

$b - a : y - a = c : x$; also

$$x = \frac{c.(y - a)}{b - a}$$

III. Die Fläche des Trapezii ABHE ist

$$\frac{HE + AB}{2} . AF = \frac{(y + a)}{2} . x = \frac{(y + a)\ (y - a)\, c}{2\,(b - a)} \quad \text{(II.)}$$

oder wegen $(y + a)(y - a) = y^2 - a^2$

die Fläche des Trapez. $= \dfrac{c\,(y^2 - a^2)}{2\,(b - a)}$

IV. Dieses Trapezium soll nun den Inhalt p haben, folglich muß seyn

$$\frac{c(y^2 - a^2)}{2\,(b - a)} = p \text{ oder}$$

$$y^2 - a^2 = \frac{2\,(b - a)\,p}{c}$$

$$\text{mithin } y = \sqrt{\left(\frac{2\,(b - a)\,p}{c} + a^2\right)}$$

V.

V. Und folglich (II.)

$$x = \frac{c}{b-a}\left(-a+\sqrt{\left(\frac{2(b-a)p}{c}+a^2\right)}\right)$$

VI. Dieser Ausdruck ist zur Berechnung etwas unbequem, weil eine Quadratwurzel dabey auszuziehen ist. Um diese zu vermeiden und die ganze Rechnung auf Logarithmen zu bringen, so weil ich mit dieser Formel folgende Veränderung vornehmen.

Ich nehme erstlich an, daß b größer, als a, mithin $b-a$ eine positive Größe ist.

VII. Man setze in (Trig. S. XVI. 2.) das dortige $B^2 = a^2$, und das dortige $A^2 = \frac{2(b-a)p}{c}$. Man suche einen Winkel $= \psi$, dessen Tangente $= \frac{A}{B} = \frac{\sqrt{2(b-a)p}}{a\sqrt{c}}$, so wird die Quadratwurzel in (VI.) oder

$$\sqrt{\left(\frac{2(b-a)p}{c}+a^2\right)} = a \sec \psi = y \text{ (IV.)}$$

VIII. Mithin $x = \frac{c}{b-a} \cdot (-a + a \sec \psi)$

$$= \frac{ac}{b-a} (\sec \psi - 1)$$

$$= \frac{ac}{b-a} \left(\frac{1 - \cos \psi}{\cos \psi} \right)$$

Aber wegen $1 - \cos \psi = \sin \psi \tan \frac{1}{2} \psi$ (Trig. S. XIII. 27.)

$$x = \frac{ac}{b-a} \cdot \frac{\sin \psi}{\cos \psi} \tan \frac{1}{2} \psi$$

$$= \frac{ac}{b-a} \tan \psi \tan \frac{1}{2} \psi$$

IX. Man setze aber, es sey b kleiner, als a, mithin $b - a$ eine negative Größe, so verwandelt sich erstlich der Werth von

$$x \text{ in } \frac{c}{a-b} \left(a - \sqrt{\left(a^2 - \frac{2(a-b)p}{c} \right)} \right)$$

Man setze nun in (Trig. S. XVI. 1.) das dortige $B^2 = a^2$ und $A^2 = \frac{2(a-b)p}{c}$, und suche einen Winkel ψ, dessen Sinus $= \frac{A}{B} = \frac{\sqrt{2(a-b)p}}{a\sqrt{c}}$; so wird die Wurzelgröße

$\sqrt{}$

$$\left(a^2 - \frac{2(a-b)p}{c}\right) = a \cos \psi = y \text{ (IV.)}$$

Mithin $x = \frac{ac}{a-b} (1 - \cos \psi)$ oder

$x = \frac{ac}{a-b} \sin \psi \tan \frac{1}{2} \psi$. (Trig. S. XIII. 27.)

X. Exempel. Es sey b = 364′; a = 216′; c = 240′; Von dem Trapezio, dessen Inhalt solchergestalt 69600 Quadr. Fuß hielte, sollte man ein Stück abschneiden, dessen Inhalt p = 34800. Q. F. wäre.

Es ist also b — a = 148′. Weil nun b größer, als a, so wird x nach der Formel (VIII.) berechnet.

Erst für den Winkel ψ ist

$\log. \tan \psi = \frac{1}{2}(l. 2p + l.(b-a)) - (l. a + \frac{1}{2} l. c.)$

log. 2 p = 4,84260	log. a = 2,33444
log. (b—a) = 2,17026	½ l. c = 1,19010
7,01286	3,52455
halb = 3,50643	
abgezogen = 3,52455	

log. tang ½ ψ = 9,98188 — 10; also ψ = 43°. 48′

l. tang ½ ψ = 9,60422 — 10

log. a = 2,33445

log. c = 2,38021

4,30076

abg. l(b—a) = 2,17026

log. x = 2,13050

Also x = 135,07

Wenn man also in (Fig. XL.) AF = 135′ nimmt, und durch F mit AB parallel ziehet, so ist das Trapezium ABHE = dem gegebenen Inhalte p.

XI. Bey einer Zeichnung, wo es immer erlaubt ist, das Unbemerkbare wegzulassen, ist es zureichend, den Winkel ψ nur bis auf die Minuten, so wie man ihn unmittelbar in den Sinustafeln findet, zu nehmen.

Die Secunden, nach der gewöhnlichen Art, durch Proportionaltheile zu suchen, würde hier sehr überflüssig seyn, weil sie auf den Werth von x einen so geringen Einfluß haben, daß der Fehler auf dem verjüngten Maasstabe, von welchem man nachher das berechnete x abtrüge, völlig unmerklich ist. Aus eben der Ursache ist es auch nicht nöthig, aus den Tafeln die Logarithmen weiter, als bis auf 5 Decimalstellen zu nehmen.

XII. Der Werth von $y = a \sec \psi$ würde für (X.) = 299,1.

Verzeichnung der Formeln

§. 309. I. Die Berechnung des Werthes von x im vorigen §. bleibt indessen für

die

die Ausübung noch immer etwas beschwerlich. Ich werde also zeigen, wie man ihr durch eine Konstruction zu Hülfe kommen könne.

II. Man berechne erstlich die Höhe eines Dreyecks, dessen Grundlinie = AG = c, und der Inhalt = p wäre. Nennet man diese Höhe = m, so muß seyn $\frac{mc}{2} = p$, also

$$m = \frac{2p}{c}.$$

III. Folglich (§. 308. V.)

$$x = \frac{c}{b-a}\left(-a + \sqrt{\left((b-a)m + a^2\right)}\right)$$

IV. Man verlängere also AB auf beyden Seiten, und nehme (Fig. XL.) Ab = m (II.); Bd = DC = b, so ist Ad = b — a; Man halbire bd bey c, und durchschneide mit ef = cd = eb das herauswärts verlängerte Perpendikel GA.

Die Weite von B nach f trage man von B nach φ, und ziehe durch φ mit DB eine Parallele, welche AC in H durchschneidet, so wird H der Punkt seyn, durch welchen eine mit CD parallel gezogene HE, von dem ganzen Trapezio ABCD, das gegebene Stück p = AHBE abschneiden wird.

V

V. Bew. Es kömmt darauf an, darzuthun, daß die Höhe AF des gefundenen Trapezii ABHE, dem Werthe von x in (III.) gleich ist. Dieß erhellet so:

VI. Weil Ab = m; Ad = b — a (IV.) und die drey Punkte d, f, b in einem Halbkreise liegen (IV.), so ist Af die mittlere geometrische Proportional-linie zwischen Ad und Ab, oder zwischen m und b — a; mithin

$$m : Af = Af : b - a$$

oder $$Af^2 = m.(b - a).$$

VII. Nun ist in dem rechtwinklichten Dreyecke BAf; $Bf^2 = Af^2 + AB^2 = (b-a)m + a^2$. (VI.), also

$$Bf = \sqrt{\left((b-a)m + a^2\right)}$$

VIII. Nun wurde $B\varphi = Bf$ gemacht (IV). Mithin ist

$$A\varphi = B\varphi - BA = -a + \sqrt{\left((b-a)m + a^2\right)}$$

IX. Weil nun φH mit BD, oder mit AM parallel läuft, so ist $HL = A\varphi$ und

$$CM : HL = AG : AG \text{ oder (VIII)}$$

$$b - a : -a + \sqrt{\left((b-a)m + a^2\right)} = c : AF$$

Mithin $AF = \frac{c}{b-a}\left(-a + \sqrt{\left((b-a)m + a^2\right)}\right)$

$= x$ (III.)

X. Es

X. Es ist also bey der bisherigen Construction nichts zu berechnen, als die Größe $m = \frac{2p}{c}$; welches ohne viel Mühe geschehen kann. So wäre z. E. für die Größen p und c aus (§. 308. X.)

$$m = \frac{2p}{c} = \frac{69600}{240} = 290'$$

Welche Größe man nach dem verjüngten Maasstabe, nach welchem das Trapezium aufgetragen worden, von A bis b trägt (VI.).

Zus. I. Wenn vorgegeben wäre, was das Trapezium ABHE für ein Theil des ganzen ABCD seyn sollte, so wird die Bestimmung des Werthes von m (X) noch einfacher. Gesetzt, p sollte $\frac{v}{n}$ des Trapezii ACBD seyn.

Weil nun Trapez. ABCD $= \frac{a+b}{2} \cdot c$; so wäre

$$p = \frac{v \cdot (a+b)\, c}{2n}; \text{ mithin}$$

$$m = \frac{v \cdot (a+b)}{n}$$

Man theile also die Summe der beyden Seiten AB + CD in n gleiche Theile, nehme v

dergleichen Theile, so hat man m, oder bey der Konstruction die Linie AB.

Sollte z. E. $p = \frac{1}{2}$ ABCD seyn, so wäre $\frac{v}{n} = \frac{1}{2}$; folglich $AB = m = \frac{AB + CD}{2}$, wo man also AB von D nach K tragen, und CK halbiren müßte.

Zus. II. Die Konstruction (§. 309) gilt nur für den Fall, wenn b größer ist, als a.

Wäre aber (Fig. XLI.) b kleiner als a, so würde die Konstruction nach der Formel (§. 307. IX.) auf folgende Art aussehen.

Man mache, wie vorhin, $Bd = DC = b$;

und $AB = m = \frac{2p}{c}$. (m. s. auch Zus. I.)

Halbire bd bey e, und durchschneide, wie vorhin, das aufwärts verlängerte Perpendikel GA bey f, mit $ef = eb = ed$.

So ist wiederum $AB : Af = Af : Ad$, mithin $Af^2 = (a - b) m$.

Aus f durchschneide man AB mit $fg = AB = a$; so ist

$Ag = \sqrt{(fg^2 - Af^2)} = \sqrt{(a^2 - (a-b) m)}$
also $Bg = a - Ag = a - \sqrt{(a^2 - (a-b) m)}$.

Nimmt man endlich $B\varphi = Ag$; und ziehet durch φ mit BD die Parallele φH, so wird, wie

wie vorhin (§. 309. IV), die Parallele mit AB durch H; das verlangte Trapezium ABHE = p abschneiden.

Oder auch, man ziehe sogleich durch g die Linie gE parallel mit AC, und durch E die Theilungslinie EH parallel mit AB.

Anmerkung.

Wenn von einem Trapezio CHED (Fig. XLII.) ein Stück HEIK = p abgeschnitten werden soll, und es wären die Seite HE = a, der Winkel IHE = α und HEK = β bekannt, so kann man auch aus diesen gegebenen Stücken, die mit HE parallele Theilungslinie IK ziehen. Ich suche auf HG den Punkt I durch welchen IK gezogen werden muß.

I. Es ist, wenn man CH, DE verlängert, bis sie sich in A durchschneiden.

$\Delta AIK : \Delta HAE = AI^2 : AH^2$, weil beyde Dreyecke einander ähnlich sind.

II. Also

$\Delta AIK - \Delta AHE : \Delta AHE = AI^2 - AH^2 : AH^2$

oder wegen

$AI^2 = (AH + HI)^2 = AH^2 + 2AH . HI + HI^2$

und $\Delta AIK - \Delta AHE = p$

$p : \Delta AHE = 2AH . HI + HI^2 : AH^2$

III.

III. Nun ist aber

$$\Delta AHE = \frac{HE \cdot AF}{2} = \frac{HE \cdot AH \sin\alpha}{2}$$

demnach (II.)

$$p : \frac{HE \sin\alpha}{2} = 2AH \cdot HI + HI^2 : AH$$

IV. Oder wenn man die äußeren und mittleren Glieder multiplicirt, und mit dem zweyten dividirt

$$\frac{2 \cdot p \cdot AH}{HE \sin\alpha} = 2AH \cdot HI + HI^2$$

V. Also

$$\frac{2 \cdot p \cdot AH}{HE \sin\alpha} + AH^2 = AH^2 + 2AH \cdot HI + HI^2$$
$$= (AH + HI)^2$$

VI. Folglich wegen $HE = a$

$$HI = -AH + \sqrt{\left(\frac{2 \cdot p \cdot AH}{a \cdot \sin\alpha} + AH^2\right)}$$

VII. Nun ist

$$\sin\beta : AH = \sin A : HE$$

und wegen

$$A = 180^\circ - (180^\circ - \alpha) - (180^\circ - \beta)$$
$$= \alpha + \beta - 180^\circ$$

sin

$\sin A = -\sin(\alpha+\beta)$ also wegen $HE = a$

$$AH = -\frac{a \sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$$

VIII. Dieser Werth von AH wird positiv so bald die beyden Winkel α und β zusammen mehr als 180° ausmachen. Außerdem bleibt AH negativ

IX. In beyden Fällen kann man HI (VI.) durch ein Verfahren wie (§. 308. VII. IX.) durch Hülfe eines neuen Winkels ψ nach (Trig. S. XV. 2.) dessen Tangente oder Sinus man sucht, berechnen.

X. Ich finde aber in diesem Verfahren, ein Stück = p von einem Trapezio abzuschneiden, keine besonderen Vorzüge vor dem §. 308 ꝛc., wo man statt der Winkel HAB = α, ABE = β, und AB = a, die Seiten AB = a; CD = b und die Höhe AC = c als gegeben ansah. Indessen hat Hr. Prof. Merrem in Duisburg in einem der hiesigen Königl. Soc. d. Wiss. eingesandtem Aufsatze (M. s. Gött. G. A. 1801. S. 1361) auch das in gegenwärtiger Anmerkung gewiesene Verfahren für die Ausübung nützlich gehalten, und ich habe daher geglaubt, auch hier die Berechnungsweise mittheilen zu müssen, wenn man etwa davon Gebrauch machen wollte. Durch Substitution des Wer-

thes

thes von AH (VII.) in die Formel für HI (VI.) können sich übrigens noch Abkürzungen in der Berechnung von HI darbieten, mit denen ich mich aber hier nicht weiter beschäftigen will.

Man s. über diese Auflösung auch Kästners geom. Abh. Erste Sammlung (Göttingen 1790.) S. 436. u. f.

§. 310. Aufgabe. Ein vorgegebenes dreyeckigtes Feld ACD (Fig. XLII. Tab. IV.) durch Linien, die mit einer Seite desselben CD parallel laufen, in eine beliebige Anzahl gleicher oder ungleicher Theile zu theilen.

Aufl. I. Die Grundlinie CD des Dreyecks ACD heiße b, die Höhe AG = c.

II. Gesetzt, von dem Dreyecke solle durch HE, die mit CD parallel ist, ein Stück AHE abgeschnitten werden, dessen Inhalt = p. Wie groß wird man AF = x nehmen müssen?

III. Man setze, in dem bisher (§. 308. u. f.) betrachteten Trapezio ABCD (Fig. XL.) falle der Punkt B mit A zusammen, oder es sey BA oder a = o, so stellet das Trapezium ein Dreyeck vor, dessen Grundlinie = b, und die Höhe = c,

IV.

IV. Man setze also in der Formel (§. 308 V.) $a = o$, so wird in dem Dreyecke CAD (Fig. XLII.)

$$AF = x = \frac{c}{b}\sqrt{\frac{2bp}{c}} = \sqrt{\frac{c^2}{b^2}\cdot\frac{2bp}{c}} = \sqrt{\frac{2cp}{b}}$$

mithin $\log. x = \frac{1}{2}(\log. 2 + l. c + l. p - l. b)$, welches also leicht zu berechnen ist.

Zus. Sollte das Dreyeck ACD in lauter gleiche Theile durch Parallel-linien HE; IK getheilt werden, so erwäge man folgendes:

Gesetzt ACD solle z. E. in drey gleiche Theile getheilet werden. Es solle also $AHE = \frac{1}{3} ACD$, und $AIK = \frac{2}{3} ACD$ seyn, so ist in der Formel (IV.) erstlich $p = \frac{1}{3} ACD = \frac{1}{3}\cdot\frac{bc}{2}$; mithin $AF = \sqrt{\frac{2c}{b}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{bc}{2}} = \sqrt{\frac{c^2}{3}}$.

Zweytens für das Stück $AIK = \frac{2}{3} ABC$ ist in der Formel (IV.) $p = \frac{2}{3} ABC = \frac{2}{3}\cdot\frac{bc}{2}$

mithin $AL = \sqrt{\frac{2c}{b}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{bc}{2}} = \sqrt{\frac{2}{3}c^2}$

So finden sich also durch Berechnung der Werthe AF, AL, die Punkte F und L, durch welche man mit CD Parallelen ziehe, um AHE = $\frac{1}{3}$ ACD; und HEIK = $\frac{1}{3}$ ACD, folglich auch IKCD = $\frac{1}{3}$ ACD zu erhalten.

So wird auf eine ähnliche Art erhellen, daß, wenn ein Dreyeck in n gleiche Theile getheilt werden sollte, nach der Ordnung die Werthe

$$AF = \sqrt{\frac{c^2}{n}} = \frac{c}{n}\sqrt{n}$$

$$AL = \sqrt{\frac{2c^2}{n}} = \frac{c}{n}\sqrt{2n}$$

$$AG = \sqrt{\frac{3c^2}{n}} = \frac{c}{n}\sqrt{3n}$$

u. s. w.

berechnet, und nach dem verjüngten Maasstabe abgetragen werden müssen. Daß alles durch Logarithmen berechnet wird, verstehet sich von selbst.

Die Art, die Parallelen HE, IK u. s. w. ohne Rechnung, durch bloße Konstruction zu finden, werde ich in der Folge erläutern.



§. 311. Aufg. Von einer vorgegebenen Figur MN (Fig. XLIII.) Stücke Mvn, vnpq abzuschneiden, die einen gegebenen Inhalt haben, und deren Scheidungslinien vn, pq mit einer gegebenen Linie MS parallel laufen.

Aufl. I. Man ziehe durch alle Winkelpunkte der Figur nach der Ordnung mit MS Parallelen A, B, C, D u. s. w. nach Anweisung der punktirten Linien, und bemerke deren Durchschnitte a, b, c, d u. s. w. auf einer Linie SW, die auf MS senkrecht stehet.

II. Man messe alle Parallelen A, B, C, D u. s. w., und von a angerechnet, die Entfernungen ab = a, ac = b, ad = c, ac = d u. s. w.

III. So kann man daraus nach der Ordnung die Trapezien I, II, III, IV u. s. w. berechnen, wozu man sich hier der Formel (§. 277. Zus. 1.) bediene.

IV. Man addire zum ersten Dreyeck oder Trapezio das zweyte Trapezium, und schreibe die Summe besonders; Zu dieser Summe addire man das dritte Trapezium, und schreibe

di

die Summe wieder besonders u. s. w. Mit einem Worte, man berechne nach der Ordnung folgende Summen der Trapezien:

$$\begin{array}{ll} I & = S\,I \\ I + II & = S\,II \\ I + II + III & = S\,III \\ I + II + III + IV & = S\,IV \end{array}$$

u. s. w.

V. Gesetzt nun, das abzuschneidende Stück Fläche Myn solle den Inhalt p haben.

VI. Man suche unter den Summen (IV.) diejenige aus, welche zunächst kleiner als p ist.

Gesetzt, S IV sey z. E. zunächst kleiner, als p.

So weiß man daraus, daß die Scheidungslinie vn zwischen die beyden Parallelen D, E des Trapezii V nothwendig fallen muß, und so in andern Fällen.

VII. Der Unterschied p — S IV giebt das Stück Fläche mwvn, welches man an S IV anhängen muß, damit man das gesuchte Stück Mvn = p erhalte.

VIII. Oder, welches auf eins hinausläuft, von dem Trapezio V, oder von mwrt, dessen gegen

gegen einander über stehenden Parallelen D und E, und deren Abstand af — g e = e — d (II.) bekannt sind, muß durch die Parallele vn ein Stück mwvn, dessen Inhalt = p — Siv, abgeschnitten werden.

IX. Schneidet also die Scheidungslinie nv das Perpendikel SW bey z, so muß man die Weite ez der beyden Parallelen mw, vn nach den Formeln (§. 308.) berechnen, wo denn die dortigen Größen

	a	b	c	p	x
hier	D	E	e—d	p—Siv	ez

bedeuten.

Wenn übrigens D kleiner ist als E, so bedient man sich der Formel (§. 308. VIII.). Im andern Falle aber der (§. 308. IX.).

X. Was ich bisher blos zur Erläuterung von der Scheidungslinie vn, welche zwischen die Parallelen D, E fällt, gesagt habe, gilt überhaupt, die Scheidungslinie mag zwischen welche Parallelen man will, fallen, welches denn allemal aus (VI.) beurtheilt wird.

XI. Das andere Stück vnpq abzuschneiden, verfährt man eben so.

Nur wird dieses Stücks Inhalt vorher zu des erstern Mvn Inhalt addirt, und das ganze Stück Mqp auf einmal abgeschnitten, so wie man denn überhaupt, wenn von einer Figur mehrere Theile abgeschnitten werden sollen, niemals jeden Theil besonders bestimmet, sondern allemal erst den ersten Theil abschneidet, dann die Summe des ersten und zweyten, hierauf die Summe der ersten drey u. s. w. Dieß geschiehet, um die Anhäufung der Fehler zu vermeiden, die aus der unmittelbaren Aneinandersetzung einzelner Stücke zu befürchten wären.

Exempel.

XII. Es seyen in der vorgegebenen Figur nach der Ordnung die Parallelen A, B u. s. w. und die Weiten a, b, c u. s. w. folgende:

A = 120	ab = 20 = a
B = 154	ac = 33 = b
C = 200	ad = 75 = c
D = 212	ae = 90 = d
E = 240	af = 176 = e
F = 220	ag = 250 = f
G = 205	ah = 275 = g
	ai = 317 = h

so

so findet man daraus nach der Ordnung das Dreyeck I = S_I = 1200 Qu. Fuß.

Trapez. II	=		1781
also		S_{II} =	2981
Trapez. III	=		7434
		S_{III} =	10415
Trapez. IV	=		3090
		S_{IV} =	13505
Trapez. V	=		19436
		S_V =	32941
Trapez. VI			17020
		S_{VI} =	49961
Trapez. VII	=		5312
		S_{VII} =	55273
Dreyeck VIII	=		4305
		S_{VIII} =	59578 = Inh. d. Fig.

XIII. Gesetzt nun, von dieser Figur sollen folgende Stücke

Mvn = p = 25627 Qu. Fuß
vnpq = p' = 28380

abgeschnitten werden.

XIV. So schneidet man erstlich 25627 Qu. Fuß, und hierauf p + p' = 25627 + 28380 = 54007 Q. Fuß, vom Anfange M angerechnet, von der Figur ab.

XV. Für den ersten Theil 25627 Q. F. siehet man, daß von obigen Summen der Trapezien, die Summe der ersten viere, nemlich SIV = 13505, zunächst kleiner ist, als 25627; also muß die Theilungslinie vn zwischen D und E, also zwischen 212′ und 240′ fallen.

Um deren Abstand von D zu finden, so ist p — SIV = 12122 (in §. 308. VIII. = p)

D = 212 (daselbst = a)
E = 240 (daselbst = b)
e — d = 86 (daselbst = c)

Diese Werthe demnach in die erwähnte Formel substituiret, geben x = 56, 7, oder in gegenwärtiger Figur die Weite ez.

Nimmt man also ez = 56, 7, oder beynahe 57 Fuß, und ziehet durch z die Parallele vn, so ist das erste Stück Mvn = 25627 Q. F. abgeschnitten.

XVI. Eben so ist für das zweyte Stück 54607 (XIV.) die Summe SVI = 49961 zunächst kleiner; der Unterschied ist = 4046, und die Scheidungslinie pq muß zwischen F = 220 und G = 205 (XII.) fallen. Um deren Abstand von der Parallele F zu finden, so muß man, weil F grösser ist als G, nach der Formel

mel (§. 308. IX.) rechnen, in welcher $a = 220$, $b = 205$, $p = 4046$ und $c = 25$, nemlich $= ah - ag = g - f$ (XII.).

So findet sich $x = 18,8$, oder beynahe $= 19$.

Man nehme also in der Figur die Weite $gy = 19$ Fuß, und ziehe durch y die Parallele pq, so ist das Stück Mpq = 54007; Mithin auch vpnq = 28380 (XIII.), wie verlangt wurde.

Zus. Es kann sich eräugnen, daß die Trapezien, wie z. E. mwrt, in welche eine Theilungslinie, wie vn, fällt, entweder völlig Parallelogramme sind, oder sehr wenig davon abweichen. In beyden Fällen braucht man die Rechnung des Abstandes der Scheidungslinie vn von der nächstvorhergehenden Parallele D, nicht nach den Formeln (§. 208.) zu führen, sondern, weil alsdann das Stück, wie mwvn, auch als ein Parallelogramm zu betrachten ist, dessen Inhalt (VII.) und Grundlinie $mw = D$ gegeben sind, so findet man die Höhe dieses Parallelogramms, wenn man geradehin den Inhalt mit der Grundlinie dividirt.

So käme in obigen Beyspiele, das Trapezium mwrt als ein Parallelogramm betrach-

trachtet; die Höhe e z oder x (XV.) = $\frac{p - Siv}{D} = \frac{12122}{212} = 57, 1$, welches von dem obigen Werthe 56, 7 um eine für die Ausübung unbeträchtliche Größe unterschieden ist.

Begreiflich wird der Fehler desto geringer seyn, je kleiner der Unterschied zwischen den beyden Parallelen, zwischen denen die gesuchte Theilungslinie fällt, ist; auch je weniger der Unterschied, wie p — Siv, beträgt.

In obigem Beyspiele ist E — D = 28, also ohngefähr = $\frac{1}{8}$ D. Ferner m v w n, oder p — Siv = 12122; also ohngefähr $\frac{3}{5}$ des Trapezii m r w t; Und dennoch fand sich, m v w n als ein vollkommenes Parallelogramm betrachtet, nur ein geringer Fehler in der Bestimmung des Werthes von x.

Man kann demnach sagen: Wenn der Unterschied zweyer Parallelen, wie D und E, nicht größer ist, als ohngefähr $\frac{1}{8}$ der Parallele D, und das von dem Trapez. m w r t abzuschneidende Stück m v w n = π nicht über $\frac{3}{5}$ des Trap. m w r t beträgt, so ist es erlaubt, die Höhe des abzuschneidenden Stücks geradehin durch eine Division der Grundlinie D in den Inhalt des Stücks π zu berechnen, und der Fehler, den man dadurch begehet, wird für die Ausübung unbeträchtlich seyn.

Auf diese Art kann man oft Rechnungen ersparen, die man sonst umständlicher nach den Formeln (§. 308.) zu führen hätte.

Eben so wäre z. E. auch für die zweyte Scheidungslinie pq der Abstand von der Parallele $F = \frac{4046}{220} = 18,4$, welches von obigen wahren Werthe 18, 8 (XVI.) wieder nur um eine Kleinigkeit unterschieden ist.

Anmerkungen über gewisse Unbequemlichkeiten bey Figuren mit sehr einwärtsgehenden Winkeln.

§. 312. Wenn eine Figur, wie $\alpha\beta\gamma\ldots\psi\omega$ (Fig. XLIV.), sehr einwärts gehende Winkel hat, so kommen bey Theilungen, deren Scheidungslinien mit einer gegebenen parallel laufen sollen, oft sehr ungestaltete Figuren heraus; αS sey z. E. die Linie, mit der die Scheidungslinien der von der Figur abzuschneidenden Stücke parallel laufen sollen. Es sey erstlich durch Linien, welche jetzt mit ωS parallel gezogen werden, die ganze Figur wieder in lauter Dreyecke und Trapezien zerlegt. Gegenwärtig kommen ausser den Trapezien vier Dreyecke I. V. VI. VIII. zum Vorschein. Diese, nebst den Trapezien, werden nun aus den gemessenen Parallelen und dem Abstande dersel-

ben berechnet, und nach der Ordnung der numerirten Inhalte I, II, III u. s. w. zusammen addirt, um, wie im vorhergehenden §., die Summen SI, SII, SIII u. s. w. zu erhalten.

Gesetzt nun, von dieser Figur solle ein Stück Fläche = P abgeschnitten werden. Man fände die Summe Sv zunächst kleiner, als P.

Den Unterschied P — Sv würde man also hier in das Dreyeck VI hineinzutragen haben, d. h. an die Grundlinie dieses Dreyecks δr müßte man ein Trapezium δrqn setzen, dessen Inhalt = P — Sv wäre.

Die Höhe dieses Trapezii fände man nach den Formeln (§. 308.), in welchen b = δr; p = dem Inhalte des Trapezii δrqn, c = der Höhe des Dreyecks VI, und a = o gesetzt werden müßte.

So erhielte man demnächst die Figur αβγδqnημψα = dem gegebenen Inhalte P. Ein Stück Fläche also, von einem sehr unordentlichen Umfange.

Hiebey eräugnete sich aber noch eine grössere Unbequemlichkeit. Die Person nemlich, welche das übrige von der ganzen Figur bekommen sollte, würde das Dreyeck εqn + dem Stücke ηζφμ erhalten; welches also gar ein

paar

paar von einander abgesonderte Theile wären, deren Benutzung auf dem Felde große Unbequemlichkeit hätte. Diese und andere Unbequemlichkeiten sind bey Figuren, mit sehr einwärts gehenden Winkeln, oft nicht zu vermeiden, vorausgesetzt, daß die Scheidungslinie, wie q n, nothwendig mit einer gegebenen α S parallel laufen soll.

Hängt es aber von der Willkühr des Feldmessers ab, die Theilung so zu bewerkstelligen, wie sie für jeden Interessenten am bequemsten ausfällt, so kann er oft die Linie, mit der die Theilungen parallel gehen sollen, so wählen, daß oben erwähnte Unbequemlichkeiten großentheils gehoben werden.

So z. E. würden wenigstens keine abgesonderte Stücke, wie vorhin, zum Vorschein kommen, wenn man die Theilungen mit der Richtung S W parallel nähme.

Nach dem Augenmaaße und einer vorläufigen Ueberlegung wird es dem Feldmesser nicht schwer zu beurtheilen seyn, mit welcher Richtung in einer vorgegebenen Figur die Theilungen am bequemsten und schicklichsten parallel gehen.

Freylich giebt es Figuren, wo sich keine Theilung mit irgend einer Linie parallel machen läßt, ohne daß abgesonderte Stücke zum Vorschein kämen. — In solchen Fällen kann man

aber oft die Figur schicklicher durch andere Linien theilen, die nicht mit einander parallel laufen. —

In der Ausübung kommen indessen so unordentliche Plätze, wenigstens bey Theilungen der Aecker und Wiesenstücke, so häufig nicht vor. — Daher halte ich das bisher beygebrachte für zureichend.

§. 313. Aufgabe. Eine krummlinigte Figur durch Parallellinien in gewisse Theile einzutheilen, oder Stücke vorgegebenen Inhaltes davon abzuschneiden.

Aufl. Dieses Verfahren ist wesentlich von dem im vorhergehenden §. nicht unterschieden. — Vorausgesetzt, daß man kleine Theile des Umfangs als geradlinigt ansehen darf.

Eine große Bequemlichkeit ist es bey der Theilung krummlinigter Flächen, wenn man den Parallelen, wie A, B u. s. w., wodurch die krummlinigte Figur in Dreyecke und Trapezien zerlegt wird, durchgehends gleichen Abstand giebt, und man solchen allemal eine oder mehrere ganze Ruthen groß nimmt, je nachdem die Parallelen nahe oder weit von einander seyn dürfen. Alsdann werden nemlich die einzelnen Trapezien I, II u. s. w., und deren Summen

S′, S″ u. s. w., ohne viele Rechnung nach (§. 286. II. III.) gefunden.

Wenn man z. E. die Parallelen nur eine Ruthe weit von einander nimmt, so wird die Fläche I (Fig. XLIII.) geradehin $= \frac{1}{2}$ A Qu. Ruthen; das Trapez. II $= \frac{1}{2}A + \frac{1}{2}B$ Quadr. Ruthen u. s. w. also

	S_I	$= I = \frac{1}{2}A$	Quadratruthen.
Trapez.	II.	$= \frac{1}{2}A + \frac{1}{2}B$	— —
also	S_{II}	$= A + \frac{1}{2}B$	— —
Trap.	III.	$= \frac{1}{2}B + \frac{1}{2}C$	— —
also	S_{III}	$= A + B + \frac{1}{2}C$	— —
		u. s. w.	

Wo also diese Summen mit dem von der krummlinigten Figur abzuschneidenden Stücke p zu vergleichen, und die Theilungslinie, wie v n, in vorhergehenden §§. zu bestimmen ist:

Nähme man den Abstand der Parallelen = 2 Ruthen, so würde in Quadratruthen

die Fläche I	$= \frac{1}{2}A \cdot 2^0$	$= A$	Qu. Ruth.
Trap. II	$= (A + B) 2^0$	$= A + B$	—
also S_{II}	$=$	$2A + B$	—
III	$=$	$B + C$	—
also S_{III}	$=$	$2A + 2B + C$	—
	u. s. w.		

Schu:

Schuhe und Zolle, welche die gemessenen Parallelen A, B u. s. w. enthalten, muß man hiebey als Decimaltheile von Ruthen betrachten, wo denn die in SI, SII u. s. w. kommenden Decimalstellen, sich auf Quadratruthen beziehen.

§. 314. Aufgabe. Eine vorgegebene Figur ABCDEF (Fig. XLV.), deren Inhalt bekannt, z. E. = 115860 Qu. Schuhe wäre, so zu theilen, daß die Theilungslinien alle an eine gegebene Seite AB der Figur aufstossen.

Aufl. I. Gesetzt, die Figur solle man in 3 Theile theilen, daß z. E. p = 38620; p′ = 30896; p″ = 46344 Qu. Schuhen wäre.

II. Man schneide also von B nach A das Stück BMSDCB = p = 38620 Q. S. ab.

Dann mache man das Stück NREDCBN = p + p′ = 69516 Q. S., so wird durch die Linien MS, NR die Theilung geschehen seyn, so daß BMSDCB = p, MNRES = p′ und NARF = p″.

III. Die Lage der Scheidungslinien MS, NR zu finden, so müssen die Punkte M, N auf AB gegeben seyn, durch welche die erwähnten Linien gehen sollen.

IV.

IV. Ich will hier z. E. annehmen, daß sich BM, MN, NA verhalten sollen, wie die zugehörigen Stücke p, p′, p″ (I.).

Man messe also AB nach dem bey der Figur zum Grunde liegenden verjüngten Maasstabe.

Ich finde AB = 288 Schuhe.

V. So wird unter der Voraussetzung (IV.) durch die Regel de Tri gefunden BM = 96; MN = $76\frac{4}{5}$; mithin von selbst NA = $125\frac{1}{5}$.

VI. Ich mache also nach dem verjüngten Maasstabe BM = 96, BN = 96 + $76\frac{4}{5}$ = $172\frac{4}{5}$, so sind erstlich die Punkte M, N mit der gehörigen Richtigkeit bestimmt.

VII. Um nun die Lage von MS zu finden, so ziehe man aus M die Diagonalen MC, MD u. s. w., und berechne nach der Ordnung die Dreyecke BMC, CMD, DME u. s. w., so wird sich aus den Summen

$$S = BMC$$
$$S_I = BMC + CMD$$
$$S_{II} = BMC + CMD + DME$$
u. s. w.

beurtheilen lassen, zwischen welche Diagonalen MS fallen muß.

Ich

Ich finde BMC + CMD = 24531 Q. S. zunächst kleiner, als p = 38620.

Also wird MS zwischen die Diagonalen MD, ME zu liegen kommen; d. h. an das Viereck MDCB, dessen Inhalt = 24531, wird ein Dreyeck DMS gesetzt werden müssen, dessen Inhalt = 38620 — 24531 = 14089 Quadr. Sch.

Die Grundlinie dieses Dreyecks ist MD. Diese finde ich = 232′. Die Höhe desselben zu berechnen, so muß man bekanntlich den doppelten Inhalt mit der ganzen Grundlinie, oder den einfachen Inhalt mit der halben Grundlinie dividiren. Dieß giebt die Höhe des Dreyecks $= \frac{14089}{116} = 121, 4$ beynahe 121′.

VIII. Man setze also senkrecht auf MD die Linie ar = 121′. Ziehe durch r mit MD eine Parallele, so wird diese auf DE den Punkt S abschneiden, wo MS gezogen, das Dreyeck MDS = 14089, mithin die Figur BMSDCB = p = 38620 Quadr. Schuhe wird.

IX. Auf eben die Art findet man die Theilungslinie NR. Die Fläche MDCB ist schon bekannt = 24531 (VII.) Hierzu addire man nach der Ordnung die Dreyecke NDM, NDE u. s. w., welche sich durch Ziehung der Diagonalen

nalen ND, NE u. s. w. ergeben; so findet sich die Fläche NEDCBN = 62215 zunächst kleiner, als p + p′ = 69516 (II.), dergestalt, daß also die Theilungslinie NR in das Dreyeck NFE fallen muß; d. h. an NE = 485′ muß man ein Dreyeck NRE setzen, dessen Fläche = 69516 — 62215 Qu. Sch. = 7301 Q. S.

Die Höhe dieses Dreyecks wird $= \frac{2 \cdot 7301}{485}$ = 30,1′. Diese trage man von b nach s, ziehe durch s eine Parallele mit NE, welche FE in R durchschneidet. So wird das Dreyeck NRE = 7301 Q. S., mithin die Fläche NREDCBN = p + p′; weil nun MSDCBM = p, so ist NRESMN = p′. AFRNA = p″, daß also die vorgegebene Figur in 3 Theile p, p′, p″ getheilt worden, deren Inhalte sich wie in (I.) verhalten.

Anmerkung.

§. 315. Bey dieser Art von Theilung fallen die Theilungslinien MS, NR u. s. w. zwar nicht parallel, aber doch in vielen Fällen immer schicklich genug, daß die abgeschnittenen Stücke keine zu unordentliche Gestalt bekommen. Anwendungen dieser Theilungsart sind: wenn z. E. längst AB ein Weiher läge, oder ein Fluß vorbeyflöße, den

die Interessenten des vorgegebenen Stück Feldes gemeinschaftlich benützen wollten, ohne daß einer über des andern sein Land gehen dürfte, oder wenn längst AB Gebäude lägen, von denen ein jeder Hauswirth gleich unmittelbar auf sein Feld kommen wollte, ohne nöthig zu haben, seines Nachbarn Grund und Boden zu berühren u. dgl. In allen solchen Fällen werden also Theilungen vorkommen, bey denen die bisherige Aufgabe angewandt wird.

§. 316. Aufgabe. Ein vorgegebenes Stück Feld (Fig. XLVI.) so zu theilen, daß die Theilungslinien alle nach einem gewissen, innerhalb der Figur liegenden Punkte R hinlaufen.

Aufl. I. Man ziehe aus R nach allen Ecken der Figur gerade Linien RA, RB u. s. w., und berechne nach der Ordnung die Drenecke RAB, RBC u. s. w., nebst deren Summen.

$$S = RAB$$
$$S_I = RAB + RBC$$
$$S_{II} = RAB + RBC + RCD$$
u. s. w.

II. Die von der Figur abzuschneidenden Stücke seyen nun nach der Ordnung p, p′, p″ u. s. w.

III. Man vergleiche nun erstlich p mit einer der Summen (I.). Fände man z. E. S1 zunächst kleiner, als p, so fiele die Theilungslinie RM in das Dreyeck CRD, oder zwischen RC und RD.

Man trage an RC ein Dreyeck RMC, dessen Fläche = p — S1, so wird ARM der erste Theil = p.

IV. Die Höhe dieses Dreyecks ist $\frac{2(p - S1)}{RC}$ (§. 314. VII.), welche man senkrecht auf RC von a bis r trägt, und durch r mit RC eine Parallele ziehet, welche CD in M durchschneidet; wo denn, nachdem RM gezogen ist, das Stück ARMCBA = p ist.

V. Eben so mache man ABCDNRA = p + p′; ABCDEFORA = p + p′ + p″ u. s. w.

Aus Vergleichung der Flächen p + p′; p + p′ + p″ u. s. w. mit den Summen (I.) findet sich allemal, in welche Dreyecke DRE, FRA u. s. w. die Theilungslinien RN, RO u. s. w. fallen, welche denn wie RM (IV.) bestimmt werden.

Auf diese Art ist also die vorgegebene Figur in die Theile ARM = p; MRN = p'; NRO = p'' u. s. w. verlangtermaaßen getheilt.

Anmerkung.

§. 317. Diese Aufgabe kann vorkommen, wenn sich z. E. innerhalb eines unter verschiedene Personen zu theilenden Stück Feldes, bey R eine Quelle befände, die einem jeden Interessenten nutzbar werden sollte, ohne daß der eine nöthig hätte, über des andern seine Felder zu gehen u. dgl.

Man siehet übrigens leicht, daß eben die Auflösung statt fände, wenn R z. E. in dem Umfange der Figur ABC u. s. w. läge, und alle Theilungslinien nach diesem Punkte hinlaufen sollten.

Wäre die Figur krummlinigt, so muß man ihren Umfang als aus lauter kleinen geraden Stücken zusammengesetzt ansehen, und eben so verfahren, wobey denn freylich die Theilung etwas beschwerlicher ausfällt.

Aus dem bisherigen wird man zureichend die Gründe verstehen; die man bey Theilungen der Felder durch bloße Rechnung zu befolgen hat. Es sind hiebey ein für allemal folgende

zwey

zwey Lehrsätze zu bemerken. Wenn die von einem Stück Feldes abzuschneidenden und unmittelbar neben einander liegenden Theile p, p', p'', p''' u. s. w. heissen, so muß man nicht nach der Ordnung einen Theil nach dem andern für sich allein in die Figur tragen, sondern erstlich den Theil p, alsdann die Summen $p + p'$, $p + p' + p''$ u. s. w., alle von dem nehmlichen Ende der Figur angerechnet, abschneiden. Zweytens müssen die Trapezien oder Dreyecke, in welche man die Figur zerlegt, um, wie im vorhergehenden, die Summen S, S_I, S_{II} u. s. w. zu erhalten, immer auf eine gewisse Art mit der Lage der von der Figur abzuschneidenden Theile p, p' u. s. w. übereinstimmen, d. h. wenn die Theilungslinien der Stücke p, p' u. s. w. mit einer gegebenen Linie parallel laufen sollen, so muß die Figur auch in Trapezien zerlegt werden, die mit dieser Linie parallel gehen. Sollen alle Theilungslinien nach einem und demselben Punkte zulaufen, so muß auch die Figur aus diesem Punkte anfänglich in Dreyecke zerlegt werden u. s. w. Auf diese Art werden nicht nur viele Fehler vermieden, sondern die Vergleichung der Summen S, S_I u. s. w. mit den Größen p, $p + p'$ u. s. w. wird auch allemal richtig die Gränzen bestimmen, zwischen denen die Scheidungslinien der Theile p, p'' u. s. w. fallen müssen, wie aus dem vorhergehenden zur Genüge erhellet.

Zum Schluße dieses Kapitels will ich noch folgende Aufgabe, deren ähnliche in der Ausübung häufig vorkommen, auflösen.

§. 318. Aufgabe. Es sey (Fig. XLVII.) abcd ein Weiher, oder so etwas; Um ihn herum liegt ein Stück Landes ABCDE, welches unter verschiedene Personen so getheilt werden soll, daß die Scheidungslinien der einzelnen Theile alle an den Umfang des Weihers abcd anstossen.

Aufl. Man nehme innerhalb der Figur abcd einen willkührlichen Punkt R an, und ziehe von ihm, sowohl nach allen Ecken der Figur abcd, als auch der ABCDEF, gerade Linien.

Man berechne nun nach der Ordnung

die Flächen NaAn = △NRA — △nRa
NaBm = △NRB — △mRa,
u. s. w.

Und hierauf die Summen

S = NaAn
SI = NaAn + NaBm
SII = NaAn + NaBm + BmcI
u. s. w.

Gesetzt, man wolle nun von der Linie An angerechnet, den Theil n A B v m a n = p von der Figur abschneiden.

Man vergleiche also p mit einer von den Summen S, S1 u. s. w., so ergiebt sich, zwischen welche Linien, wie B m, l c, die Scheidungslinie m v fällt, oder an welche Linie, wie B m, man ein Dreyeck B m v setzen muß, dessen Inhalt dem Unterschiede zwischen p, und der nächst kleinern Summe S oder S1 u. s. w. gleich ist.

So wird man also die Lage der Scheidungslinie m v, und so einer jeden andern finden.

Mehreres brauche ich hier zur Erläuterung nicht beyzubringen.

XXIX. Kapitel.

Theilung der Felder durch bloße Zeichnung.

§. 319. Aufg.

Ein vorgegebenes Dreyeck (Fig. XLVIII.) BAC dergestalt zu theilen, daß die Theilungslinie XY mit einer gegebenen Seite BC parallel gehe, und des Stücks AXY Inhalt sich zum ganzen Dreyeck ABC verhalte = p : P.

Aufl. I. Man setze durch die der Seite BC gegenüber liegende Spitze A eine Linie DE senkrecht auf AB, und mache AE = AB.

II. Man suche eine Linie = x, die sich gegen AB verhält = p : P.

Man messe also AB nach einem verjüngten Maasstabe, und schließe nach der Regel detri

$$P : p := AB : x.$$

III. Das gefundene x trage man nach dem verjüngten Maasstabe von A nach D, so ist wegen AE = AB

$$AD : AE = p : P.$$

IV. Ueber DF beschreibe man einen Halbkreis, welcher AB in X durchschneidet, und ziehe endlich XY mit BC parallel, so wird die Theilung geschehen seyn.

Bew. Weil XY parallel mit BC, so ist das Dreyeck AXY dem ABC ähnlich; mithin

$$\Delta AXY : \Delta ABC = AX^2 : AB^2 = AX^2 : AE^2.$$

Nun ferner AD : AX = AX : AE also

$$AX^2 = AD . AE.$$

Mithin $\Delta AXY : \Delta ABC = AD . AE : AE^2$

$$= AD : AE.$$

$$= p : P.$$

Zus. I. Soll ferner das Stück XYWZ sich zum Inhalte des ganzen Dreyecks $= p' : P$ verhalten, und auch WZ mit BC parallel gehen, so schneide man von dem ganzen Dreyecke BAC den Triangel WAZ ab, dessen Inhalt sich zum ganzen BAC verhalte $= p + p' : P$, wobey man denn wie vorhin verfährt.

Solchergestalt kann man durch Parallelen mit der Seite BC, das ganze Dreyeck BAC dergestalt theilen, daß, wenn die Fläche desselben P heißt, die Stücke AXY, XYWZ, WZBC u. s. w. nach der Ordnung die Inhalte p, p', p'' u. s. w. bekommen.

Zus. II. Ein Dreyeck BAC (Fig. XLIX. Nro. 1.), dessen Höhe AD ist, dergestalt zu theilen, daß die Theile sich wie die Stücke BE, EF, FC der Grundlinie BC verhalten, und die Theilungslinien mit der Höhe AD parallel laufen, so ziehe man durch B und C, auf BC die senkrechten εd, $\varphi\delta$; Mache $Bd = BD$, $C\delta = CD$, und trage das Stück BE, welches linker Hand AD liegt, von B nach ε, hingegen das Stück CF, welches sich rechter Hand AD befindet, von C nach φ, beschreibe über εd, $\varphi\delta$ Halbkreise, welche BC in e und f durchschneiden, und ziehe eg, fh mit AD gleichlaufend, so wird die Theilung geschehen seyn.

Denn vermöge der vorhergehenden Aufgabe ist

$$\Delta Beg : \Delta BDA = B\varepsilon : Bd$$
$$= BE : BD$$

Nun ist aber auch

$$\Delta BDA : \Delta BAC = BD : BC$$
also $$\Delta Beg : \Delta BAC = BE : BC$$
Eben so $$\Delta Cfh : \Delta BAC = CF : BC$$

Es verhalten sich also die Dreyecke Beg, Cfh, zum ganzen BAC, wie BE, CF zur Grundlinie BC; Es folgt daraus von selbst, daß

daß auch das mittlere Stück eghf sich zu BAC=EF:BC verhalten muß.

Es ist also das ganze Dreyeck BAC durch Linien ge, hf, die auf BC senkrecht stehen, verlangtermaaßen eingetheilt.

Zus. III. Der Beweis dieses Verfahrens (Zus. II.) gründet sich nicht darauf, daß AD auf der Grundlinie BC senkrecht stehe. Man könnte durch eben das Verfahren die Theilung so bewerkstelligen, daß die parallelen Theilungslinien mit einer durch A unter einem gegebenen Winkel gegen die Grundlinie BC geneigten Linie AD parallel liefen.

§. 320. Aufgabe. Aus einem gegebenen Punkt D, in der Seite BC eines Dreyecks ABC (Fig. XLIX. Nro. 2.), eine gerade Linie DH zu ziehen, welche das Dreyeck in einem gegebenen Verhältniß m:n theile.

Aufl. I. Man theile BC bey G so, daß BG:GC=m:n.

II. Durch D ziehe man DA, und durch G, GH mit DA parallel, bis solche in eine der Seiten BA, AC, bey H einschneide, ziehe hier-

hierauf DH, so wird die Theilung geschehen seyn, so daß

$$BDAH : \Delta DHC = m : n.$$

III. Bew. Man ziehe GA, so hat man folgende Vergleichung zwischen den in der Figur vorkommenden Dreyecken.

Wegen der Parallelen DA, GA ist erstlich

$\Delta GHA = \Delta GHD$ also

$GHA + GHC = GHD + GHC$ oder

$AGC = DHC$;

Mithin $ABC : AGC = ABC : DHC$

$ABC - AGC : AGC = ABC - DHC : DHC$

oder

$BAG : AGC = BDAH : DHC$;

Aber $BAG : GAC = BG : GC = m : n$.

Also auch

$BDAH : DHC = m : n$.

§. 321. Aufgabe. Eine jede vorgegebene Figur ABCDEFG (Fig. L.) durch bloße Zeichnung, vermittelst einer Linie $\mu\nu$ dergestalt zu theilen, daß das Stück $ABC\mu\nu GA$ einen gegebenen Inhalt $= P$ habe, und die Theilungslinie $\mu\nu$ mit einer angenom-

nommenen Richtung EM parallel laufe.

Aufl. I. Durch die beyden äussersten Punkte der Figur, oder hier durch A und E, ziehe man RE, AT der gegebenen EM parallel, und verwandele die Figur, nach (§. 303.), in ein Rectangel, dessen Grundlinie dem Abstande der beyden äussersten Parallelen AT, ER gleich ist.

II. Damit die vorgegebene Figur selbst nicht mit vielen Linien, die zur Verwandlung und Theilung nöthig wären, verunziert werde, so ziehe man ausserhalb der Figur, in zureichender Entfernung, TR senkrecht auf AT.

So wäre also erstlich TR die Grundlinie des Rectangels (I.).

III. Um nun das Rectangel selbst zu erhalten, so ziehe man mit RM, durch alle Winkelpunkte der Figur, die Parallelen Bb, Gg, Cc u. s. w., und bemerke auf TR die Punkte β, χ, γ u. s. w., wo die Richtungen βI, χII, γIII u. s. w., als Verlängerungen der erwähnten Parallelen Bb, Gg rc. rc., in TR einschneiden.

IV. So sind Tβ, βχ, χγ u. s. w. die Weiten der Parallelen von einander.

V. Man halbire nach der Ordnung AB, Ab bey 1; Bg, bG bey 2; gC, Gc bey 3 u. s. w.

So sind der Ordnung nach, die Entfernungen

von 1 nach 1 = $\frac{1}{2}$ Bb

von 2 nach 2 = $\frac{Bb + Gg}{2}$

von 3 nach 3 = $\frac{Gg + Cc}{2}$

u. s. w.

die mittlern arithmetischen Proportionalen zwischen jedem Paare nächst aufeinander folgender Parallelen der Figur.

VI. Diese mittlern Proportional-linien trage man nun der Ordnung nach längst RM von R, nach 1, von R nach 2 u. s. w. Man ziehe von T nach 1 eine gerade Linie, welche βI in k durchschneidet, und nun ferner durch k die Linie kl mit T2 parallel u. s. w., so erhält man nach und nach die Punkte k, l, m, n, o, p; und Rp wird die Höhe des Rectangels (I.). Auch sind nach und nach die Rechtecke

TR . βk = Δ ABb

TR . χl = Δ ABb + Trap. BbGg

TR . γm = Δ ABb + Tr. Bb Gg + Tr. Gg Cc.

VII.

VII. Gesetzt nun, von der Figur solle ein Stück Fläche = P abgeschnitten werden.

Man drücke den Inhalt P auch durch ein Rechteck aus, dessen Grundlinie = TR wäre, d. h. man dividire P mit TR, so kommt die Höhe des Rectangels $= \frac{P}{TR}$, die ich = h nennen will.

VIII. Diese Höhe fasse man mit dem Zirkel und vergleiche sie mit einer von den Linien βk, χl, γm u. s. w.

Gesetzt, man fände γm zunächst kleiner, als h; so wird also der gegebene Inhalt P, oder das Rectangel TR . h, zwischen die Rectangel TR . γm und TR . φn fallen, d. h. die Theilungslinie $\mu\nu$ wird in der Figur zwischen die Parallelen Cc und Ff zu liegen kommen.

Um also die Lage von $\mu\nu$ zu finden, so muß man an Cc ein Trapezium Cc$\mu\nu$ setzen, dessen Inhalt $= P - TR . \gamma m = TR . h - TR . \gamma m = TR . (h - \gamma m) = p$ (§. 308.)

IX. Dieses muß man nach (§. 309.) bewerkstelligen, weil hier Cc kleiner ist als Ff.

Man trage also von γ nach t die Größe h; so ist das Stück $mt = h - \gamma m$.

Man mache $\phi r = mt$, und halbire $\gamma\phi$ bey w. Lege an w und r ein Parallel-lineal, und ziehe mit wr durch R eine Parallele Ry; so ist $w\phi : \phi r = TR : Ty$ oder

$$\tfrac{1}{2}\gamma\phi : h - \gamma m = TR : Ty$$

$$\text{Also } Ty = \frac{2 \cdot TR \cdot (h - \gamma m)}{\gamma\phi}.$$

X. Diese solchergestalt gefundene Ty ist der Werth m (§. 308.), weil nemlich die

dortigen	p	c
hier	$TR\,(h - \gamma m)$	$\gamma\phi$

bedeuten. $\gamma\phi$ ist nemlich der beyden nächsten Parallelen Cc, Ff Abstand.

XI. Man mache nun $\gamma\eta = Ty$
$\gamma K = Cc$ (= a §. 308.)
$Kd = \phi L = Ff$ (= b das.
so ist $\gamma d = b - a$.

Zwischen $\gamma\eta = Ty = m$ (X.) und $\gamma d = b - a$ suche man eine mittlere geometrische Proportional-linie γq.

Man erhält sie, wenn man über ηd einen Halbkreis beschreibt, der TR in q durchschneidet.

Man

Man fasse demnächst $K\gamma q = \sqrt{(K\gamma^2 + \gamma q^2)}$ $= \sqrt{(a^2 + (b-a)\,m)}$, trage sie von K nach s, und ziehe s x parallel mit K L, so ist γ x der Abstand der gesuchten Theilungslinie $\mu\nu$, von der nächst kleinern Parallele C c (§. 309.). Wenn man daher durch x mit R M die Parallele $\mu\nu$ ziehet, so ist das Stück A B C $\mu\nu$ G A dem verlangten Inhalte P gleich.

XII. So ist also hier eine der brauchbarsten Aufgaben bey der Felder-theilung, durch bloße Zeichnung aufgelöset. Daß die bisherige Konstruction weniger Zeit erfordert, als die arithmetische Auflösung davon, (§. 311.) wird ein jeder bey der Probe selbst wahrnehmen.

XIII. Wenn mehrere Theile durch Linien, welche mit M R parallel laufen, von der Figur abgeschnitten werden sollen, wenn z. E. ferner das Stück zwischen $\mu\nu$ und $\omega\pi$ den Inhalt P′ haben sollte, so weiß man, daß von A angerechnet, nur die Größe P + P′ von der ganzen Figur abgeschnitten werden darf; wobey denn nach der bisherigen Auflösung verfahren wird.

XIV. Bisher war C c kleiner, als F f (IX.). Die Konstruction von IX — XII. wird nach (§. 309. Zus. II.) abgeändert, im Falle die Parallele C c größer, als F f wäre.

XV. Wenn Cc von Ff nur um eine geringe Größe unterschieden wäre, so dürfte man nur durch den Punkt t (IX) mit TR eine Parallele tz, bis an die gerade Linie mn, und dann durch den Punkt z mit RM, die parallele Scheidungslinie $\mu\nu$ ziehen. Den Beweis davon wird ein jeder leicht selbst finden.

Anmerkung.

I. Daß die gerade Linie TR, welche bey der Division (vorherg. §. VII.) gebraucht wurde, nach dem Maaßstabe, nach welchem die Figur ABCDEFG verzeichnet, und der Inhalt P angegeben worden ist, gemessen werden müsse, bedarf wohl kaum einer Erinnerung.

II. Es wird übrigens die Bestimmung der Scheidungslinie $\mu\nu$ desto sicherer und richtiger ausfallen, je nach einem größern verjüngten Maaßstabe die ganze Figur entworfen ist. Ueberhaupt ist dies ein für allemal zu merken, daß bey allen Theilungen, die auf dem Papiere vorgenommen werden, die Figur niemals zu klein gezeichnet seyn muß.

III. Die Anwendung dieser Aufgabe, auf die Theilung der krummlinigten Figuren, bedarf wohl keiner besondern Erläuterung. Wenn ich dabey annehme, daß man die Parallelen

Bb, Cc u. s. w. ziemlich nahe neben einander gezogen habe, so kann man meistens nur nach (vorhergeh. §. XV.) die Lage der Scheidungs-linie $\mu\nu$ bestimmen, ohne daß ein für die Ausübung beträchtlicher Fehler daraus entstände.

IV. Begreiflich kann man die ganze Konstruction, vom Xten Absatze des vorhergehenden §es angerechnet, ersparen, wenn man den Abstand der Scheidungslinie $\mu\nu$ von der Parallele Cc berechnet, nach (§. 308.); die zur Berechnung nöthigen Stücke giebt der erwähnte Xte Absatz an. Die Zeichnung vom ersten Absatze des vorhergehenden §es bis zum Xten, dienet, das Trapezium CcFf, in welches $\mu\nu$ fallen muß, zu finden, ohne daß man nöthig hätte, alle einzelnen Trapezien ABb, BbGg u. s. w. würklich zu berechnen, wie im 311ten §., welches allerdings bey Theilungen der Figuren, eine Ersparung der Zeit ist.

§. 322. Lehrsatz. Es sey (Fig. LI. Tab. VI.) ABCDFGH eine willkührliche Figur. Man verwandle sie nach (§. 296.) in ein Dreyeck, dessen Grundlinie AH ist, und die Spitze in die Verlängerung der an der Grundlinie liegenden Seite HG falle, d. h. man ziehe bis an die verlängerten Seiten DC, FD u. s. w. mit den Diagonalen AC, AD, AF, AG u. s. w. nach der Ordnung die

die Parallelen Ba, ab, bc, cα, und finde solchergestalt die Spitze des Dreyecks bey α. Durch α sey αn mit HA parallel gezogen. — Die Verlängerungen von Ba, ab, bc schneiden αn bey δ, γ, β; Es sey nun E ein willkührlicher Punkt innerhalb AH, und von E gedenke man sich nach den Winkelpunkten G, F u. s. w. nach der Ordnung gerade Linien gezogen; durch α ziehe man mit der ersten EG eine Parallele αe, bis an die verlängerte Seite GF: Ich behaupte, wenn man nun durch β und e eine gerade Linie βef bis an die verlängerte Seite FD ziehet; darauf ferner durch γ und f wieder eine gerade Linie γg u. s. w., so werde auch βe mit FE, γf mit DE u. s. w. parallel seyn.

Bew. I. Ich will erstlich darthun, daß βe mit FE parallel ist.

Man ziehe durch F die Linie Fh mit AH parallel, und verlängere AG, EG, bis solche bey h und m in Fh einschneiden.

So hat man das Dreyeck FEh;

Dieses vergleiche man mit dem Dreyecke βeα;

II. Weil eα parallel mit EG oder Em, und Fh parallel mit AH, oder mit αβ gezogen

gen worden, so ist der Winkel $EmF = e\alpha\beta$. Könnte man nun erweisen, daß auch $Em : Fm = e\alpha : \alpha\beta$, so wäre das Dreyeck EFm dem $e\beta\alpha$ ähnlich; mithin müßte auch βe mit FE parallel seyn.

III. Um die erwähnte Proportion zu erweisen, so will ich erst verschiedene Winkel, die in den Vierecken $AFGE$, $\beta c e \alpha$ vorkommen, benennen, und mit einander vergleichen. Wobey man denn überlege, daß βc mit FA, αc mit GA; $\alpha\beta$ mit HA, und αe mit GE parallel sind.

IV. Man nenne also

$$\begin{aligned} FAG &= \beta c\alpha \text{ (III.)} &= \lambda \\ GAE &= \beta\alpha c &= \tau \\ AGE &= c\alpha e &= \rho \\ AGF &= \alpha c e &= \psi \end{aligned}$$

So ist auch $FhA = hAE = \tau$ (IV.) und $FmE = mhG + mGh = \tau + \rho$.

V. Dieses vorausgesetzt, hat man in dem Dreyecke $c\alpha e$

$\sin c\alpha e : ce = \sin \alpha ce : e\alpha$; also

$$e\alpha = \frac{ce \sin \psi}{\sin \rho} \text{ (IV.)}$$

die Parallelen Ba, ab, bc, cα, und finde solchergestalt die Spitze des Dreyecks bey α. Durch α sey αn mit HA parallel gezogen. — Die Verlängerungen von Ba, ab, bc schneiden αn bey δ, γ, β; Es sey nun E ein willkührlicher Punkt innerhalb AH, und von E gedenke man sich nach den Winkelpunkten G, F u. s. w. nach der Ordnung gerade Linien gezogen; durch α ziehe man mit der ersten EG eine Parallele αe, bis an die verlängerte Seite GF: Ich behaupte, wenn man nun durch β und e eine gerade Linie βef bis an die verlängerte Seite FD ziehet; darauf ferner durch γ und f wieder eine gerade Linie γg u. s. w., so werde auch βe mit FE, γf mit DE u. s. w. parallel seyn.

Bew. I. Ich will erstlich darthun, daß βe mit FE parallel ist.

Man ziehe durch F die Linie Fh mit AH parallel, und verlängere AG, EG, bis solche bey h und m in Fh einschneiden.

So hat man das Dreyeck FEh;

Dieses vergleiche man mit dem Dreyecke βeα;

II. Weil eα parallel mit EG oder Em, und Fh parallel mit AH, oder mit αβ gezogen

gen worden, so ist der Winkel EmF = eαβ. Könnte man nun erweisen, daß auch Em : Fm = eα : αβ, so wäre das Dreyeck EFm dem eβα ähnlich; mithin müßte auch βe mit FE parallel seyn.

III. Um die erwähnte Proportion zu erweisen, so will ich erst verschiedene Winkel, die in den Vierecken AFGE, βceα vorkommen, benennen, und mit einander vergleichen. Woben man denn überlege, daß βc mit FA, αc mit GA; αβ mit HA, und αe mit GE parallel sind.

IV. Man nenne also

$$\begin{aligned} FAG &= \beta c\alpha \text{ (III.)} &= \lambda \\ GAE &= \beta\alpha c &= \tau \\ AGE &= c\alpha e &= \rho \\ AGF &= \alpha c e &= \psi \end{aligned}$$

So ist auch FhA = hAE = τ (IV.) und FmE = mhG + mGh = τ + ρ.

V. Dieses vorausgesetzt, hat man in dem Dreyecke cαe

sin cαe : ce = sin αce : eα; also

$$e\alpha = \frac{ce \sin \psi}{\sin \rho} \text{ (IV.)}$$

Auch $\sin c\alpha e : ce = \sin ce\alpha : c\alpha$; also

$$c\alpha = \frac{ce \sin(\rho + \psi)}{\sin \rho}.$$

VI. In dem Dreyecke $c\beta\alpha$

$\sin c\beta\alpha : c\alpha = \sin \beta c\alpha : \beta\alpha$

$$\beta\alpha = \frac{c\alpha \,.\, \sin\lambda}{\sin(\lambda + \tau)}$$

$$= \frac{ce \sin(\rho + \psi) \sin\lambda}{\sin\rho \sin(\lambda + \tau)}. \text{ (V.)}$$

VII. Also aus (V. VI.)

$e\alpha : \alpha\beta = \sin\psi \sin(\lambda + \tau) : \sin\lambda \sin(\rho + \psi)$

VIII. In dem Dreyecke GFm ist der Winkel $GFm = AGF - GhF = \psi - \tau$.

Nun $\sin FmG : FG = \sin FGm : Fm$

$$Fm = \frac{FG \sin(\rho + \psi)}{\sin(\rho + \tau)} \text{ (IV.)}$$

IX. Ferner $\sin FmG : FG = \sin GFm : Gm$

$$Gm = \frac{FG \sin(\psi - \tau)}{\sin(\rho + \tau)} \text{ (VIII.)}$$

X.

X. Nun ist ferner in dem Dreyecke FAG

$$\sin FAG : FG = \sin AFG : AG$$

$$AG = \frac{FG \sin(\lambda + \psi)}{\sin \lambda} \text{ (IV.)}$$

XI. Und im Dreyecke AGE

$$\sin AEG : AG = \sin GAE : EG$$

$$EG = \frac{AG \sin \tau}{\sin(\rho + \tau)}; \text{ (IV.)}$$

$$= \frac{FG \sin(\lambda + \psi) . \sin \tau}{\sin \lambda \sin(\rho + \tau)}; \text{ (X.)}$$

XII. Mithin (IX. XI.)

$$Em = EG + Gm$$

$$= \frac{FG}{\sin(\rho + \tau)} \left(\frac{\sin(\lambda + \psi) \sin \tau}{\sin \lambda} + \sin(\psi - \tau) \right)$$

XIII. Also (VIII. XII.)

$$Em : Fm = \frac{\sin(\lambda + \psi) \sin \tau}{\sin \lambda} + \sin(\psi - \tau) : \sin(\psi + \rho);$$

$$= \sin(\lambda + \psi) \sin \tau + \sin \lambda \sin(\psi - \tau) : \sin \lambda \sin(\psi + \rho)$$

XIV. Aber aus (Trig. S. XII.) ist

$$\sin(\psi - \tau) = \sin \psi \cos \tau - \sin \tau \cos \psi$$

$$\sin(\lambda + \psi) = \sin \lambda \cos \psi + \sin \psi \cos \lambda.$$

XV.

XV. Diese Werthe in (XIII.) substituirt, geben demnach

$$Em:Fm=\sin\psi(\sin\tau\cos\lambda+\sin\lambda\cos\tau):\sin\lambda\sin(\psi+\rho)$$
$$=\sin\psi\sin(\lambda+\tau):\sin\lambda\sin(\psi+\rho)$$

XVI. Hieraus erhält man endlich

$Em:Fm=e\alpha:\beta\alpha$; (XV. VII.)

Es ist mithin βe mit FE parallel (II.).

XVII. Es wird sich nun auch leicht erweisen lassen, daß γf mit DE parallel seyn müsse. Denn wenn man sich durch β, F die gerade Linie βL gedenkt, so erhellet, daß in Rücksicht des Punktes γ, die Linie βL das ist, was vorhin αH in Rücksicht des Punktes β war. — Weil also eben erwiesen worden, daß βe oder βf mit EF parallel ist, so wird man völlig nach ähnlichen Schlüßen erweisen können, daß auch γf mit DE parallel seyn müsse. Man darf nur überlegen, daß in dem Beweise für γf die Linien βL, FD, EF, βf, und die Vierecke $\beta\gamma bf$, AEDF das sind, was im vorigen Beweise für βe, nach eben der Ordnung die Linien αH, GF, EG, αe, und die Vierecke $\alpha\beta ee$, AEFG waren. So wird man demnach auch γf mit DE parallel finden.

Daraus würde nun weiter auch δg mit EG parallel bewiesen, vorausgesetzt, daß der Punkt g nicht

nicht zwischen C und D (wie hier der Fall ist), sondern in die Verlängerung von DC, zwischen C und a fiele u. s. w.

Daß also diese Schlüsse so lange fortgesetzt werden können, bis man, wie hier bey g, unmittelbar auf den Umfang der Figur stößt.

Geometrischer Beweis dieses Satzes.

Denen zu gefallen, die den eben geführten analytischen Beweis zu schwer finden mögten, und an dergleichen Betrachtungen nicht gewöhnt sind, will ich noch einen geometrischen beyfügen.

1. Nachdem man αe mit EG parallel gezogen hat, so sey nun auch ef mit EF gleichlaufend bis an die verlängerte FD, und ich werde erweisen, daß die Punkte e, f mit β in gerader Linie liegen müssen.

2. Es ist die ganze Figur ABCDEFGH $= \Delta AH\alpha$, oder, wenn man Aβ und Hβ sich gezogen vorstellet (um die Figur nicht mit zu vielen Linien zu verwickeln, so ziehe ich Aβ nicht wirklich aus), $= \Delta AH\beta$.

3. Wenn man ferner durch β und F die gerade Linie βL ziehet, so ist

$\Delta AH\beta = \Delta AL\beta + \Delta HL\beta =$ ABDDFGH (2)

4. Weil

4. Weil Ba mit AC, ab mit AD, bβ mit AF parallel sind, so hat man auch die Figur ABCDFL = Δ ALβ (§. 296.).

5. Also aus (3)

$$ABCDFGH - \Delta AL\beta = \Delta HL\beta \text{ oder (4)}$$
$$ABCDFGH - ABCDFL = \Delta HL\beta$$

d. i.

$$HGFL = \Delta HL\beta.$$

6. Man ziehe nun von e nach E eine gerade Linie, so ist hier das Viereck EHGe = Δ EHα (weil nemlich αe mit EG parallel, und folglich Δ EGe = Δ EGα, mithin Δ EGe + Δ EGH = Δ EGα + Δ EGH), = Δ EHβ.

7. Oder ELFe + HGFL = Δ ELβ + Δ HLβ, d. i. ELFe = Δ ELβ (5).

8. Oder Δ ELF + Δ EFe = Δ ELF + Δ EFβ,

d. h.

$$\Delta EFe = \Delta EF\beta.$$

9. Nun ist ef mit EF parallel (1) mithin

$$\Delta EFf = \Delta EFe.$$

10. Folglich (9. 8.)

$$\Delta EFf = \Delta EFe = \Delta EF\beta.$$

11. Da diese Dreyecke einerley Grundlinie EF haben, und einander gleich sind, so müssen ihre Spitzen β, e, f in einer einzigen geraden Linie liegen, und weil ef mit EF parallel ist (1), so liegt β in der Verlängerung dieser Parallele fe, oder wenn man durch β und e eine gerade Linie ziehet, so muß diese mit EF parallel seyn.

12. Auf eine ähnliche Art würde man auch erweisen, daß die gerade Linie γfg mit ED parallel seyn muß u. s. w.

Diese merkwürdige Eigenschaft der Punkte α, β, γ, δ u. s. w. führt nun auf eine sehr leichte Auflösung folgender Aufgabe.

§. 323. Aufgabe. Ueber der Linie AH befinde sich eine Figur ABCDFGH, man soll vermittelst gE, ein Stück gDFGHE von der ganzen Figur abschneiden, welches sich gegen die Figur verhalte, wie HE : HA.

Aufl. I. Man verwandele nach (§. 296.) die ganze Figur, wie in voriger Aufgabe, in den Triangel AHα.

II. Man gedenke sich nun das Stück EgDFGH auch in einen Triangel, dessen Grundlinie EH wäre, verwandelt.

Man

Man würde nemlich $g f$ mit $E D$, $f e$ mit $E F$, $e \alpha$ mit $E G$ nach der Ordnung parallel ziehen, und so für das erwähnte Stück das Dreyeck $E H \alpha$ bekommen.

III. So wird man nun leicht umgekehrt sehen, daß man den Punkt g, durch welchen die Theilungslinie $g E$ gehen würde, dadurch fände, daß man αe mit $E G$; $e f$ mit $E F$, und $f g$ mit $E D$ parallel zöge. — Die Parallelen nemlich so lange fortsetzte, bis man, wie bey g, unmittelbar auf den Umfang der Figur stiesse.

IV. Da aber das Ziehen der Parallelen etwas beschwerlich ist, so kann man, vermöge der im vorigen Lehrsatze bewiesenen Eigenschaft der Punkte α, β, γ u. s. w., kürzer auf folgende Art verfahren.

Man ziehe erstlich αe mit $E G$ parallel. — Nun aber, durch β und e, die gerade Linie βf, bis an die Verlängerung von $F D$, hierauf durch γ und f abermals die gerade Linie γg, bis an die Verlängerung von $D C$ u. s. w. Dies Verfahren setze man so lange fort, bis man, wie hier schon bey g geschiehet, unmittelbar auf den Umfang der Figur kömmt, so wird $E g$ die gesuchte Theilungslinie seyn.

Zus. I. Es erhellet, daß man solchergestalt mit äusserster Bequemlichkeit, durch Hülfe

der

der Punkte α, β, γ u. s. w. (§. 323.), die Figur in so viel gleiche Theile theilen kann, als man verlangt. Denn das Verhältniß EH : HA kann seyn, welches man will.

Zus. II. Wäre der Inhalt des Stückes EgHG = p, der ganzen Figur = P, so müßte man EH : HA = p : P machen, welches sich allemal durch den verjüngten Maasstab bewerkstelligen läßt.

Zus. III. Die Theilungslinien, wie gE, stossen solchergestalt alle an die gegebene Seite AH der Figur, und so ist die Aufgabe (§. 314.) durch bloße Zeichnung bewerkstelligt.

Anmerkung.

über die Punkte α, β, γ u. s. w., wenn die Figur sehr einwärts gehende Winkel hat.

§. 324. In diesem Falle können nach (§. 296.) die Linien, wie Ba, ab, bc, in deren Verlängerungen die Punkte δ, γ u. s. w. liegen, unterweilen entweder gar nicht in die verlängerten Seiten DC, FD u. s. w. einschneiden, oder die Punkte a, b, c u. s. w. können so weit ausserhalb der Figur fallen, daß die Figur selbst nach (§. 296.) gar nicht in ein Dreyeck verwandelt werden könnte, sondern die Ver-

wandlung nach (§. 297.) vorgenommen werden müßte, in welchem Falle aber offenbar auch die Punkte β, γ, δ unbestimmt bleiben. Um sie aber dennoch zu finden, und die Figur nach Verhältnissen, die man längst H A abgetragen hat, beqeurtheilen zu können, so verfahre man auf folgende Art.

Man nehme innerhalb A H einen Punkt E nach Gefallen. — Da nun das Dreyeck A H α, mithin auch der Punkt α, gefunden wird, man mag die Verwandlung nach (§. 296.), oder nach (§. 297.) vornehmen, so ziehe man durch α mit E G eine Parallele α e, bis an die verlängerte Seite G F; durch e mit E F wieder eine Parallele e f, bis an die verlängerte Seite F D; verlängere hierauf e f bis an α n, so findet sich der Punkt β. Eben so der Punkt γ, wenn man durch f mit E D eine Parallele f g ziehet, und sie aufwärts verlängert u. s. w. Den Punkt δ würde man aber jetzt nicht finden, weil man bey g schon auf den Umfang der Figur gekommen ist.

Um ihn zu bestimmen, muß man einen andern Punkt X, der näher bey A liegt, als der zuerst angenommene E, zu Hülfe nehmen, wobey man denn nur in Ueberlegung zu ziehen hat, daß eine gerade Linie, die man sich durch γ und D gezogen vorstellet, in Rücksicht des Punktes δ

und

und des Umfanges ABCD, eben das ist, was vorhin die gerade Linie durch α und G, in Absicht des Punktes β, und des Umfanges ABCDFG war; Um also δ zu bestimmen, so ziehe man jetzt durch γ mit XD eine Parallele, bis an die verlängerte Seite DC, wo sie bey p einschneide. Nun durch p eine Parallele mit XC, so wird sie in den Punkt δ einschneiden. Auf diese Art kann man also durch willkührlich angenommene Punkte, wie X und E, die zur Theilung der Figur erforderlichen Punkte β, γ, δ u. s. w. finden, wenn man gleich die Verwandlung der Figur in ein Dreyeck, nach (§. 297.), vorzunehmen genöthigt wäre.

§. 325. Aufgabe. Eine Figur ABCDE (Fig. LII.) so zu theilen, daß alle Theilungslinien nach einem willkühtlichen, innerhalb der Figur liegenden Punkt F zulaufen.

Aufl. I. Man verwandele die Figur erst in ein Dreyeck, dessen Spitze bey F, und die Grundlinie längst einer Seite der Figur, z. E. längst AE, falle.

II. Um dieses zu leisten, verlängere man vorher alle Seiten der Figur, ausser den beyden BC, CD, die hier dem Punkte F gegenüber liegen.

III. Mit F B ziehe man C b, und mit F A die Linie b c parallel.

IV. Eben so mit F D die Parallele C d, und mit F E die Parallele d e, so wird das Dreyeck c F e der vorgegebenen Figur gleich seyn, wie sich leicht aus dem bisherigen herleiten läßt.

V. Gesetzt nun, von der Figur solle ein Stück abgeschnitten werden, welches sich zur ganzen Figur verhielte, wie p ; P.

VI. Man suche zu P, p, und der Grund-linie c e des Dreyecks (IV.), eine vierte Proportional-linie, und trage sie auf c e, z. E. von A bis m, so wäre das Dreyeck A F m dem von der Figur abzuschneidenden Stücke gleich.

VII. Von diesem Dreyecke liegt aber ein Stück E n m ausserhalb der Figur.

Um es in die Figur hinein zu bringen, so muß man, nach der bisher gelehrten Methode, den Punkt m an den Umfang der Figur reduciren.

Man ziehe also mit F E durch m eine Parallele m r bis an die verlängerte E D, und durch r mit F D wieder eine Parallele r t. Weil hier r t unmittelbar an den Umfang der Figur stößt, so wird die gezogene F t das Stück A F t D E = dem Dreyecke A F m = dem gegebenen Inhalte (V.) abschneiden.

Zus. I. Wäre die vierte Proportionallinie (VI.) größer, als Ae, daß also m über e hinausfallen würde, so muß man solche längst ce so tragen, wie qm anzeigt, und hierauf die Punkte q und m immer von einer verlängerten Seite auf die nächstfolgende reduciren, wie in (VII.), bis man auf den Umfang der Figur kommt.

Zus. II. Die bisherige Auflösung gilt auch, wenn die Figur einwärts gehende Winkel hat. Nur muß man, im Falle die Verwandlung der Figur in ein Dreyeck nach dem 296sten §. nicht angienge, vorher nach (§. 297.) die einwärts gehenden Winkel weggeschafft haben.

§. 326. Aufg. Von einer Figur ABCDE u. s. w. (Fig. LIII. Tab. V.) ein beliebiges Stück abzuschneiden, ohne daß man nöthig hat, die ganze Figur selbst vorher in einen Triangel zu verwandeln.

Aufl. I. Der abzuschneidende Inhalt heiße p; und man setze, der verjüngte Maasstab, nach welchem die Figur auf dem Felde gezeichnet worden ist, sey gegeben. Dieses wird bey gegenwärtiger Aufgabe unumgänglich erfordert.

II. Man

II. Man setze, die Theilungslinie Ks solle durch den Punkt K der Seite AB gehen.

III. Man verwandele den gegebenen Inhalt p in ein Dreyeck, dessen Grundlinie = KB, und die Spitze längst der an KB zunächst liegenden Seite BC falle.

IV. Die Höhe dieses Dreyecks wäre also $= \frac{2\,p}{KB}$, wo man KB nach dem verjüngten Maasstabe (I.) gemessen haben muß.

V. Diese berechnete Höhe trage man senkrecht auf KB von B bis n, und ziehe nr parallel mit AB bis an die verlängerte BC, so wird das Dreyeck KBr den gegebenen Inhalt p haben.

VI. Von diesem Dreyecke liegt nun das Stück mrC ausserhalb der Figur.

Um es in die Figur hinein zu bringen, so reducire man den Punkt r an den Umfang der Figur, indem man rt mit KC, und ts mit KD parallel ziehet, so ist, wenn man Ks ziehet, das Stück KsDCB = dem Dreyecke KrB = dem Inhalte p; mithin Ks die gesuchte Theilungslinie.

Zus.

Zus. 1. Man siehet leicht, daß der Punkt K nicht in der Seite A B zu liegen braucht. Er könnte nach Gefallen auch innerhalb der Figur angenommen werden, und so erhielte man die Theilung der Figur aus einem Punkte, der innerhalb der Figur läge.

Anmerkung.

§. 327. Das bisherige wird zureichen, die gewöhnlichsten und brauchbarsten Fälle, welche in der Ausübung vorkommen können, sowohl durch Rechnung, als Zeichnung aufzulösen. Daß sich in der Theorie noch mancherley andere Bedingungen gedenken lassen, welche die Theilungslinien haben sollen, ist wohl offenbar. — Allein es würde wider meine Absicht seyn, mich auf solche Fälle einzulassen, und die Abhandlung über die Theilung der Figuren könnte leicht zu einem ganzen Buche anwachsen. Daher werde ich es bey dem bisherigen bewenden lassen, und hoffe übrigens, daß, wenn in der Ausübung auch einmal ein anderer Fall vorkäme, solcher doch nach den bisherigen Gründen und nach gehöriger Ueberlegung, sich ohne Schwierigkeit werde bewerkstelligen lassen.

Schriftsteller, die man über das bisherige sonst noch nachlesen kann, sind z. E.

F. Commandini tractatus de superficierum divisionibus.

Simon Stevin Geom. Practique Lib. IV.

Clavii geometria pract. Lib. VI.

Ozanam Cours de mathématique Tom. III. pag. 33, von welcher Abhandlung auch eine deutsche Uebersetzung unter dem Titel: Anweisung, die geradlinigten Figuren nach einer gegebenen Verhältniß ohne Rechnung zu theilen, mit illuminirten Kupfern (Frankfurt und Leipzig 1776.), herausgekommen ist.

Meines Vaters Methode findet man auch in C. H. Wilkens Entscheidung der Gränzstreitigkeiten ꝛc. ꝛc. Halle 1757.

Im Vten Bande der Abhandl. der Bayerischen Acad. d. W. findet sich auch von Herrn Alb. Euler eine Abhandlung über Theilungen der Figuren.

Ferner über die Verwandlung derselben in J. H. Lamberts Beyträgen zur Math. II. Bd. — Vollimhaus Anweisung zu Felder- und Landtheilungen ꝛc. ꝛc. (Hannover u. Leipz. 1773.).

Auch in Hrn. G. R. Böhms Anleitung zur Meßkunst auf dem Felde; In J. Karl Schulzens Taschenbuch zur gründlichen Anwendung der Meßkunst (Berl. 1782.) Bugge theo-

re-

retisch practische Anl. zum Feldmessen, aus d. Dänischen von Ludolph Herrmann Tobiesen. Altona 1798. und andern Schriften der practischen Geometrie findet man die Theilungen der Felder auseinander gesetzt.

Ich werde nun im nächstfolgenden Kapitel einige Fragen auflösen, die bey Landvertauschungen, Repartirungen u. dgl. vorkommen können; und deren Zusammenhang mit dem bisherigen gezeigt werden muß.

XXX. Kapitel.

Anwendung der bisher beygebrachten Theilungsmethoden auf mancherley im gemeinen Leben vorkommende Fälle.

§. 328. Aufg.

Ein Grundstück, dessen Güte durchaus einerley ist, ABCDEF (Fig. LIV.) gehöret mehreren Interessenten. Diese werden unter einander eins, ihre in dem Grundstücke zerstreut liegenden Antheile dergestalt gegen einander zu vertauschen, daß ein jeder das seinige beysammen erhält.

Aufl. I. Gesetzt, die Stücke m und p gehörten der Person A; n und q dem Besitzer B, und o der Person C. Die Fläche eines jeden Stückes in Morgen, oder Quadratruthen u. dgl. wird als bekannt zum voraus gesetzt.

II. Man vermesse die Figur ABCDEF, und entwerfe sie nach einem nicht gar zu kleinen Maasstabe auf dem Papiere.

III.

III. Nachdem man die Richtung $\mu\nu$ festgesetzt hat, mit welcher die neuen Theilungslinien parallel gehen sollen (oder wie auch sonst die Bedingungen der Theilungslinien beschaffen seyn mögen), so theile man die Figur auf dem Papiere den erwähnten Bedingungen gemäß, dergestalt, daß das Stück $\alpha ABC\beta = m + p$; $\alpha\beta\gamma\delta = n + q$, und folglich von selbst $\gamma\delta FD = o$ werde.

So werden nun die Antheile eines jeden Interessenten nicht mehr in dem Grundstücke zerstreut, sondern verlangtermaaßen beysammen liegen.

IV. Die Theilungspunkte $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, die man nun auf dem Papiere gefunden hat, müssen auf das Feld abgetragen werden.

Man messe die Weiten $A\alpha$, $A\gamma$, $C\beta$, $C\delta$ auf dem Papiere, und trage sie auf die Linien AE, CD der Figur auf dem Felde; so werden sich auf dem Felde die Punkte $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ergeben, durch welche die Scheidungen der einzelnen Stücke gehen, die man demnächst gehörigermaaßen verpfählen kann.

V. Anmerkung. Wenn der Umfang des Grundstückes ABCDEF keine kenntlichen Ecken hat; so muß man in die Punkte A, B, C u. s. w. bey der Vermessung des Umfanges des Grundstückes, Pfähle einschlagen, und solche

stehen

stehen lassen, bis die Theilung auf dem Papiere geschehen ist, damit man die auf dem Riße gefundenen Theilungspunkte α, β u. s. w. auf dem Felde gehörigermaaßen nach (IV.) bestimmen könne.

VI. Wäre der Umfang krummlinigt, so würde man die Punkte α, β, γ, δ auf dem Felde folgendergestalt bestimmen müssen. Man ziehe auf dem Riße eine gerade Linie von B nach A, und von B nach α, trage den Winkel A B α auf den Meßtisch, und hierauf den Meßtisch über B, so wird man auf dem Felde an die Linie B A, den Winkel A B α tragen, und solchergestalt längst B α, am Umfange der Figur den Punkt α bestimmen können. Auf eine ähnliche Art die übrigen Punkte β, γ, δ.

VII. Liegen die Grundstücke m, n, o, p alle in einer Horizontalebene, oder in einer Ebene, welche nicht viel von einer horizontalen abweicht, so hat das gehörige Abtragen der Theilungslinien α β, γ δ, von dem Grundriße auf das Feld, keine besondere Schwierigkeit.

Liegen aber die Grundstücke an einem Berge, so ist das Abtragen der Theilungslinien von dem Grundriße (als einer horizontalen Projection der an der Anhöhe liegenden Grundstücke (§. 4—9)), schon etwas mühsamer.

In

In dem Grundriße hat man z. B. die beyden Punkte α, β oder die Theilungslinie α β. Durch die ihr entsprechende auf dem Felde, gedenke man sich eine Verticalebene, so schneidet diese die zwischen α und β befindliche Bergfläche in einer krummen Linie, welche denn als Theilungslinie auf der gedachten Bergfläche abgesteckt werden muß.

Man muß also auf dieser Bergfläche ein paar Punkte abstecken, welche lothrecht über die Punkte α und β in der Horizontalprojection zu liegen kommen.

Um nun z. B. den Punkt auf der Anhöhe AE zu finden, welcher dem α im Grundriße entspricht, so muß man ohngefähr den Neigungswinkel der Linie AE auf der Bergfläche gegen die Horizontalebene wissen, und dann längst AE auf der Anhöhe, eine Weite von A angerechnet abstecken, welche im Verhältniß der Secante jenes Neigungswinkels zum Radius, größer als das Aα im Grundriße ist, hierauf am Endpunkt jener Weite einen Stab einstecken, welcher denn lothrecht über α sich befinden wird.

Dieß Verfahren ist jedoch nur brauchbar, wenn AE auf dem Felde nicht viel von einer geraden Linie abweicht.

Sind aber zwischen A und E vielerley Erhöhungen und Vertiefungen, so verfährt man ebenfalls am besten nach (VI.). Man trägt nemlich den Meßtisch, oder noch besser einen Winkelmesser mit einem Kippfernrohre an den Standpunkt B, steckt zwischen B und A einen Stab in die Verticalebene BA ab (§. 32), nach welchem man bey B visire, um auf dem horizontal gestellten Werkzeuge erstlich die Richtung BA zu erhalten, wenn man etwa nicht geradezu von B nach A visiren könnte. Dann nimmt man auf dem Werkzeuge den im Grundriße gefundenen horizontalen Winkel ABα, so erhält man die zu visirende Richtung Bα, längst deren man denn Stäbe über die Bergfläche abstecken läßt, welches nicht schwer zu bewerkstelligen ist, wenn die Dioptern des zum Meßtische gehörigen Diopterlineals hinlänglich hoch sind, oder das Kippfernrohr an den Winkelmesser angewandt wird, um nur erstlich einige Stäbe in die Richtung Bα zu erhalten, mit denen sodann nach (§. 32) noch andere in eine Verticalebene abgesteckt werden, bis man endlich bis an AE gelangt, wo der letzte abzusteckende Stab α, den Anfangspunkt der Theilungslinie $\alpha\beta$ auf der Bergfläche angiebt. Auf eine ähnliche Weise kann man z. B. durch Beyhülfe des im Grundrisse zu messenden Winkels DFβ, den Punkt β auf der Anhöhe

be,

bestimmen. Dann werden zwischen α, β durch Beyhülfe des Verfahrens (§. 32) die erforderlichen Gränzpfähle, oder Gränzsteine eingesetzt.

Wer überhaupt alles bisherige schon gehörig inne hat, dem werden sich in solchen Fällen, wo Linien von einem Grundrisse auf eine bergigte Fläche abzutragen sind, leicht noch andere Mittel darbieten, solche Aufgaben mit einer für die Ausübung hinlänglichen Genauigkeit zu bewerkstelligen.

§. 329. Aufgabe. m und n (Fig. LV.) sind zwey Stücke Feldes, von unterschiedener Güte — m gehöret der Person A, und n der Person B. Beyde wollen einen Tausch mit einander treffen; dergestalt, daß A den Theil abcd seines Feldes m, gegen ein gewisses Stück des Feldes n, an die Person B überlassen will. — Es frägt sich, wie viel die Person B dagegen an A abtreten muß.

Aufl. I. Es verhalte sich die Güte des Grundstücks m zur Güte von n, z. E. wie 4 : 5, d. h. 5 Morgen des Feldes m hätten so viel Werth, als 4 Morgen von n.

II.

II. Es wolle nun A das Stück a b c d an B abtreten. Der Inhalt dieses Stückes betrage z. E. 460 Quadratruthen. — Wie viel Quadratruthen wird A dagegen von dem Felde n bekommen.

III. Man schließe nach der Regel detri

5 Morgen : 4 M. = 460 : x

so wird x = 368 Qu. R. das, was A von dem Felde n bekömmt — welches also durch eine Linie v r, deren Bedingung bekannt seyn muß, von dem Felde n abgeschnitten wird.

§. 330. Aufg. Durch eine Flur von Aeckern ABCD (Fig. LVI.) soll eine Chaussee mxyzn geführt werden. — Die erste Person A verliert dadurch von ihrem Acker den Theil x, die andere B den Theil y, dritte C den Theil z. Zur Entschädigung will man ein anderes Stück Landes CEFD unter diese drey Personen theilen, wie viel wird jede Person bekommen.

Aufl. I. Die Fläche des Stücks CEFD heiße F; so wird

A von dem Inhalte F bekommen $\frac{x}{x+y+z} \cdot F$

B — — — $\frac{y}{x+y+z} \cdot F$

C — — — $\frac{z}{x+y+z} \cdot F$,

wie aus der Gesellschafts-Rechnung klar ist.

Die Flächen der Stücke x, y, z müssen hiebey als bekannt angenommen werden.

Wären die Stücke x, y, z nicht durchaus von einerley Güte, sondern verhielten sich in Absicht ihrer Benutzung gegen einander wie $\mu : \nu : \rho$, so muß man in obigen Formeln statt x, y, z, setzen: $\mu \cdot x$; $\nu \cdot y$; $\rho \cdot z$.

§. 331. Aufgabe. A und B (Fig. LVII.) sind zwey Bauernhöfe; die zu A gehörige Länderey abcd liegt unmittelbar hinter beyden Höfen A und B, und hinter abcd liegt die zu B gehörige Länderey aefb. — Beyde wollen, um Streitigkeiten wegen der Ausfarth zu vermeiden, das ganze Stück cefd dergestalt theilen, daß ein jeder seinen Antheil gleich unmittelbar hinter seinem

nem Hofe bekomme, Wie wird die Theilungslinie zu führen seyn, daß keinem von beyden Interessenten zu nahe geschehe?

Aufl. Man siehet leicht, daß hier die ganze Figur cefd aus einem Punkt F, der zwischen beyden Höfen A und B liegt, dergestalt getheilt werden müsse, daß das Stück cFen = abcd, und Fnfd = efab werde. Sind nun beyde Stücke abcd und efab von gleicher Güte, so wird die Theilungslinie Fn nur sogleich nach dem gegebenen Ruthengehalt der Stücke cFen = abcd, Fnfd = efab bestimmt, und die Theilungslinie Fn wird immer eine einzige gerade Linie.

Sind aber beyde Ländereyen von ungleicher Güte, d. h. die Benutzungen von zwey gleichen Flächen beyder Grundstücke verhielten sich wie n : m, so wird nothwendig ein Tausch vorgenommen werden müssen, wenn der Aufgabe ein Genüge geschehen soll, und die Theilungslinie wird meistens eine gebrochene Linie werden, wenigstens wenn sie gerade seyn sollte, so gehören algebraische Kenntnisse zu deren Bestimmung, die ich bey vielen meiner Leser nicht voraus setzen darf.

Man

Man setze also, die Fläche a b c d halte p Quadratruthen, und a e f b, π Qu. R.

a b c d sey gutes Land, a e f b schlechteres.

Man ziehe aus F eine willkührliche gerade Linie F s bis an die Gränze a b, und berechne das Stück F s b d des guten Landes. Die Fläche davon heißt k.

Man berechne ferner, was das ganze schlechte Land a e f b an guten beträgt.

Da die Güte von a b c d zur Güte von a e f b = n : m, und der Inhalt des schlechten Landes a e f b = π; so wird die Fläche π an guten Lande betragen $\frac{m}{n}\pi$

Fände sich nun z. E., daß das Stück F s b d, oder k = $\frac{m}{n}$ π wäre; so würde F s so- gleich die gesuchte Theilungslinie seyn.

Nemlich zum Bauerhofe B käme das Stück F s b d guten Landes, und A bekäme dagegen zu dem Stücke a s F c das schlechte Land a e f b, welches vorher zu B gehörte.

Fände sich aber k größer, als $\frac{m}{n}$|π, so muß man von F s b d einen Triangel, oder ein Stück

Stück Fläche F s t abschneiden, dessen Inhalt $= k - \frac{m}{n}\pi$, und so wird F t b die gemeinschaftliche Gränze der zu beyden Bauerhöfen gehörigen Ländereyen. A nemlich bekäme c e f b t F c, und B das Stück F t b d.

Für k kleiner als $\frac{m}{n}\pi$, müßte man an F s ein Stück F s r setzen, dessen Fläche $= \frac{m}{n}\pi - k$, so würde F r b die gemeinschaftliche Gränze, und A erhielte c e f F b r F c; B hingegen F r b d.

In allen drey Fällen könnte also jeder Interessent gleich unmittelbar von seinem Hofe auf sein Land, vermittelst der gemeinschaftlichen Ausfarth F s, F t, F r, gelangen.

Zus. Wollte A an B nur eine gewisse bestimmte Größe $= k$ von dem guten Lande abtreten, so darf man nicht, wie vorhin, F s willkührlich annehmen, sondern von a b c d muß man das Stück F s b d dergestalt abschneiden, daß der Inhalt davon der erwähnten Größe k gleich ist.

Alsdann aber, wenn sich z. E. k kleiner, als $\frac{m}{n}\pi$ fände, müßte man, weil von dem

guten

guten Lande nichts mehr zu F s b d, oder zu k genommen werden darf, an s b ein Stück s ρ b schlechten Landes setzen, dessen Werth dem Werthe von $\frac{m}{n}\pi - k$ gleich käme.

Die Grösse $\frac{m}{n}\pi - k$ wird aber an schlechten Lande betragen $\frac{n}{m}\left(\frac{m}{n}\pi - k\right) = \pi - \frac{n}{m}k$; so viel wird also das Stück s ρ b schlechten Landes Inhalt haben müssen — und die gemeinschaftliche Gränze der zu A und B gehörigen Ländereyen würde nun F s ρ.

So wird auf eine ähnliche Art der Fall zu entscheiden seyn, wenn k grösser als $\frac{m}{n}\pi$ wäre.

Anmerkung. Da das Feld a e f b, nebst der alten Gränze a b, vorher aufgenommen seyn muß, ehe man die Lage der neuen Gränzen F s b, F s ρ u. s. w. für jeden Fall bestimmen kann, und folglich auch der verjüngte Maasstab der Figur bekannt seyn wird, so liesse sich mit Vortheil die Aufgabe des 325sten §. hier anwenden. Indessen werden es die Umstände ergeben, in wie ferne sich auch andere

Me-

Methoden des vorhergehenden Kapitels in Anwendung bringen liessen.

§. 332. Aufgabe. Ein Stück Holzung, dessen Inhalt = P, soll dreyen Dörfern A, B, C zugemessen werden, dergestalt, daß A zweymal so viel bekomme als B, und C fünfmal so viel als B. — Wie viel wird jedes Dorf bekommen?

Aufl. Der Antheil des Dorfes A heiße x
so ist der Antheil des Dorfes B $= \frac{1}{2}x = y$
— — — C $= \frac{5}{2}x = z$.

Also muß seyn $x + \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}x = P$; oder
$4x = P$

folglich $x = \frac{1}{4}P$; mithin $y = \frac{1}{8}P$, und $z = \frac{5}{8}P$.

Da solchergestalt der Ruthengehalt des Antheils eines jeden Dorfes bekannt ist, so kann nun einem jeden das seinige zugemessen, und nach der festgesetzten Lage der Theilungslinien angewiesen werden.

Anmerkung. Da dergleichen Aufgaben, wo der Antheil eines jeden Interessenten vorher nach gewissen Bedingungen berechnet wird, ehe man an die Theilung selbst schreitet, sich in großer Menge gedenken lassen, so würde

es

es überflüssig seyn, mehrere Fälle, weil sie sich leicht durch etwas Buchstabenrechenkunst bewerkstelligen lassen, hier auseinander zu setzen. Ich werde also nur noch folgende Aufgabe, ihrer häufigen Anwendung wegen, hier auflösen.

§. 333. Aufg. AD (Fig. LVIII.) sey ein Grundstück, welches aus verschiedenen Theilen Amn, mnop, opD bestehe, deren Güte sich so gegen einander verhalte, daß der Werth eines Morgens auf Amn = f, eines Morgens auf mnop = g, auf opD = h. Das Stück Amn selbst halte nun F Morgen; mnop = G Morgen; opD = H Morgen. Das ganze Grundstück soll unter Interessenten A, B, C dergestalt vertheilet werden, daß die Antheile derselben sich gegen einander, in Rücksicht ihres Werthes, verhalten, wie L, M, N.

Aufl. I. Man suche erst den Werth des ganzen Grundstücks AD.

Weil ein Morgen auf Amn werth ist = f, und Amn, F Morgen hält, so ist der ganze Werth von Amn = F.f. Eben so der Werth von mnop = G.g; von opD = H.h.

Also der sämmtliche Werth des Grundstücks $= F . f + G . g + H . h = W$.

II. Dieser Werth soll nun in Theile x, y, z getheilet werden, die sich gegen einander verhalten, wie L, M, N.

III. Mithin wird der Werth des Antheils

des ersten Interessenten $\mathfrak{A} = \frac{L}{L+M+N} . W = x$

— zweyten — $\mathfrak{B} = \frac{M}{L+M+N} . W = y$

— dritten — $\mathfrak{C} = \frac{N}{L+M+N} . W = z$

wie aus der Gesellschaftsrechnung klar ist.

IV. Gesetzt nun, der Interessenten A, B, C ihre Antheile sollten nach der Ordnung in dem Grundstücke von A nach D zu liegen kommen, wie man solches etwa durch eine Verloosung ausgemacht haben könnte.

Man vergleiche also den Werth F . f des ersten Stücks A m n (I.) sogleich mit dem Werthe desjenigen, was A bekömmt, d. h. mit x (III.).

Fände sich z. E. $F . f = x$, so bekäme also der erste Interessent A sogleich das ganze Stück A m n.

Wäre

Wäre aber F . f kleiner als x, so muß man zu dem Stücke A m n, noch einen Theil aus dem folgenden Stücke m n o p hinzusetzen.

Man nenne den Inhalt dieses Theiles = λ.

Der Werth desselben wäre = g. λ.

Dieses mit dem Werthe von A m n zusammen genommen, muß also = x seyn; d. h.

$$F.f + g.\lambda = x; \text{ mithin } \lambda = \frac{x - F.f}{g}.$$

Man setze also an m n ein Stück Fläche m n ρ τ, dessen Inhalt $= \frac{x - F.f}{g}$; so bekömmt der Interessent A das Stück A ρ τ, dessen Werth, wie verlangt worden = x (III.).

V. Man siehet leicht, wie zu verfahren wäre, wenn sich F . f größer, als x fände. — Auch wie man auf eine ähnliche Art an ρ τ den Antheil des zweyten Interessenten setzen würde.

VI. Es könnte sich eräugnen, daß nicht nur, wie in (IV.), der Werth des Stücks A m n, sondern selbst der von A o p, oder von A m n + m n o p, noch kleiner, als x bliebe. — D. h. daß F . f + G . g (I.) kleiner als x wäre. — In diesem Falle müßte man also von dem Stücke o p D noch einen Theil zu A o p

 neh-

nehmen, um den Antheil des Interessenten A zu bekommen; Nennen wir den aus o p D = H noch zu A o p hinzu zu setzenden Theil jetzt = λ'; so ist dessen Werth = $\lambda'.h$; und es muß nun seyn

$$F.f + G.g + \lambda'.h = x;$$

$$\text{d. h. } \lambda' = \frac{x - F.f - G.g}{h},$$

welches das Stück Fläche gäbe, das man noch an o p setzen müßte u. s. w.

VII. Wenn es die Bedingung mit sich brächte, daß ein jeder Interessent von allen 3 Stücken A m n, m n o p, o p D etwas bekommen sollte, so setze man, A solle von A m n den Theil μ, von m n o p den Theil ν, und von o p D den Theil ρ bekommen; der Werth dieser Theile zusammengenommen betrüge $f.\mu + g.\nu + h.\rho$.

Da dieses dem Werthe x in (III.) gleich seyn soll, so bekommt man

$$\frac{L}{L+M+N}.W = f\mu + g\nu + h\rho, \text{ oder}$$

$$\frac{L}{L+M+N}.Ff + \frac{L}{L+M+N}.Gg + \frac{L}{L+M+N}.Hh =$$
$$= \mu.f + \nu.g + \rho.h.$$

Also

Also muß seyn

$$\mu = \frac{L}{L+M+N}.F; \nu = \frac{L}{L+M+N}.G; \rho = \frac{L}{L+M+N}.H$$

so viel muß man also dem ersten Interessenten aus jedem Stücke zumessen.

Man mache also das Stück imk = μ; mkot = ν; otr = ρ; so wird durch iktr der Antheil des ersten Interessenten abgeschnitten seyn.

Und so kann man auf eine ähnliche Art für die übrigen Interessenten verfahren.

Anmerkung.

§. 334. Es kann vorkommen, daß die Verhältnisse der Antheile eines jeden Interessenten, oder die Größen L, M, N, selbst erst nach gewissen Bedingungen berechnet werden müssen. — Um dieses zu erläutern, und zugleich ein Beyspiel zur vorigen Aufgabe beyzubringen, so will ich setzen, das Grundstück AD sey bisher eine Kuppelhute gewesen, welche mehrere Dorfschaften A, B, C mit verschiedenen Arten Viehes zu verschiedenen Jahres-Zeiten betrieben haben; Man wolle nun die Kuppelhute abschaffen, und einer jeden Dorfschaft von dem ganzen

zen Grundstücke so viel zumessen, als dem Nutzen proportional wäre, den jede jährlich von der Kuppelhute gehabt hätte. Hier werden also die Verhältnisse L, M, N, erst diesem Nutzen gemäß, besonders berechnet werden müssen.

I. Man setze also, die drey Dörfer hätten die Huts mit Schaafen, Schweinen und Kühen betrieben, und zwar

A mit	A Schaafen;	B Schweinen;	C Kühen
B —	a —	— b	— — c —
C —	α —	— β	— — γ —

II. Man nehme ferner an, das Verhältniß des nöthigen Futters für ein Schaaf = k; für ein Schwein = l; für ein Stück Hornvieh = m;

Die Erfahrung hat gelehrt, daß die Verhältnisse k, l, m ohngefähr wie 1, 2, 5 sind. — Für jeden Ort müssen freylich besondere Erfahrungen über das Verhältniß des Viehfrasses angestellt werden — wenn man solches genauer haben will.

III. Solchergestalt ist der Nutzen, den jedes Dorf, nach Verhältniß seines Viehstammes, von der Kuppelhute hatte;

Für

Für 𝔄 = k . A + l . B + m . C;
— 𝔅 = k . a + l . b + m . c;
— ℭ = k . α + l . β + m . γ;

IV. Weil aber noch der Umstand hinzukömmt, daß alle drey Dörfer die Hute nicht zu einerley Jahreszeit benutzet haben, sondern 𝔄 z. E. in den Sommermonaten, 𝔅 und ℭ wieder zu andern Zeiten gehütet haben, da folglich nicht jede Dorfschaft die Hute gleich brauchbar angetroffen hat, so sey überhaupt zu der Jahrszeit, da 𝔄 hütete, die mittlere Güte der ganzen Hütung = E, und 𝔄 habe solche e Monate hindurch betrieben. — Wenn nun E′, e′ für das Dorf 𝔅, und E″, e″ für ℭ, ähnliche Dinge bedeuten, so ist die Nutzung der Kuppelhute, in Rücksicht der Zeiten, da sie betrieben worden,

für 𝔄 = E e
— 𝔅 = E′ e′
— ℭ = E″ e″.

V. Mithin die Nutzung der Hute in Rücksicht des Viehstammes und der Zeiten, da sie betrieben worden, in zusammengesetzter Verhältniß

für 𝔄 = E e . (k A + l B + m C)
— 𝔅 = E′ e′ . (k a + l b + m c)
— ℭ = E″ e″ (k α + l β + m γ).

Nach

Nach diesen Verhältnissen soll also die ganze Hutung unter die Dorfschaften vertheilt werden.

Daher sind diese Größen das, was wir im vorigen §. unter L, M, N verstanden haben, und die übrige Rechnung kann nun nach der dortigen Anweisung ohne Mühe bewerkstelliget werden.

VI. Exempel. Gesetzt

für A sey $A = 2000$; $B = 400$; $C = 200$
B : : $a = 2500$; $b = 600$; $c = 100$
C : : $\alpha = 3000$; $\beta = 300$; $\gamma = 500$

Nähme man nun $k : l : m = 1 : 2 : 5$, und setzte ferner, A habe die Hutung in den ersten drey Sommermonaten, B in den folgenden drey Monaten, und C während des Vierteljahres nach Michaelis, betrieben, und nähme aus Erfahrungen als bekannt an, die mittlere Güte der ganzen Hutung verhalte sich in diesen verschiedenen Jahreszeiten $= 3 : 2 : 1$; so hätte man ferner $e = e' = e'' = 3$ Monaten; $E = 3$; $E' = 2$; $E'' = 1$, und es würde nach (V.)

$$L = 11400; \; M = 8400; \; N = 6100$$

oder diese Verhältnisse verkürzt;

$$L = 114; \; M = 84; \; N = 61.$$

VII.

VII. Es sey nun das Stück A m n der Hütung = 20 Morgen = F; m n o p = G = 30 Morgen; o p D = H = 10 Morgen, die besondere Güte dieser drey Stücke nach der Ordnung f = 1; g = 3; h = $\frac{1}{2}$, so erhält man W im vorigen §. (I.) = 115 und.

$$x = \frac{114}{259} \cdot 115 = 50, 60.$$

$$y = \frac{84}{259} \cdot 115 = 37, 2..$$

$$z = \frac{61}{259} \cdot 115 = 27, 1..$$

Nun ist der Werth des Stückes A m n = F . f = 20; dieses mit x = 50, 6 verglichen, giebt x größer als F . f; aber kleiner als F . f + G . g = 20 + 90 = 110. Mithin wird die Theilungslinie ρ τ in das Stück m n o p, dessen Güte = g = 3, fallen, und der Inhalt des an m n zu setzenden Stückes wird m ρ n τ = λ = $\frac{x - F \cdot f}{g} = \frac{30, 6}{3}$ = 10, 2 Morgen vorhergeh. §. (IV.); welches man also nach vorigem Kapitel an die gemessene Linie m n setzen kann.

Und so wird A ρ τ = 20 + 10, 2 = 30, 2 Morgen, das Stück der Kuppelhute, welches der Dorfschaft A anzuweisen wäre.

Für das Dorf B wäre die Rechnung folgende.

Das Stück $\rho o \tau p$ beträgt noch am Inhalte = 30 — 10, 2 = 19, 8 Morgen; der Werth davon ist = 19, 8 . g, oder 19, 8 . 3 = 59, 4.

Nun ist y = 37, 2 kleiner, als 59, 4. Man schneide also von $\rho o \tau p$ ein Stück $o \sigma p \psi$ ab, dessen Inhalt $= \frac{59, 4 - 37, 2}{g}$

$= \frac{22, 2}{3} = 7, 4$ Morgen, so ist $\rho \sigma \tau \psi$ der Antheil des zweyten Dorfes B.

C erhielte endlich das übrige $\sigma a r D \psi$ welches 17, 4 Morgen betragen würde.

Zus. Wenn mehr, als drey, Interessenten vorhanden wären, so ist auf dieselbe Art zu verfahren; für weniger, als drey, fallen in der Formel verschiedene Größen weg; z. E. wenn nur A und B vorhanden wären, so fallen die Größen α, β, γ, E'', e'' u. s. w. aus den Formeln weg, oder man betrachtet sie als = 0. Fehlt eine gewisse Gattung Viehes, so wird mit den sich darauf beziehenden Größen eben so verfahren. — Kurz man begreift, daß obige Formeln viel besondere Fälle enthalten,

die

die wir eben nicht nöthig haben, hier herzusetzen.

Vieles über Theilungen der Felder, insbesondere durch Hülfe der Buchstabenrechnung, kann man auch in Franz Carl Schleichers Beyträgen zur practischen Meßkunst (I, Heft, Frankf. a. M. 1793.) ausgeführt finden,

Sehr umständlich und mit Betrachtung einer Menge von einzeln Fällen, welche bey der Theilung der Felder gedacht werden können, hat Hr. Prof. Grüson in Berlin die bisherigen Lehren ausgeführt. M. s. dessen Geodäsie oder vollständige Anleitung zur geometrischen und ökonomischen Feldertheilung. (Halle und Berlin. 640 Seiten in gr. 8. mit 34 Kupfertafeln, worauf 265 Figuren). In dieser Schrift ist alles zu finden, was in andern Schriften über diesen Gegenstand zerstreut ist, mit mehreren eigenen Aufgaben und Bemerkungen.

Bemerkungen über die Zusammenziehung der in einer Feldmark zerstreut liegenden Grundstücke, nebst andern hieher gehörigen Umständen.

§. 335. Bekanntlich liegen in einer Feldmark oft die Grundstücke so zerstreut herum,

und

und haben dabey nicht selten einen so unbequemen Zug, daß von einzelnen Interessenten die Bearbeitung ihrer Felder nicht nur sehr mühsam und mit beträchtlichen Zeitverluste bewerkstelliget wird, sondern auch überhaupt, der Erfahrung gemäß, viele Plätze unbrauchbar in der Feldmark liegen bleiben. Bey einer Landesvermessung kann also das eine der wichtigsten Absichten seyn, die in einer Feldmark herumliegenden Aecker und Felder eines jeden Interessenten zusammen zu ziehen, damit ein jeder das seinige bey einander zu liegen bekomme, und folglich den erwähnten Unbequemlichkeiten, wo nicht ganz, doch zum Theil, abgeholfen werde, wie auch Wegen, Heerstrassen u. dgl. so viel, als möglich einen bessern Zug zu geben, und dadurch manche leer herumliegenden Plätze besser zu benutzen, und die Feldmark in einen brauchbareren Zustand zu versetzen.

Da eine solche in einer Feldmark am schicklichsten vorzunehmende Veränderung mit zu den Geschäften eines Feldmessers gehöret, so werde ich in der Kürze das Wesentliche, worauf man hiebey zu merken hat, auch anführen müssen. — In wie ferne ein in der Landwirthschaft erfahrner Mann dabey zugegen seyn, und dem Feldmesser die nöthigen Data an die Hand geben müsse, wird sich aus folgenden Absätzen von selbst ersehen lassen.

I. Vor allen Dingen muß der Feldmesser aus der Beschaffenheit der Gegend beurtheilen, ob und wie sich die Zusammenziehung der Aecker und Felder am bequemsten und vortheilhaftesten bewerkstelligen läßt.

Ist eine Gegend sehr bergigt, hin und wieder morastig, steinigt u. dgl., und sind einzelne Grundstücke in nahe neben einander liegenden unbeträchtlichen Revieren, von sehr unterschiedener Güte und Fruchtbarkeit, so wird sich selten eine brauchbare Veränderung vornehmen lassen, sondern die Stücke werden so liegen bleiben müssen, wie man sie nach der Beschaffenheit des Terrains wählen mußte.

Hat man aber eine Gegend, wo beträchtliche Reviere, z. E. wenigstens von 20 und mehreren Morgen, einerley Fruchtbarkeit und Güte haben, so kann man mit den in unterschiedenen solchen Revieren herumliegenden Feldern oft eine vortheilhafte Veränderung treffen, so, daß jeder Interessent seine Grundstücke ohne Nachtheil beysammen erhält, wenn sie gleich in eine andere Gegend zu liegen kommen.

II. Ein ganzer Bezirk neben einander liegender Felder von einerley Fruchtbarkeit, oder Güte, wird eine Wanne genannt. Ehe nun eine Verlegung der Grundstücke geometrisch be-

bewerkstelligt werden kann, so muß der Feldmesser die Güte der Wannen wissen, und deren Umrisse auf der Charte der Feldmark angegeben haben.

Die Bonitirung oder Taxation der Wannen, und die Bestimmung ihrer Gränzen, muß unter der Aufsicht eines Kommissairs, von Achtsleuten geschehen, die die Gegend aufs genaueste kennen, unpartheyisch sind, und in einem guten Rufe stehen, dabey wird es denn vortheilhaft seyn, die Wannen so groß, als möglich, zu nehmen, und deren Gränzen, so gut es geschehen kann, dergestalt auszuwählen, daß die in die Wanne hinein zu liegen kommenden Felder eine bequeme Gestalt erhalten, und besonders die Grundstücke, die etwa hernach an den Gränzen der Wanne zu liegen kommen, nicht zu keilförmig und unordentlich ausfallen — wiewohl letzteres doch nicht immer zu vermeiden ist; in welchem Falle die zugehörigen Besitzer auf eine andere Art entschädigt werden können. Vieles wird hiebey auf die Geschicklichkeit des Feldmessers ankommen, in so ferne nemlich die Eintheilung der Wannen durch ihn bewerkstelligt wird.

Unbrauchbare Plätze in einer Wanne, z. E. Hungerquellen, Erdfälle, Gebüsche u. dgl., die ohne große Kosten weggeschafft werden können, muß

muß man, ehe die Anweisung der Grundstücke geschiehet, auszurotten und zu verbessern suchen. Die Kosten können unter die Interessenten, nach Maasgabe ihrer in die Wanne zu liegen kommenden Grundstücke vertheilet werden. Plätze, die keiner vortheilhaften Verbesserung fähig sind, bleiben als leere Stellen liegen, oder man rechnet sie nicht zu dem geometrischen Inhalte der Wanne, so wie auch Gebäude und Gärten, die in einer Wanne vorkommen, nicht mit zur Vertheilung der Wanne gezogen werden können. Da ferner diejenigen Felder, welche in einer Wanne etwa an Heerstrassen, Triften, Holzungen u. dgl. zunächst ihre Lage erhalten, aus verschiedenen Ursachen nicht von gleicher Güte mit den übrigen sind, so muß auch in dieser Rücksicht, den zugehörigen Interessenten eine Vergütung geschehen, und überhaupt müssen alle besondern Umstände einer Wanne vorher genau erwogen werden, ehe man an die Vertheilung derselben schreiten kann.

Anmerk. Bey der Bestimmung des ökonomischen Werthes eines Grundstücks muß sowohl auf die Benutzungsart desselben, d. h. ob es z. E. in einer Wiese, Weide, Ackerland, Wald, Torfmohr u. dgl. bestehe, als auch auf die lokale Güte, d. h. auf den mehr oder mindern Ertrag des Stücks bey gleichem Flächenraume, und einer,

nerley Art der Benützung desselben, gesehen werden. So vergleicht man z. E. die Güte zweyer Wiesen nach der Menge und Güte des Heues, welches auf gleichen Flächenräumen derselben, in einerley Zahl von Jahren geerndtet worden ist. Bey dem Saatlande ist noch auf mehrere Umstände Rücksicht zu nehmen, z. E. auf die Größe des Flächenraumes, der zu einer gleichgroßen Menge von einerley Aussaat erfordert wird, auf die Anzahl Jahre, in welchen das Land nach seiner natürlichen Beschaffenheit hinter einander gebraucht werden kann, oder braach liegen muß, auf den Ertrag der Erndte in den Benutzungsjahren, auf die Abwechselung der unterschiedenen Getraidearten, auf die Unkosten des Feldbaues u. dgl. Dabey muß man denn auch in den verschiedenen Kennzeichen unterrichtet seyn, woraus sich mit ziemlicher Sicherheit die Güte eines Landes, z. E. nach der Beschaffenheit seines Erdreichs, der abwechselnden Lage verschiedener Erdarten über einander, und ihrer größern oder geringern Tiefe u. dgl., beurtheilen läßt, wozu denn mineralogische Kenntnisse erfordert werden. Oft läßt sich auch die Güte des Bodens nach den darauf wild wachsenden Gewächsen, nach dem Geschmacke des darüber weggelaufenen Wassers, und nach anderen Umständen beurtheilen. Erde, die z. E. schwärzlich ist, nicht sehr klebt, sich nach einem Regen in kleine Klümpchen auflößt, durch

die

die Hitze keine Risse bekömmt, eine mäßige Lockerheit hat, Kalkerde zum Grunde hat u. dgl., wird für gut gehalten. Doch muß man auch wieder überlegen, daß für eine Gewächsart ein gewisser Boden gut seyn kann, der für eine andere hingegen nichts taugt, und so müssen denn hier ökonomische und botanische Kenntnisse zu Hülfe kommen, wenn der Werth des zu einer gewissen Benutzungsart tüchtigen Bodens gehörig beurtheilet werden soll. Die hierzu erforderlichen Kenntnisse kann man aus G. Christ. Albrecht Rükerts Feldbau, chemisch untersucht (Erlangen, bey Palm 1789.), aus Niels Morville's geometriske og økonomiske Jorddeelings og Jordskiftnings-Laere (Kiöbenh. 1791), von welcher Hr. Joh. Wilhelm Christiani (Lehre von der geometrischen und ökonomischen Vertheilung der Felder, Götting. 1793.) eine weitere Bearbeitung und Ausführung, zumahl in Absicht auf den mathematischen Theil, geliefert hat, und aus mehreren andern ökonomischen Werken ersehen.

Hr. Christiani hat in der erwähnten Schrift allerley Aufgaben, welche bey Wiesen, Aeckern, Wäldern, Torfmohren u. dgl. die Bestimmung des ökonomischen Werthes zum Ge-

nerley Art der Benutzung desselben, gesehen werden. So vergleicht man z. E. die Güte zweyer Wiesen nach der Menge und Güte des Heues, welches auf gleichen Flächenräumen derselben, in einerley Zahl von Jahren geerndtet worden ist. Bey dem Saatlande ist noch auf mehrere Umstände Rücksicht zu nehmen, z. E. auf die Größe des Flächenraumes, der zu einer gleichgroßen Menge von einerley Aussaat erfordert wird, auf die Anzahl Jahre, in welchen das Land nach seiner natürlichen Beschaffenheit hinter einander gebraucht werden kann, oder braach liegen muß, auf den Ertrag der Erndte in den Benutzungsjahren, auf die Abwechselung der unterschiedenen Getraidearten, auf die Unkosten des Feldbaues u. dgl. Dabey muß man denn auch in den verschiedenen Kennzeichen unterrichtet seyn, woraus sich mit ziemlicher Sicherheit die Güte eines Landes, z. E. nach der Beschaffenheit seines Erdreichs, der abwechselnden Lage verschiedener Erdarten über einander, und ihrer größern oder geringern Tiefe u. dgl., beurtheilen läßt, wozu denn mineralogische Kenntnisse erfordert werden. Oft läßt sich auch die Güte des Bodens nach den darauf wild wachsenden Gewächsen, nach dem Geschmacke des darüber weggelaufenen Wassers, und nach anderen Umständen beurtheilen. Erde, die z. E. schwärzlich ist, nicht sehr klebt, sich nach einem Regen in kleine Klümpchen auflößt, durch

die

die Hitze keine Risse bekömmt, eine mäßige Lockerheit hat, Kalkerde zum Grunde hat u. dgl., wird für gut gehalten. Doch muß man auch wieder überlegen, daß für eine Gewächsart ein gewisser Boden gut seyn kann, der für eine andere hingegen nichts taugt, und so müssen denn hier ökonomische und botanische Kenntnisse zu Hülfe kommen, wenn der Werth des zu einer gewissen Benutzungsart tüchtigen Bodens gehörig beurtheilet werden soll. Die hierzu erforderlichen Kenntnisse kann man aus G. Christ. Albrecht Rükerts Feldbau, chemisch untersucht (Erlangen, bey Palm 1789.), aus Niels Morville's geometriske og ekonomiske Jorddeelings og Jordskiftnings-Laere (Kiöbenh. 1791), von welcher Hr. Joh. Wilhelm Christiani (Lehre von der geometrischen und ökonomischen Vertheilung der Felder. Götting. 1793.) eine weitere Bearbeitung und Ausführung, zumahl in Absicht auf den mathematischen Theil, geliefert hat, und aus mehreren andern ökonomischen Werken ersehen.

Hr. Christiani hat in der erwähnten Schrift allerley Aufgaben, welche bey Wiesen, Aeckern, Wäldern, Torfmohren u. dgl. die Bestimmung des ökonomischen Werthes zum Ge-

Gegenstande haben, untersucht, und hiebey sehr gute mathematische Kenntnisse an den Tag gelegt. Da sich diese Schrift leicht ein jeder, der bey Theilungsgeschäften dergleichen Untersuchungen nöthig hat, anschaffen kann, so überhebt mich dies der Mühe, diesen Gegenstand hier auch zu behandeln. Die Hauptsache kommt darauf an, daß man bey zwey vorgegebenen Aeckern, Wiesen rc. rc. von gleichen Flächenräumen, d. h. gleichen geometrischen Werthen, den Gewinn (nach Abzug der Unkosten des Feldbaues), sowohl in den Nutzungsjahren, als auch zur Zeit der Braache, zu berechnen und zu vergleichen weiß, welches sich denn nach den oben angeführten Umständen sehr leicht bewerkstelligen läßt, wenn die Data zu dieser Berechnung von den Besitzern der Grundstücke richtig angegeben werden, welches freylich wohl nicht immer der Fall seyn mögte. Es geschieht daher in den meisten Fällen die Beurtheilung des ökonomischen Werthes eines Grundstücks nur nach der physischen Beschaffenheit des Erdreichs, und nach der Wahrscheinlichkeit des Ertrags, den das Grundstück bey gehöriger Behandlung abwerfen würde, wo denn, nach Verhältniß des Bodens, die Aecker, Wiesen rc. rc. in gewisse Classen (wie z. E. aus der Königl. Preußl. Instruction für die Bauinspectoren und Conducteure bey Ausmessung der Städte und Aecker in der Churmark,

zu

zu ersehen ist) eingetheilt werden können. Doch ist nicht zu läugnen, daß ausser der Beschaffenheit des Bodens, auch mit auf das Clima und die natürliche Lage des Grundstücks, ob es z. E. nahe bey einer Stadt, oder entfernt davon, an dem Anhange eines Berges *), oder auf

*) In wie ferne auf einem Grundstücke an der Anhöhe eines Berges mehr oder weniger wachsen kann, als auf der Horizontalebene, und in wie ferne Anhöhen Vorzüge vor den Ebenen, und also auf die Bonität der Grundstücke Einfluß haben, darüber kann man, ausser den (§. 9.) angeführten Schriften, auch noch folgende nachlesen:

Physisch-geometrischer Beweiß, daß ein Acker auf einer Anhöhe mehr ertrage &c. &c. von Christ. Albr. Döderlein. Hannövr. Magaz. 1751. 66stes St.

G. F. Unzers Anmerkungen über diesen Beweis. Das. 71tes Stück.

Calvörs geometrischer und der Erfahrung gemäßer Beweis, daß an Bergen mehr Holz, Korn und Gras wachsen könne, als auf ihrer Grundfläche. Ebendas. 1752. 32. 33. u. 34s St.

Frage: Kann an einem Berge mehr Holz, Korn &c. stehen? Allgem. ökonom. Forst-Magazin, XI. Bd. Frcnkf. und Leipzig. 1768. St. 131-187.

auf einer Ebene, an einem Walde, oder an einem Fluße liege, ob es Hungerquellen enthalte, ob das Wild den Feldfrüchten einen beträchtlichen Schaden thun könne u. dgl., gesehen werden muß, wenn der ökonomische Werth desselben mit größerer Genauigkeit sich soll bestimmen lassen.

Nach dem erwähnten Königl. Preußl. Reglement sind die Gärten und Aecker, nach Verhältniß des Bodens, in folgende drey Classen getheilt.

I Classe bestehet 1) aus einer puren fetten leimigten Erde, 2) aus einem leimigten Grund mit schwärzlicher fetter Erde, 3) aus einer ganz schwarzen und fetten klebenden Erde.

II Classe ist 1) ein etwas fetter Acker mit etwas Thon oder Leimen melirt, 2) wo oben Mittelerde und unten Leimen steht, 3) wo oben gute Erde, kurz darunter aber ein todter oder

Mich. Christ. Hanovs kurze Erörterung dieser Frage, in den Danziger Erfahrungen vom Jahre 1747, und in dessen Seltenheiten der Natur und Oekonomie. III Bd. Leipz. 1755. S. 274-291.

Ein hieher gehöriger interessanter Aufsatz in der Berliner Monatschrift. Junius 1793. S. 563.

oder Streusand liegt, 4) ein rothleimigter Acker mit Sand melirt, 5) schwarz, mit Sand melirtes Land, 6) graulichte und steinigte Erde.

III Classe. 1) Ein brauner, weißer und gelber kurzer Sand. 2) Dergleichen mit ein wenig Erde melirt. 3) Alles aschigt, kurzes Erdreich.

Die Wiesen werden eingetheilt 1) in Wiesen, die wilden Klee hervorbringen, und bewässert werden können. Diese setzt man in die erste Classe. 2) In Wiesen, die blos Graß, oder Haargraß tragen, und bewässert werden können. Diese hält man für die Mittelsorte. 3) In Wiesen, die kurzes Schabergraß oder Mooß tragen, und überschwemmt werden können; gehören unter die schlechtesten.

Man kann die Wiesen auch, nach Verhältniß ihres Ertrags, in dreymähigte, zweymähigte und einmähigte eintheilen.

Was nicht bewässert werden kann, hält man für Aenger oder Weiden. Wiesen, die übrigens trocken sind, geben das gesündeste und reinste Graß; feuchte, die einen wässerigten Boden haben, oder mit Hungerquellen versehen sind, geben saures und ungesundes Graß.

Die genaue Bestimmung des ökonomischen Werthes eines Waldes hat noch mehr Schwürigkeiten, als die der Aecker und Wiesen. Man muß ausser der Größe der Fläche, die eigentlich mit Holz bewachsen ist, und der Zahl der Bäume, auch die Art derselben, und ihren kubischen Inhalt wissen, dann ob das Holz blos zum Brennen, oder auch als Bauholz benutzt werden kann, ob der Wald auch zur Hütung des Viehes taugt, ob darinn gegraset werden kann, wie viel jährlich aus einem Walde gehauen werden darf u. dgl. Alles hieher gehörige findet man umständlich in Däzls practischer Anleitung zur Forstwirthschaft (München, 1788.), in Christiani's und Morville's oben angeführten Schriften, und andern, welche von der Taxation der Wälder handeln. Späths Handbuch der Forstwiss. Nürnb. 1801. 3 Theile. u. dgl.

Um bey der Bestimmung des ökonomischen Werthes eines Grundstücks am sichersten zu verfahren, wäre freylich am besten, daß man erst einen gewissen Maasstab festsetzte, und nach diesem mehrere Jahre nach einander den Ertrag eines Grundstückes, welches gehörig bearbeitet und bestellet wird, bemerkte, hierauf aus diesen Beobachtungen ein gewisses Mittel zöge, und die Kennzeichen aus der Beschaffenheit des

Bodens bey Seite setzte. Aber freylich würde dies eine kaum zu übersehende Weitläuftigkeit seyn, und die Bemühung eines ganzen Collegii viele Jahre nach einander erfordern, wenn man so mit einer ganzen Provinz verfahren wollte. Man begnüget sich daher gewöhnlich, die Grundstücke blos durch Achtsleute, oder beeidigte Personen, welche die beste Kenntniß von der Feldmark, den Rechten und der Verfassung eines Ortes haben, nach einem gewissen durchgängigen Fuße, z. E. nach dem Kaufpreise, taxiren zu lassen, wo man denn aus den Taxen, die von verschiedenen Achtsleuten geschehen sind, allenfalls ein arithmetisches Mittel nehmen kann. Die Umstände, worauf solche Achtsleute Rücksicht zu nehmen haben, sind oben erwähnt worden.

III. Sind nun die Wannen in Ansehung ihrer Figur, Güte und Inhalts, genau bestimmt, so wird es gewöhnlich durch eine Verlosung ausgemacht, in welcher Wanne ein jeder Interessent bey der Vertheilung der Feldmark seine Grundstücke beysammen erhält. Hierauf wird alsdann die Eintheilung vorgenommen. Bey der Vertheilung selbst darf man sich aber keinesweges, in Rücksicht des Inhalts der einzelnen Grundstücke, nach den Lagerbüchern richten, die etwa schon vorhanden wären, noch weniger nach den Angaben der Interessenten,

son=

sondern alles muß aufs genaueste nach der speciellen Vermessung der Feldmark bestimmt werden. Denn die vielfachen Abweichungen des Feldmaaßes in alten Lagerbüchern, und die unrichtigen Anzeigen der Interessenten von dem Inhalte ihrer Grundstücke, sind oft so schwankend, daß zu einer richtigen Eintheilung der Feldmark nothwendig eine geometrische Aufnahme vorhergegangen seyn muß. — Diese, nebst der Erwägung der localen Güte eines jeden Grundstücks, giebt alsdann einen sichern Maasstab, nach welchem man einem jeden Interessenten das seinige in einer ihm durch das Looß zugefallenen Wanne zumessen und anweisen kann.

IV. Was die Theilungslinien betrifft, die in eine Wanne zu liegen kommen, so sollen solche, so viel als möglich, gerade, und einen Zug nach dem Dorfe bekommen. — Die Felder selbst sollen eine proportionirliche Breite gegen ihre Länge erhalten; bey sehr schmalen und dabey langen Aeckern, geht nicht allein durch die Gränzfurchen viel Land verlohren, sondern die Aecker werden auch dadurch zur Bearbeitung unbequem. Uebrigens muß man bey der Vertheilung auch einen solchen Zug der Aecker beobachten, bey dem das Wasser in den Furchen einen bequemen Ablauf bekömmt u. dgl.

Man

Man siehet leicht, daß bey dem Vertheilungsgeschäfte die einzelnen Wannen selbst wieder in kleinere Stücke zerfallen müssen, die ohngefähr Parallelogrammen vorstellen, und gleichsam Verainungen von Aeckern in einer solchen Wanne abgeben.

Einzelne Verainungen einer solchen Wanne müssen durch Wege von einander getrennet werden, und damit ein jeder Interessent, ohne Schaden seines Nachbars, auf sein Grundstück fahren könne, so muß ein jeder Acker an einen Wannenweg anstossen.

V. Bey Vertheilung der Wiesen, wird wie bey der Vertheilung der Aecker verfahren. — Aenger und Kuppelhuten kann man nach der bisherigen Benutzung eines jeden Interessenten abtheilen, wie im vorigen §. gewiesen worden, wobey jedoch, wie überhaupt bey Gemeinheitstheilungen vielerley andere Dinge zu berücksichtigen sind, die man vielleicht nirgends besser als in der musterhaften Lüneburgischen Gemeinheitstheilungs-Ordnung (vom 25. Jun. 1802) antrifft, womit man noch die Instruction des Landes-Oekonomie-Collegii zu Celle (vom 12. Nov. 1802) und die Instruction vom 30. Oct. 1806 verbinden kann. M. s. auch Anleitung

zur

zum Verfahren in Gemeinheits-theilungssachen von O. C. Niemeyer, Churhann. Amtschr. zu Ilten. 1808, in welcher Schrift die in obiger Gemeinheitstheilungs-Ordnung vorkommenden Principien, weiter ausgeführt sind. M. s. auch J. F. Meyer von der Gemeinheitstheilung, und zwar von den Grundsätzen, wornach zu theilen rc. (2 Theile. Celle bey Schulze.) Ferner C. Sewelöh über Gemeinheitstheilungen in allgemeiner und besonderer Rücksicht für Feldmesser. (Hildesheim 1805.)

VI. Andere Umstände, auf die man vor der Vertheilung noch Rücksicht nehmen könnte, z. E. daß gewisse Interessenten einen vortheilhaften Tausch in Ansehung der Wannen, in die sie nach der Verloosung zu liegen kämen, treffen könnten, daß ferner etwa zehentpflichtige Ländereyen in eine Wanne zusammengezogen würden u. dgl., brauche ich hier nicht weiter auseinander zu setzen. Mehreres davon findet man in hieher gehörigen kameralistischen Schriften. — Z. E. in Bergius oberwähnten Buche (§. 263. I.), in Wilkens Landesvermessungen, II. Theil u. s. w.

VII. Ist nun endlich allen Bedingungen gemäß, auf dem Papiere die Vertheilung der

Wan-

Wannen geschehen, so müssen die gefundenen Theilungslinien auf das Feld abgetragen werden. Da gleich anfänglich bey der Taxation der Wannen, ihre gehörige Gränzen mit Marksteinen oder Pfählen versehen, und diese auch auf dem Risse der Feldmark angegeben worden sind, so hat man sichere Punkte auf dem Felde und dem Papiere, durch Hülfe deren man die in jeder Wanne bestimmten Wege und Theilungslinien abtragen kann. Erst stecke man die durch die Wannen laufenden Wege ab, und dann die an diese Wege stossenden Acker-Gränzen. Nachdem solches geschehen ist, so werden leztere in Gegenwart der Interessenten mit Gränzmarken versehen, und damit der Verrückung derselben auf die Folge vorgebeugt werde, so kann man die Breite eines jeden Ackers, und andere Umstände darauf anmerken. Man sehe umständlicher hievon Io. Oettingeri Tract. de iure et controversiis limitum etc. (Hannover, 1711.) Cap. XVII.

§. 336. Aufgabe. Zwey Felder (Fig. LIX.) haben eine gemeinschaftliche unordentliche Gränze abcde; die Interessenten wünschen statt ihrer eine geradlinigte Gränze am, doch so, daß der Gränzpfahl e beybehalten werde.

Aufl. Man hat hiebey weiter nichts zu beobachten, als daß man nach geschehener Aufnahme der gebrochenen Gränze edcba, und der daran hängenden Seite vw, nach (§. 296.) verfährt, und den Umfang edcba in den geradlinigten em verwandelt, so wird die Figur edcbawk = mwek, folglich auch vabcdeiv = vmie.

Von dem Risse kann man alsdann die Weite vm aufs Feld abtragen, und die neue Gränze em verpfählen.

Zus. Begreiflich ist es bey gegenwärtiger Aufgabe nicht erforderlich, beyde Felder ganz zu vermessen. Auch braucht man nicht zu wissen, wie viel jedes Feld besonders an Inhalt betrage, wenn man sich dazu der Konstruction nach (§. 296.) bedienet. Mehr würde man aber vermessen, und von dem Inhalte beyder an einander gränzenden Grundstücke wissen müssen, wenn man die neue Gränze em durch Rechnung bestimmen wollte.

Diese Aufgabe kann übrigens in allen Fällen mit Vortheil angewandt werden, wo man Feldern eine bequemere und schicklichere Gestalt verschaffen will.

§. 337.

§. 337. Aufgabe. $\alpha mrsyw\alpha$ (Fig. LX.) ist eine in einem Fluße entstandene Insel; acei, bdfk sind die Ufer des Flußes — AB, CD, LM, NP Gränzen von daran stossenden Grundstücken D, E, A, B u. s. w. Unter die Besitzer dieser Grundstücke soll man die Insel dergestalt vertheilen, wie es den hieher gehörigen Vorschriften der Rechtslehrer gemäß ist.

Aufl. I. Die Gesetze, nach denen solche Inseln zu vertheilen sind, entscheiden vorzüglich *Pomponius* in l. 30. princ. D. (XLI. t. I.) de aquir. rer. dom. *Proculus* in l. 56. princ. D. eodem, und *Cajus* in l. 7. §. 3. D. eod.

II. Ihnen gemäß soll man sich durch die Mitte des Flußes eine Linie $\alpha\beta\gamma\delta\mu$ bis an die äussersten Gränzen α, μ der Insel gedenken, und nun die Theile der Insel, die auf beyden Seiten dieser Mittel-linie zu liegen kommen, den gegenüber liegenden Grundstücken A, B, C, D u. s. w. dergestalt zumessen, daß jedes Grundstück, z. E. B, längst der Mittel-linie $\alpha\beta\gamma$, den Theil mnrv der Insel bekomme, welcher der Ufergränze dieses Grundstücks, hier der Linie MeP, gerade gegenüber liegt. Diese Ufergränze MeP, mit der das Grund-

stück B an das Ufer stößt, heißt in den Gesetzen frons agri. So wäre ferner für A die Ufergränze a c M u. s. w.

III. Dieser Vorstellung gemäß, die leicht aus den (I.) angeführten Gesetzen folgt, würde man also die Sache auf folgende Art bewerkstelligen. Nachdem man den Fluß sammt der Insel zu Papiere gebracht hat, so wähle man an beyden Ufern des Flußes, nicht gar zu weit von einander, Punkte, wie a, c, e, b, d, f u. s. w., dergestalt, daß die Linien a b, c d, e f u. s. w., so viel als möglich, auf beyden Ufern senkrecht stehen (da die Ufer in den meisten Fällen, so weit sich die Insel erstreckt, ohngefähr mit einander parallel laufen, so wird sich dieses immer bewerkstelligen lassen); halbire hierauf diese Linien bey α, β, γ u. s. w., und ziehe durch die Punkte α, β, γ .. μ eine zusammenhängende krumme Linie, so hat man die Mittel-linie des Flußes. Von den Punkten a, M, P u. s. w. fälle man auf diese Mittel-linie die senkrechten Linien α a, M n, P v u. s. w., so wird das Grundstück A von der Insel den Theil α m n, B den Theil m n r v, C den Theil r v δ bekommen. Auf gleiche Weise D das Stück α q w; E das Stück w q v δ s y w u. s. w. Nachdem diese Zutheilung auf dem Risse bewerkstelligt worden, so kömmt es nun darauf an, die Theile auf der

Insel wirklich abzustecken. Dies könnte man hier etwa so bewerkstelligen.

IV. Man bringe den Meßtisch, nebst dem darauf befindlichen Risse (III.), z. E. über den Punkt A auf dem Felde, richte AC auf dem Meßtische längst AC auf dem Felde, und lasse längst der Richtung Aq, die man auf dem Meßtische hat, bey w einen Stab abstecken. Man begebe sich hierauf mit dem Meßtische über C, richte ihn längst CA zurück, und lasse nun bey q einen Stab in die verlängerte gerade Richtung Aw dergestalt einsetzen, daß er auch mit Cq auf dem Meßtische in gerader Linie liege, so ist der Punkt q gehörigermaaßen von dem Meßtische auf die Insel festgelegt. Von diesem Punkte q kann man nun die auf dem Meßtische befindliche krumme Linie $\alpha\beta q\gamma\delta$ auf der Insel anfangen abzustecken, wo man denn, der Bequemlichkeit halber, die krumme Linie als aus lauter geraden Stücken, wie $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ u. s. w., zusammengesetzt ansiehet, und hiebey so verfährt, als wenn man eine Figur aus ihrem Umfange abstecken wollte. Die Theilungslinien mn, qw u. s. w. werden sich alsdann auch leicht ergeben.

§. 338. Anmerkung. Obgleich die bisherige Aufgabe eigentlich nicht mit Theilungen, wie im vorhergehenden Kapitel, zusammenhängt,

so habe ich sie doch, ihrer Anwendung wegen, hier mit beyzubringen für nöthig erachtet. Was übrigens die in (I.) angeführten Gesetze physisch berechtiget, die Theilungen der Inseln beschriebenermaaßen vorzunehmen, mag ich hier weiter nicht untersuchen. Indessen haben sie immer viele Gründe für sich, wenn die Insel nach und nach durch heran geschwemmtes Erdreich entstanden ist. In Fällen aber, wo eine Insel dadurch gebildet worden wäre, daß nach vorhergegangener Ueberschwemmung sich der Strom über das feste Land einen neuen Weg gebahnt hätte, ist es billig, daß einem jeden nach Verhältniß so viel von der Insel zugemessen werde, als ihm der Strom von seinen Ländereyen weggerissen hat, und da würde man eine Theilungsart, wie die im vorhergehenden §., auf keine Weise rechtfertigen können.

In diesem Falle müßte also die Insel blos demjenigen Ufer zugemessen werden, von dem sie entstanden ist, und eine Mittel-linie des Stromes wäre dabey überflüssig.

Wenn beyde Ufer durch die Ueberschwemmung verlohren haben, so wird man eine Linie $\alpha\beta\delta\gamma$ dergestalt ziehen müssen, daß sie die ganze Insel erstlich in ein paar Theile zerlegt, von denen jeder sich verhält, wie das sämmtliche weggerissene Land von dem gegenüber liegenden Ufer.

Ufer. Alsdann kann man erst jeden solchen Theil, wie $\alpha\beta\gamma\delta w \rho q$, ferner unter die Interessenten des gegenüberliegenden Ufers vertheilen, so daß die Stücke, wie $\alpha q w$, $q w \rho y$ u. s. w., sich wie die von den Grundstücken D, E. u. s. w. abgerissenen einzelnen Theile verhalten, wo man also die Theilungslinien $q w$, ρy nach den Vorschriften der vorhergehenden Kapitel zu suchen sind.

XXXI. Kapitel.

Von Anlegung und Leitung der Strassen.

§. 339. Die Verbesserung der Wege gehört mit zu den beträchtlichen Vortheilen, die man durch eine Landesvermessung erhalten kann. Ich werde also das Wesentliche, was ein Feldmesser bey Leitung und Anlegung einer neuen Strasse zu beobachten hat, hier in die Kürze zusammenfassen.

I. Ich setze zum voraus, daß man die Gegend, durch welche man eine oder mehrere Strassen ziehen will, vorher in Grund gelegt, und in dem Tagebuche alles angemerkt habe, was der Anlegung einer Strasse hinderlich oder beförderlich seyn kann. Z. E. Moräste, Hügel, Erdfälle, Gebüsche, Quellen, Sand- und Steingruben, überhaupt die Beschaffenheit des Bodens, wo solcher sandigt, lettigt u. s. w. ist.

II. Ist nun von einem Orte, z. E. D (Fig. LXI.), zu einem andern C eine Strasse zu führen, so ziehe man auf der Charte eine gerade Linie durch beyde Oerter, messe auf der Charte den Winkel C D γ, den diese Linie mit einer andern Linie D γ, die man auf dem Felde bey D

ganz würde übersehen können, macht, und trage ihn auf dem Felde an den Punkt D der Linie Dy, der Lage und Größe gemäß, die er auf der Charte hat, so bekommt man die Linie, DC, längst der man den Weg führen muß, um in gerader Richtung nach C. zu gelangen.

III. Diese gerade Richtung von einem Orte zu einem andern, wäre sowohl in Ansehung der Kürze, als auch der Ersparung der Kosten des Wegbaues die vortheilhafteste. Allein sie setzt ein offenes Land, und einen festen Boden zum voraus, worauf wenigstens keine beträchtliche Anhöhen, Moräste, Erdfälle u. dgl. vorkommen, welche die gerade Richtung unterbrechen, den Bau des Weges sehr erschweren und kostbar machen. Eben so könnte diese Richtung der neuen Strasse an gewissen Oertern vorbeygehen, durch welche die alte Strasse gieng, welches denn oft solchen Oertern nachtheilig, auch wohl Reisenden sehr unbequem seyn könnte.

IV. Diese und mehrere Umstände nöthigen in den meisten Fällen, von dem geraden Wege abzuweichen. — Dies hindert aber doch nicht, einzelne Theile der Strasse so zu leiten, daß 1) der Umweg so unbeträchtlich, als möglich sey, und folglich die Kosten des Wegbaues nicht zu hoch steigen; 2) einzelne Glieder des Staa-

tes nicht zu sehr dadurch leiden, und 3) die Strasse durch gewisse Oerter gehe, oder andere vortheilhafte Absichten erfülle.

V. Wenn man den Riß von der Gegend, durch welche man die Strasse ziehen will, vor sich hat, und die übrigen Kenntnisse aus dem Manuale (I.) zu Hülfe nimmt, so wird es unterweilen nicht schwer seyn, die bequemste und wohlfeilste Leitung der Strasse zu treffen.

Einige dahin gehörige Umstände werde ich in folgenden Absätzen erläutern.

VI. Wenn man von einem Orte A (Fig. LXII.) zu einem andern F eine Strasse führen sollte, mit der Bedingung, daß sie nothwendig durch die dazwischen liegenden Oerter B, C gienge, so wäre der kürzeste Weg der, welchen man nach den geraden Richtungen A B, B C, C F führete.

VII. Diese geraden Linien können aber, nach Anleitung des Grundrisses der Gegend, auf Hindernisse treffen, die abermals nöthigen, die geraden Wege A B, B C, C F zu verlassen.

VIII. Fände sich zwischen B und C eine nicht sehr beträchtliche Anhöhe Q, so lohnt es sich kaum der Mühe, sie durch Umwege zu vermeiden, oder gar wegzuschaffen.

Oft kann man auch durch gehöriges Abtragen der Erde nur so weit, als es die Richtung des Weges mit sich bringt, die Anhöhe bequemer zur Ueberfahrt machen, in welchem Falle man denn einen Hohlweg erhielte.

Wäre aber die Anhöhe ziemlich steil, oder führte die gerade Richtung über ein sehr beschwerliches Gebirge, so ist ein Umweg sowohl für Reisende, als auch zur Ersparung der Kosten des Wegbaues meistens rathsam.

Dabey ist nun ein für allemal zu bemerken, daß man die Ausbeugung so weit von dem Hindernisse Q, als möglich ist, anfangen muß, wenn man dem Gesetze des kürzesten Weges ein Genüge leisten will.

Gesetzt, um Q auszuweichen, wolle man die Strasse erst von B bis α, und hierauf nahe um Q herum, den gebrochenen Weg $\alpha\beta\gamma\delta$ führen, so würde man offenbar einen längern Weg beschreiben, als wenn man schon in beträchtlicher Weite von Q, z. E. bey D, anfienge, dem Gegenstande Q auszubeugen, und die Strasse z. E. längst $D\gamma C$ leitete. Es ist nemlich der Umfang

$D\alpha + \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\delta + \delta C$ größer, als $D\gamma + \gamma C$.

Es kann übrigens, wenn D γ, γ C eine beträchtliche Länge haben, die Abweichung vom geraden Wege D C, oder das Perpendikel von γ auf D C schon ziemlich groß seyn, ohne daß darum der Umweg D γ C sehr viel länger, als die gerade Richtung D C wäre.

Es sey z. E. D γ = 400 Ruth.; C γ = 200 R.; das Perpendikel von γ auf D C = 30 R.; so wird D C = $\sqrt{(400^2 - 30^2)} + \sqrt{(200^2 - 30^2)}$ = 596,5 Ruth., welches von D γ + C γ = 600 R. nur um $3\frac{1}{2}$ Ruth. unterschieden ist, obgleich die Abweichung von D C von einer beträchtlichen Größe ist.

IX. Wäre bey Q ein Sumpf, oder ein morastiger Boden, der der geraden Richtung B C begegnete, so muß man die Ursachen desselben aufsuchen, und erwägen, ob er sich ohne große Kosten austrocknen läßt. Dabey wird nun eine physikalische Kenntniß der umliegenden Gegend nützlich seyn. Entstehet der Sumpf dadurch, daß das von benachbarten Anhöhen herabfliessende Regen- und Schneewasser nicht zureichenden Abzug hat, oder auch, daß ein benachbarter Fluß aus den Ufern tritt, so ist dem durch geschickt angebrachte Abzugsgraben, Uferbefestigungen u. dgl., nach vorhergegangenem Nivelliren, leicht abzuhelfen. Rühret aber die Nässe von Quellen her, so ist die Austrocknung

nung des Sumpfes schwieriger. Man kann hie- bey Silberschlags Hydrotechnik, II Th. VII Kap. nachlesen.

Kann man indessen dem Moraste vortheil- hafter durch einen Umweg ausbeugen, so wird man dabey die Vorschriften (VIII.) zu beobach- ten haben.

Zu Fällen aber, wo auch dieses die Um- stände nicht verstatten, wird man den Weg über einen durch den Morast angelegten Pfahlgrund, Faschinenbau u. dgl. führen müssen. Daß die Kosten eines solchen beschwerlichen Wegbaues ansehnlich werden, ist leicht zu begreifen. Gauthier hat in einem besondern Werke über den Wegbau alles dahin gehörige umständ- lich erläutert.

X. Träfe man zwischen C und F einen Wald an, der auf einem trocknen und nicht sehr unebnen Boden stände, so lohnte es sich kaum der Mühe und Kosten, ihn durch einen Umweg zu vermeiden, sondern es ist meistens vortheilhafter, ihn längst der geraden Richtung durchzuhauen.

Da man bey diesem Geschäfte von C nach F keine freye Aussicht hat, um beym Durch- hauen die wahre Richtung CF zu treffen, so muß man die Aufgabe des 241sten §. zu Hülfe nehmen.

Was ich aber dort mit dem Meßtische zu bewerkstelligen angewiesen, könnte noch genauer durch Hülfe eines Astrolabii geschehen.

Wenn nemlich C p q F sonst einen Weg durch den Wald vorstellte, so könnte man bey p und q die Winkel mit dem Astrolabio messen, aus diesen Winkeln und den Seiten C p, p q, q F, den Winkel F C p durch trigonometrische Rechnung suchen, und ihn auf das Feld abtragen, mithin C F genauer abstecken, als es vermittelst des Meßtisches nach dem Verfahren des 241sten §es angienge.

Hat indessen der Weg C p q F viele Winkel, so könnten die unvermeidlichen Fehler in Messung derselben, dem Winkel p C F doch wie einer Unrichtigkeit geben, die nachher noch eine Verbesserung der abgesteckten Richtung C F erforderte.

Weit genauer verführe man, wiewohl wegen vorzunehmender Wegräumung der Gebüsche zu einigem Nachtheile des Waldes, auf folgende Art.

Man stecke von C aus, durch den Wald eine gerade Richtung C E ab, längst der man ohngefähr glaube auf F zu treffen; Es wird sich dieses schon ziemlich genau bewerkstelligen lassen, wenn man die Charte zu Hülfe nimmt, worauf sich die Oerter C und F befinden.

Wenn man bey E aus dem Walde hinaus kömmt, so wird es ein Zufall seyn, wenn CE würklich ganz genau auf F zugienge, wenn man auch gleich auf der Charte den Winkel ECp, den CE mit einer bekannten Richtung Cp macht, gemessen, und ihn an C auf das Feld getragen hätte — denn auf der Charte kann dieser Winkel doch nicht so genau gemessen werden, daß man nicht statt CF, eine etwas davon unterschiedene Richtung CE erhielte.

Fände man also CE nicht genau auf F zugehend, so messe man bey E den Winkel CEF, so kann man daraus, und aus den gemessenen CE, EF, den Abweichungswinkel ECF berechnen, welcher bey C an CE vermittelst des Astrolabii abgetragen, die verbesserte Richtung CF giebt, längst der man den Weg abstecken und aushauen muß.

Man könnte auch aus dem gemessenen Winkel CEF, und der Weite EF, das von F auf CE fallende Perpendikel Ff, so wie auch Ef berechnen, und hierauf an die Punkte i, k ꝛc. ꝛc. der abgesteckten Richtung CE, etwa von 5 zu 5 Ruthen, Perpendikulärlinien in, km u. s. w. setzen, deren Längen sich wie ihr Abstand von C verhielten. Man schließe in dieser Absicht.

CE + Ef oder Cf : fF = Ci (= 5 Ruth.) : in
Cf : fF = Ck (= 10 R.) : km
u. s. w.

so kann man alsdann längst denen bey m, n u. s. w. abgesteckten Stäben, die wahre Richtung CF durch den Wald führen; wobey denn zu bemerken ist, daß man anfänglich den Weg nicht zu weit aushaue, sondern nur so viel, daß man durchsehen, und wenn eine Verbesserung nöthig wäre, hernach durch ferneres Aushauen nachhelfen kann.

Wenn F selbst im Walde läge, daß man nicht, wie vorhin, von E nach F frey visiren und messen könnte, so wird sich doch, nachdem man CE ziemlich weit in den Wald hinein geführet hat, leicht beurtheilen lassen, ob man sich bey E linker oder rechter Hand CF befindet. Dieser Betrachtung gemäß, führe man nun von F aus eine Linie FV bis an CE, messe CV, VF, und den Winkel CVF, und berechne daraus den Abweichungswinkel VCF.

Das bisherige wird indessen immer etwas beschwerlich seyn, wenn der Wald sehr buschicht ist, weil man sowohl längst CE, als auch FV die Gebüsche wegräumen muß. Das Verfahren wird also in einem hochstämmigen und lichten Gehölze ungleich bequemer seyn; wenn auch gleich längst CE und FV Stämme von

von Bäumen vorkommen. — Denn diese verhindern das Abstecken der Stäbe längst C E und V F nicht so sehr, daß man genöthiget wäre, die Stämme umzuhauen (§. 61).

Käme es nicht darauf an, daß der Weg ganz genau in gerader Linie durch den Wald gienge, so könnte man immer C E beybehalten, und der Strasse bey E einen Winkel C E F geben, wobey es vortheilhaft ist, E nicht zu nahe bey F anzunehmen. Wenn solchergestalt der Abweichungswinkel E C F nicht zu groß ist, so ist der gebrochene Weg C E F nicht viel länger, als C F.

XI. Es eräugnet sich oft, daß man von einem gewissen Orte, z. E. A (Fig. LXIII.), nach zwey andern B und C Strassen führen will. — Nun ist wohl klar, daß, in Rücksicht der Reisenden, die geraden Richtungen A B, A C die vortheilhaftesten wären, allein in Rücksicht der Kosten des Wegbaues werden sie es nicht immer seyn. Ich behaupte, in Ansehung der Kosten werde es oft vortheilhafter seyn, die Strasse erst nach einer andern Richtung, z. E. längst A D, eine gewisse Strecke fortzuführen, und sie hierauf bey D nach den Richtungen D B, D C zu theilen, als geradehin von A aus die Strassen anzulegen. Denn wenn man voraussetzt, daß innerhalb des ganzen Raumes

A F

ABC sich die Kosten des Wegbaues überall gleich hoch belaufen, d. h., daß z. E. eine gewisse Anzahl von Ruthen auf AC, oder AB, AD, BD u. s. w. überall gleich viel zu bearbeiten kostet, so verhalten sich die Kosten beyder Strassen AB und AC, wie AB + AC, die Kosten aber, wenn man die Strasse AD bey D theilte, wie AD + DB + DC. Kann man also D innerhalb des Dreyecks ABC so wählen, daß AD + DB + DC kleiner ist, als AB + AC, so wird es in Rücksicht des Wegbaues vortheilhafter seyn, zwischen den drey Punkten A, B, C, die Strassen ADB, ADC, als unmittelbar die AB und AC anzulegen.

Daß sich ein solcher Punkt D der erwähnten Bedingung gemäß, finden läßt, davon kann man sich vielfältig durch Versuche überzeugen. — Ein geometrischer Beweis ist auch nicht schwer zu finden.

Ja es läßt sich zeigen, daß man den Punkt D so wählen kann, daß nicht allein AD + DB + DC kleiner ist, als AB + AC, sondern kleiner, als eine jede andere Summe dreyer von A, B, C nach einem beliebigen Punkte d hingezogener Linien, daß also, wie man sich in der höheren Geometrie ausdrückt, AD + DB + DC ein minimum ist.

Nach

Nach Gründen, die ich bey vielen meiner Leser nicht voraussetzen kann, findet sich, daß, wenn man den Punkt D so annimmt, daß die drey Winkel BDA, BDC, ADC einander gleich sind, also jeder 120° hält, die Summe AD + DB + DC der kürzeste Weg sey, der sich zwischen den drey Oertern A, B, C gedenken läßt, daß also dies, in Rücksicht der Kosten, die vortheilhaftesten Strassen wären.

Reisende würden alsdenn freylich einen Umweg machen, um von einem Orte zu einem andern zu gelangen, z. E. von A nach B bekäme man die Strasse ADB u. s. w. Allein wenn dadurch an den Kosten des Wegbaues viel erspart werden kann, so ist auf diese Unbequemlichkeit nicht Rücksicht zu nehmen.

Um den Punkt D durch Zeichnung zu finden, so beschreibe man über AB und AC gleichseitige Dreyecke AGB, ACH, halbire AB, GB bey a und b; und ziehe Ab, Ga, die sich in p durchschneiden, so ist p der Mittelpunkt des Dreyecks AGB. Aus diesem beschreibe man mit dem Halbmesser pB den Kreisbogen BDA; Eben so aus dem Mittelpunkte q des Dreyecks ACH den Kreisbogen CDA, so ist beyder Durchschnitt der gesuchte Ort D.

Anm. Der Kreisbogen BDA ganz ausgezogen, würde auch durch G gehen, und so

Winkel am Umkreise B D A + A G B betrügen 180°. Nun ist aber A G B = 60°. Also A D B = 120°. Eben so auch A D C = 120°; Mithin auch B D C = 120° und D der gesuchte Punkt.

Man könnte das Centrum p auch auf folgende Art finden. Weil p B A = $\frac{1}{2}$ G B A = 30°, so ist a p = a B. tang 30° = $\frac{1}{2}$ A B tang 30° = A B . 0,2886. Eben so auch c q = A C . 0,2886. Wenn man also A B, A C halbiret, und durch a und c Perpendikel a p, c q von erwähnter Größe setzet, so hat man die Mittelpunkte der zu ziehenden Kreisbogen B D A, C D A.

Der Halbmesser p B wäre $\frac{1}{2}$ A B sec. 30° = A B . 0,5773. Eben so q C = A C . 0,5773; woraus man auch die Mittelpunkte p, q finden könnte.

XII. Wenn (Fig. LXIV.) zwischen vier Oertern A, B, C, D ein Punkt G gesucht würde, für welchen die Summe der 4 Linien G A + G B + G C + G D ein Minimum seyn sollte, so ziehe man nur geradehin die beyden Diagonalen A C, B D, so ist deren Durchschnitt G die gesuchte Stelle. Für jeden andern Punkt, z. E. g, läßt sich zeigen, daß g A + g B + g C + g D größer, als G A + G B + G C + G D, oder als A C + B D ist. Will

man

man also zwischen den 4 Oertern die wohlfeileste Communication anlegen, und sollen alle Strassen durch einen und denselben Punkt G gehen; so muss man solche nach den Diagonalen AC, BD führen.

XIII. Wären aber überhaupt so viel Oerter A, B, C, D, E (Fig. LXV.), als man will, vorgegeben, und man sollte einen Punkt G so wählen, daß die Summe der Linien GA + GB + GC u. s. w. am kleinsten wäre, und folglich die nach diesen Richtungen zu führenden Strassen am wenigsten kosteten, so führt diese Untersuchung meistens auf sehr beschwerliche Rechnungen und Konstructionen. Ich rathe also in einem solchen Falle, den Punkt G lieber durch Versuche herauszubringen.

XIV. Den Satz für drey Oerter (XI.) lehrt Palmquist (Abhandlungen der schwedischen Akademie d. Wiss. des Jahrs 1745. S. 150. der Kästnerischen Uebersetzung). Es kann der Satz noch zu mehreren Absichten dienen, z. E. in der Artillerie, wenn ein Minirer an gegebenen Stellen Minenkammern machen, und die Minengänge so anlegen soll, daß der Weg von einem gewissen Orte zu dreyen, oder auch mehreren, so kurz, als möglich sey; in der Markscheidekunst, wenn ein Bergmann einen Schacht

von

von einem Orte absenken will, und die rechte Stelle sucht, wo er absenken muß, damit man zu dreyen oder mehreren Oertern unten im Berge den kürzesten Weg habe u. s. w. Auf solche Art werden offenbar Kosten und Zeit erspart.

Palmquist fügt seinem geometrischen Beweise des erwähnten Satzes einen mechanischen bey, den solche, die eben nicht in der Analysis geübt wären, verstehen können.

Man stelle sich vor, über den Punkten A, B, C (Fig. LXVI.), die man sich in einer Horizontalebene gedenken muß, seyen Rollen angebracht, über welche man drey in einen Punkt D zusammengeknüpfte Schnüre gezogen hätte, an deren Enden gleichgroße Gewichte vertical herabhiengen. Wenn sich diese Gewichte für sich ins Gleichgewicht setzen, so muß der Knoten D an dem Orte stehen bleiben, wo alle drey Winkel um ihn herum gleich groß sind, weil die Mechanik lehret, daß beym Gleichgewichte der Kräfte die Sinusse der Winkel BDC, BDA, ADC sich wie die nach den Richtungen DA, DB, DC ziehenden Kräfte verhalten, und folglich, weil die Kräfte gleich sind, es auch die Winkel seyn müssen. Nun ist es aber eine bekannte Eigenschaft der Gewichte, daß sie der Erde so nahe zu kommen streben, als möglich ist, und sie folglich die Schnüre

so

so weit niederziehen werden, als sie können; d. h. daß die Summe der Stücken Schnüre, die unter die Rollen kommen, im Falle des Gleichgewichtes, so groß, als möglich, und folglich die Summe der über den Rollen bleibenden Stücke DA + DB + DC so klein, als möglich, seyn müsse, daß also der Knoten D an der Stelle stehen bleiben werde, wo man den kürzesten Weg zwischen den 3 Oertern A, B, C hat.

XV. Diese Eigenschaft der Gewichte könnte auf mehrere Punkte A, B, C, D u. s. w. (Fig. LXV.), zwischen denen man G so annehmen soll, daß die Summe GA + GB + GC u. s. w. ein Kleinstes wird, angewandt werden. Es ließe sich leicht eine Vorrichtung erdenken, daß man kleine Rollen in eine solche Lage gegen einander stellen könnte, welche die Punkte A, B, C, D u. s. w. gegen einander haben, und nun über diese Rollen zarte, in einen Punkt G zusammengeknüpfte Fäden, mit daran hängenden gleich großen Gewichten anbrächte, wo denn diese Gewichte den Punkt oder Knoten G dahin ziehen werden, wo die Summe GA + GB + GC u. s. w. am kleinsten ist. So ließe sich etwa durch Versuche die Aufgabe auflösen, wo man denn freylich wegen der Reibung mit einem Beynahe zufrieden seyn muß.

XVI. Wenn man von einer Strasse aus, z. E. BD (Fig. LXIV.), nach mehreren Oertern A und C, Strassen seitwärts führen will, so läßt sich, im Falle diese Wege nach A und C nicht aus einem und demselben Punkte G, wie in (XII.), ausgehen sollen, oft noch ein kürzerer Weg zwischen den Oertern A, B, C, D gedenken, als der (XII.). Man fälle z. E. von A und C Perpendikulärlinien Aa, Cc auf BD herab, so ist offenbar sogleich Aa + Cc kleiner, als AC, und folglich wäre es noch vortheilhafter, zwischen den vier Oertern A, B, C, D die Strassen BD, Cc, Aa anzulegen, als sie, wie in (XII.), längst den Diagonalen AC, BD zu führen. Jetzt würden aber aus zweyen Punkten a und c der Richtung BD, Strassen seitwärts geführt, da hingegen GA, GC aus einerley Punkte ausgiengen. Ja es ließe sich vielleicht, wenn man nicht einmal BD beybehalten wollte, zwischen den vier Oertern A, B, C, D noch ein kürzerer Weg gedenken, wenn man aus drey Punkten einer z. E. durch B gezogenen Richtung seitwärts, Strassen nach A, B, C führen wollte.

XVII. Es sey (Fig. LXVII.) AH ein Stück einer durch einen vorgegebenen Distrikt zu führenden Landstrasse, und B, C, D, E nach Gefallen Oerter, deren Lage man weiß, und nach denen von AH aus, Seitenwege geführt

führt werden sollen, so ist klar, daß zur Ersparung der Kosten, es vortheilhaft seyn wird, 1) diese Seitenstrassen bB, cC u. s. w. senkrecht auf AH zu setzen, und dann 2) AH so zu ziehen, daß die Summe aller Perpendikularlinien bB + cC + dD + eE so klein, als möglich, werde. Letztere Bedingung aber zu erfüllen, müßte ich hier wieder Kenntnisse zum voraus setzen, die die Gränzen der gemeinen Geometrie überschreiten. Ich würde also hier blos zu Versuchen rathen, da ohnedem selbst die Rechnung sehr weitläuftig wird, und es auch in der Ausübung auf die vollkommen genaue Bestimmung der Richtung AH so sehr nicht ankömmt.

Anmerk. Diejenigen, welche glauben, die Lage von AH, bey der Bb + Cc u. s. w. ein minimum wird, nach den gewöhnlichen Vorschriften der Analysis finden zu können, würden sich sehr irren — denn gesetzt, man wollte z. E. den Winkel, den AH mit einer der gegebenen Seiten AB machte, $= \varphi$, und die aus der gegebenen Lage der Oerter A, B, C u. s. w. bekannten Winkel BAC $= \alpha$, BAE $= \beta$, BAD $= \gamma$ u. u. nennen, hierauf den Winkel φ dadurch bestimmen, daß man das Differenzial von Bb + Cc + Ee u. s. w., oder von AB sin φ + AC sin$(\varphi - \alpha)$ + AE sin$(\varphi - \beta)$ u. s. w. $= 0$ setzte, und aus der heraus komm-

 men-

menden Gleichung $AB \cos \varphi + AC \cos (\varphi - \alpha)$ u. s. w. den Werth von φ suchte, so würde dies die Lage von AH in einer ganz andern Bedeutung geben, als sie hier statt findet. Es würde nemlich, wie sich nach einiger Ueberlegung zeigt, der gefundene Winkel φ eine solche Lage von AH bestimmen, bey der die Summe $Bb + Cc + Ee$ u. s. w. ein minimum wird, in der Voraussetzung, daß in dieser Summe die Perpendikel, wie z. E. Dd, die rechter Hand der gefundenen AH zu liegen kommen, als negativ angesehen werden. Allein bey gegenwärtiger Untersuchung kömmt es darauf an, daß $Bb + Cc + Dd$ u. s. w. ein minimum werde, ohne Rücksicht auf die Lage, die diese Perpendikel in Ansehung der Richtung AH haben; denn bey Anlegung der Strassen verhalten sich die Kosten wie die Summe der absoluten Längen $Bb + Cc + Ee + Dd$ u. s. w., und nicht wie $Bb + Cc + Ee - Dd$, so, daß man Dd als negativ in dieser Summe ansehen dürfte.

XVIII. Bisher habe ich von bequemer und vortheilhafter Anlegung der Wege so viel gesagt, als sich ohne umständlichere Kenntniß der Analysis thun liesse. Natürlich müssen es nun die Umstände ergeben, welche Vorschriften sich in jedem Falle anwenden lassen, und wie weit sich ihr Gebrauch erstrecke. — Man siehet wohl,

daß

da sie die Beschaffenheit des Bodens nicht immer erlaubt, Wege nach dem Gesetze der kürzesten Länge, oder der kleinsten Summe zu führen. Oft würden diese Wege auf mancherley Arten gegen die Sparsamkeit verstossen — bisweilen muß man Umwege machen, einen guten und festen Boden zu erhalten — bisweilen findet man in einer Gegend Materialien zum Wegebau im Ueberflusse, in einer andern fehlen sie, oder müssen mit beträchtlichen Kosten weit hergeschafft werden; da man denn oft lieber einen Umweg macht, und die Strasse durch solche Gegenden führt, wo Materialien genug vorhanden sind. Will man solcher ökonomischen Betrachtungen beym Wegbau mehrere anstellen, und das wird doch wohl nöthig seyn, so ist es in der That nicht leicht zu sagen, ob man durch das geometrische Gesetz des kürzesten Weges allemal Kosten erspare, oder nicht. — Wo indessen die Anwendung davon statt findet, da ist es Pflicht, sie zu machen, und so wird man doch oft durch die Geometrie entscheiden, ob sich Wege abkürzen lassen. Kann es auch nicht durch eine ganze Provinz geschehen, so wird man doch in kleinern Distrikten Gelegenheit dazu haben, und dazu wird die geometrische Aufnahme der Gegend allerdings sehr nützlich und unentbehrlich seyn.

Wie übrigens die auf einer Charte entworfenen Strassen demnächst auf das Feld abgesteckt

werden, davon wird nicht nöthig seyn, noch etwas zu sagen, da alles darauf ankömmt, Winkel, welche die bestimmten Strassen mit gegebenen Linien und Punkten auf der Charte machen, an eben diese Linien und Punkte auf das Feld zu tragen, und übrigens die Längen einzelner Stücke des abzusteckenden Weges denen auf der Charte gemäß zu machen, welches alles nach dem, was in diesem und dem vorigen Theilen dieser practischen Geometrie bereits gelehret worden, sich ohne Mühe und mit der nöthigen Genauigkeit wird bewerkstelligen lassen.

Was den Bau der Strassen selbst betrifft, damit sie die gehörige Festigkeit bekommen u. dgl., davon ist hier nicht der Ort zu reden; Gautier's obermähnter Tractat von dem Bau der Wege und Anlegung der Strassen (Leipz. 1773.), C. H. Linkels Abhandlung vom Wegbaue (Leipzig, 1771.), und andere Schriften geben darinn zureichenden Unterricht.

XXXII.

XXXII. Kapitel.

Von Entwerfung der Charte eines ganzen Landes.

§. 340. **Wenn** von der Charte eines ganzen Landes die Rede ist, so verlangt man vorzüglich die in demselben vorkommenden Städte, Flecken, Dörfer, Höfe, in ihrer richtigen Lage gegen einander. Ausserdem sollen die Hauptwendungen der Flüsse, Gebürge, Landstrassen, die Gränzen einzelner Bezirke von Dorfschaften, Aemtern u. dgl., endlich die merkwürdigsten Seen, Sümpfe u. s. w. auf der Charte gehörig verzeichnet seyn. Hingegen bleiben die zu den Dörfern gehörigen einzelnen Felder, Aecker, Wiesen u. dgl. auf der Charte eines ganzen Landes aus der Ursache weg, weil da oft zehn und mehrere Ruthen des verjüngten Maasstabes auf ihr nur einen Punkt ausmachen, und es also eine vergebliche Arbeit seyn würde, so sehr ins Detail zu gehen. — Diese Dinge gehören vielmehr in die sogenannten Flur-Risse, zu deren Verfertigung im vorhergehenden bereits die Anleitung gegeben ist.

§. 341.

§. 341. Da solchergestalt die Charte einer ganzen Provinz oft schon einen beträchtlichen Theil der kugelförmigen Oberfläche der Erde einnimmt, so wird es nöthig seyn, einige Untersuchungen zum voraus zu schicken, nach denen man ohngefähr beurtheilen kann, wie weit man die geometrische Aufnahme eines solchen Landes erstrecken dürfe, damit wenigstens kein beträchtlicher, und auf der Charte sichtbarer Fehler aus der Voraussetzung entstehe, daß man die Oerter auf der krummen Oberfläche der Erde so entwirft, als wenn sie auf einer Ebene lägen.

Untersuchung über den Einfluß der sphärischen Gestalt unserer Erde auf die geometrische Aufnahme eines Stücks derselben.

§. 342. I. Man setze (Fig. LXVIII.), A, B, C seyen drey Oerter auf der Oberfläche der Erde.

II. Durch diese gedenke man sich nach dem Mittelpunkte der Erde zulaufende Vertical-linien (§. 4.), und durch jedes Paar derselben eine Verticalebene gelegt, so werden solche auf der Erde, zwischen den gegebenen Oertern, die Bögen A B, A C, B C, als Stücke von größten Kreisen, abschneiden, und diese Bögen werden die wahren Entfernungen dieser Oerter

von

von einander ausdrücken, die man z. E. in Meilenmaaße angeben könnte.

III. Wollte man dieses Dreyeck, wie es die practische Geometrie befiehlt, auf einer Ebene, oder auf dem Papiere entwerfen, so würde man in allen Fällen gewisse Fehler begehen, weil es vermöge der Krümmung der Erde unmöglich ist, eine Figur, die sich auf ihr befindet, auf einer Ebene so zu verzeichnen, daß letztere der erstern völlig ähnlich bliebe.

IV. Wollte man z. E. aus den bekannten Entfernungen A B, A C, B C das Dreyeck A B C entwerfen, indem man auf dem Papiere die Weiten a b, a c, b c denen A B, A C, B C gemäß nähme, so würden die Winkel a, b, c nicht vollkommen den sphärischen A, B, C gleich werden, und die drey Punkte a, b, c hätten daher auf der Charte nicht vollkommen die Lage, die A, B, C gegen einander haben. Eben so, wenn man in dem Dreyecke A B C den Winkel A, und die beyden Seiten A B, A C wüßte, und wollte daraus a b c verzeichnen, so, daß man a = A, und a b : a c = A B : A C machte, so würden wieder die übrigen drey Stücke des Dreyecks a b c nicht mit denen des Dreyecks A B C übereinstimmen. Kurz, man möchte verfahren, wie man wollte, so würden immer einige Theile des verjüngten Dreyecks a b c nicht mit den

gleich-

gleichnahmigen auf der gekrümmten Fläche der Erde A B C übereinkommen.

V. Es wird nun darauf ankommen, zu untersuchen, wie groß man das Dreyeck A B C, oder vielmehr die Seiten desselben, annehmen dürfe, daß das kleinere a b c von dem grössern wenigstens nicht beträchtlich und um einen auf der Charte sichtbaren Fehler abweiche.

VI. Gesetzt z. E., man wolle das Dreyeck A B C aus den beyden Seiten A B, A C, und dem eingeschlossenen Winkel, auf dem Papiere verzeichnen. Um wie viel wird b c, in so ferne sie sich auf dem Papiere, als einer ebenen Fläche, ergiebt, von der wahren B C abweichen?

VII. Um diesen Fehler zu bestimmen, so setze man: Es seyen im Meilenmaaße die Bögen

$$AB = \mu \text{ also in Graden} = \frac{\mu}{15} = m$$

$$AC = \lambda \;\; - \;\; - \;\; - \;\; = \frac{\lambda}{15} = l$$

so ist in dem sphärischen Dreyecke A B C, nach (Trig. S. LIII. 2.)

$$\cos BC = \cos A \sin l \sin m + \cos l \cos m;$$

dar-

daraus ergäbe sich also die wahre Weite BC in Graden, und mit 15 multiplicirt, in Meilen.

VIII. Die Entfernung bc auf der Charte wäre aber (Trig. S. XVII.)

$bc = \sqrt{(ab^2 + ac^2 - 2 \cdot ab \cdot ac \cdot \cos A)}$,
oder in Meilen $= \sqrt{(\lambda^2 + \mu^2 - 2 \lambda \mu \cos A)}$;
welche Größe, mit BC (VII.) in Meilen ausgedrückt, verglichen, den Fehler giebt, der von der krummen Oberfläche der Erde, in so ferne man sie als eben betrachtete und behandelte, herrührt.

IX. Exempel. Um die Formeln (VII. VIII.) einfacher zu machen, so wollen wir setzen, man habe z. E. AB = AC, also l = m, $\lambda = \mu$; so wird

$$\cos BC = \cos A \sin m^2 + \cos m^2$$
$$= (1 - 2 \sin \tfrac{1}{2} A^2) \sin m^2 + \cos m^2$$
$$= 1 - 2 \sin \tfrac{1}{2} A^2 \sin m^2$$

mithin $1 - \cos BC = 2 \sin \tfrac{1}{2} A^2 \sin m^2$
oder $\sin \tfrac{1}{2} BC = \sin \tfrac{1}{2} A \sin m$. (Tr. S. XIII. 24.)

X. Und dann in dem gleichschenklichten Dreyecke abc (IX.) $bc = 2 \mu \sin \tfrac{1}{2} A$.

XI. Für $\mu = 80$ Meilen, $A = 60°$; hat man erstlich $m = \frac{80}{15} = 5° \cdot 20'$; $\tfrac{1}{2} A = 30°$; dies giebt sogleich $bc = 2 \cdot 80 \cdot \tfrac{1}{2}$ (wegen $\sin 30° = \tfrac{1}{2}$) $= 80$ M. Für BC ist aber

log

$\log \sin \tfrac{1}{2} A = 9,6989700 - 10$
$\log \sin m = 8,9682487 - 10$

also $\log \sin \tfrac{1}{2} BC = 8,6672187$
$\tfrac{1}{2} BC = 2^{\circ} . 39' . 49''$
$BC = 5^{\circ} . 19' . 38 = 5^{\circ},326$

giebt BC in Meil. $= 15 . 5^{\circ},326 = 79,89$ M.

XII. Da nun bc = 80 Meil., so ist bc — BC = 0,11 M., oder auf der Charte wird bc um 0,11 Meilen größer, als die wahre Entfernung BC; und dies ist der Fehler, den man in der Weite bc begienge, wenn man die gegebenen Stücke des sphärischen Dreyecks ansehen wollte, als lägen sie vollkommen in einer Ebene.

Ob der in (XII.) gefundene Fehler auf einer Charte von einer mäßigen Größe sichtbar ist?

XIII. Man setze, die Charte, worauf das Dreyeck ABC entworfen werden soll, sey von der Größe, daß 80 Meilen etwa 2 pariser Schuh betragen.

XIV. Unter dieser Voraussetzung würden die 0,11 Meilen in (XII) auf der Charte betragen

$\frac{0,11}{80} . 2 \text{ P. F.} = \frac{22}{8000} \text{ Fuß} = \frac{22 . 144}{8000}$ Linien;

also ohngefähr $\tfrac{3}{8}$ einer pariser Linie.

Diese

Diese Größe wäre nun wohl auf der Charte noch deutlich zu erkennen, aber begreiflich wird man sie doch immer für einen physischen Punkt gelten lassen dürfen, da sie kaum den 800ten Theil der ganzen Weite b c auf der Charte beträgt, und ein solcher Fehler auch schon aus andern Ursachen unvermeidlich ist.

Wenn Charten gestochen und dann abgedruckt werden, so können schon allein wegen der Eingrimpung des Papieres beym Anfeuchten desselben Fehler von der angegebenen Größe statt finden, wenn auf diese Eingrimpung nicht besonders Rücksicht genommen worden ist. M. s. den 4ten Theil dieser pract. Geom. §. 92.

XV. Um wie viel die Winkel b, c von denen B, C unterschieden sind, ließe sich auch leicht berechnen; Man wird aber unter den bisher angenommenen Umständen gleichfalls finden, daß der Unterschied ausser Acht gelassen werden kann.

XVI. Man wird also nicht allein das Dreyeck A B C, sondern auch alle hinein fallenden Oerter, ohne merklichen Irrthum, als in einer ebenen Fläche liegend behandeln können, und überhaupt jeden Theil der Erdfläche, dessen Krümmung nicht über 4 bis 5 Grade beträgt.

trägt, d. h. der sich nicht über 60 bis 80 Meilen in die Länge und Breite erstreckt, so entwerfen dürfen, als wenn alle Oerter innerhalb desselben vollkommen genau in einer Ebene lägen; — vorausgesetzt, daß die Charte nicht in einem größern Formate, als (XIII.) angiebt, verfertigt werde. — Da nun die practische Geometrie eigentlich nur so weit angewandt wird, als man das Stück der Erde, das man entwerfen will, für eben annehmen darf, so wird sich durch die bisherigen Betrachtungen zeigen, wie weit sich eigentlich die Entwerfung eines Stücks der gekrümmten Oberfläche der Erde nach bloßen geometrischen Vorschriften erstrecken läßt, ohne einen Fehler befürchten zu dürfen, der größer wäre, als man ihn sonst in der practischen Geometrie verstattet.

Folgerung aus dem bisherigen.

XVII. Auf einer solchen Charte, worauf 80 Meilen etwa 2, oder auch wohl 3 pariser Schuhe betragen, werden nur die Städte, oder höchstens auch die Dörfer und Flecken, die nicht unter einer halben Meile von einander liegen, verzeichnet werden können. — Denn wenn man alle einzelne Dorfschaften, Höfe u. dgl., die oft nur $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{8}$ einer Meile von einander wegliegen, auch darauf bringen wollte, so würden, wegen der geringen Größe des Maas-

stabes,

stabes; manche Punkte so nahe zusammen fallen, daß man Mühe hätte, sie auf der Charte gehörig zu bezeichnen; Noch viel weniger würde es angehen, auch deren Namen dabey zu schreiben, welches doch nach der Absicht einer Charte erforderlich ist. — Man setze, es liege ein Ort von einem andern $\frac{1}{2}$ Meile weg, so betrüge diese Entfernung nach dem (XIII.) erwähnten Maasstabe, auf der Charte

$\frac{2}{2 \cdot 80} = \frac{1}{80}$ paris. Fuß = 1,8 paris. Linien. —

Wenn auch 80 Meilen drey paris. Fuß betrügen, so wäre $\frac{1}{2}$ Meile = $\frac{3}{2 \cdot 80}$ p. F. = 2, 7 Lin. dennoch eine so geringe Größe, daß schon die Charte, worauf man nur alle Oerter, die eine halbe Meile von einander liegen, verzeichnete, mit sehr viel Namen überladen würde. — Noch viel weniger könnten die Oerter darauf kommen, die nicht einmahl eine halbe Meile von einander lägen.

Charten also, welche keine zu unbequeme Größe bekommen, und sich bis auf ohngefähr 80 Meilen erstrecken sollen, werden nur die merkwürdigsten Oerter in sich begreifen können, und auf solchen Charten ist es immer erlaubt, den Fehler, der aus der Krümmung der Erde zu befürchten wäre, als einen physikalischen Punkt zu betrachten.

XVIII. Sollen auf einer Charte auch alle einzelne Dörfer vorkommen, so wird man sie nicht leicht über 7 bis 8 Meilen, d. h. über ohngefähr $\frac{1}{2}$ Grad der Erdfläche erstrecken dürfen, weil sie sonst gleichfalls eine zu unbequeme Größe erhalten würde. Gesetzt also, ein ganzes Land nähme etwa ein Viereck auf der Erdfläche ein, dessen Länge und Breite 5 Grad, also die Fläche 25 Quadratgrade, oder 5625 Quadratmeilen enthielte, so würde man es wenigstens in 10 Spezialcharten zerlegen müssen, wenn man ausser den Städten, auch alle Flecken, Dörfer, Vorwerke u. dgl. verlangte. Nähme man nun den Meilenmaasstab auf einer solchen Specialcharte von der Größe, daß 7 bis 8 Meilen etwa noch 3 pariser Schuhe betrügen (wiewohl vielleicht solche Charten zum Gebrauche schon unbequem wären), so betrüge $\frac{1}{8}$ einer Meile etwa $\frac{1}{2}$ Zoll, eine Größe, die zureicht, sehr viele, ja wohl die meisten Gegenstände einer Landschaft auf die Charte zu bringen, ohne befürchten zu dürfen, daß viele davon so nahe zusammen fallen, daß zu ihrer gehörigen Bezeichnung nicht Raum genug bliebe.

XIX. Auch auf solchen Spezialcharten, worauf doch der Meilenmaasstab schon eine ziemliche Größe hat, wird der Fehler, der von der Krümmung der Erde herrührt, dennoch nur einen physikalischen Punkt betragen. — Denn

da

da solche Charten nur höchstens $\frac{1}{2}$, oder auch wohl $\frac{3}{4}$ Grad der Erdfläche einnehmen, so ist die Krümmung so unmerklich, daß sie völlig für Nichts gelten kann. Zum Ueberfluß würde man sich noch mehr durch Rechnungen, wie in (IX. [illegible] XIII.), davon überzeugen können.

XX. Zu einer genauen Kenntniß eines Landes wird man dreyerley Arten von Charten nöthig haben. 1) Eine Generalcharte, worauf man den ganzen Umfang des Landes, und alle in dasselbe fallenden Hauptörter, nebst den Gränzen einzelner Districte, die Hauptrichtungen der Flüsse, Berge und dergleichen vorfindet. 2) Spezialcharten, wie in (XIII.), worauf alle innerhalb eines jeden einzelnen Bezirks fallenden Städte, Dörfer und andere Gegenstände, die auf die Generalcharte wegen (XVII.) nicht kommen konnten, entworfen sind, und 3) sogenannte Flurrisse, worauf die einer jeden Stadt oder Dorf zugehörigen Grundstücke, nebst allen in sie fallenden auf die Oekonomie und das Cameralwesen Einfluß habenden Gegenstände, im Detail verzeichnet sind.

Was nun die Verfertigung der ersten beyden Arten von Charten betrifft, soll der Gegenstand des gegenwärtigen Kapitels seyn. Ich werde aber vorläufig auch zeigen müssen, in wie ferne man sich auch astronomischer Kenntnisse dazu bedienen könne.

Wie man durch astronomische Beobachtungen die Lage eines Orts auf der Erdfläche, und die Lage mehrerer gegen einander bestimmt.

§. 343. I. Es stelle der Kreis (Fig. L[illegible]X.) die Erdkugel vor, P und Q seyen deren Pole, und M ein Ort auf der Erde, P M Q der Mittagskreis desselben, A L R der Aequator (§. 117. III.). So ist A M des Orts **geographische Breite** (§. 117. VI.).

II. Wäre nun P N Q ein anderer bestimmter Mittagskreis, so würde die Lage des Orts M, durch seine Breite A M, und durch den Winkel M P N, oder durch **den Unterschied der Mittagskreise**, dessen Maas der Bogen A L des Aequators ist, gegeben seyn.

Wenn man den Mittagskreis P L Q als einen **ersten** ansiehet, so heißt auch der Winkel M P L, oder der Bogen L A, bis an den Mittagskreis des Orts M, die **geographische Länge** des Orts M.

Weis man also Breite A M, und Länge L A, so ist des Orts M Lage auf der Erdfläche vollkommen bestimmt, wie ein Punkt auf dem Felde durch Abscisse und Ordinate.

III. Diese beyden Dinge für einen gegebenen Ort vollkommen genau zu bestimmen, würde aber

aber Gründe der Astronomie zum voraus setzen, die ich hier nicht im Stande bin, alle vorzutragen. — Zum Glücke ist es in gegenwärtigem Falle, wo man dergleichen astronomische Bestimmungen bey Entwerfung der Charten braucht, nicht erforderlich, Länge und Breite eines Orts bis auf einzelne Secunden zu wissen; Es wird zureichend seyn, wenn man sie innerhalb einer Viertel- oder halben Minute weis. Denn gesetzt, eines Orts Breite hätte man um $\frac{1}{2}$ Minute fehlerhaft, und die Charte, worauf man diesen Ort entwerfen wollte, werde von der Größe gemacht, daß 40 oder 60 Meilen beyläufig 2 pariser Fuß betragen, so würde $\frac{1}{2}$ Minute auf der Charte betragen $\frac{1}{240}$ par. F. = $\frac{1}{2}$ par. L. ohngefähr; welche Größe man beynahe für einen physischen Punkt gelten lassen darf.

Aber bis auf $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{4}$ Minute wird man, besonders durch wiederhohlte Beobachtungen, blos mit dem im vorhergehenden bereits beschriebenen Astrolabio, immer die Breite eines Orts bestimmen können.

IV. Zum Behuf dessen muß ich aber folgende Sätze voraus schicken.

V. Man gedenke sich die Erdaxe, und die Fläche des Erdäquators, bis an die äussersten

Gränzen der Himmelskugel erweitert, so durchschneidet die Erdaxe die Himmelskugel gleichfalls in ein paar Punkten, die man die Weltpole nennet; die erweiterte Fläche des Erdäquators wird aber die Himmelskugel in einem Kreise durchschneiden, den man den Aequator der Welt- oder Himmelskugel nennet.

VI. Der Erfahrung nach scheinen nun, vermöge der täglichen Umdrehung der Erde um ihre Axe, alle Fixsterne an der Himmelskugel um die Weltpole Kreise zu beschreiben, die dem Aequator (V.) parallel sind, und der Aequator selbst ist der größte unter allen Parallelkreisen.

VII. Ein jeder Stern an der Himmelskugel wird einen gewissen Abstand von dem Weltäquator haben, den man durch einen Bogen eines von dem Sterne auf den Aequator senkrecht gezogenen größten Kreises misset, und des Sterns Abweichung oder Declination nennt, die also in Rücksicht des Sterns eben das ist, was auf der Erdkugel die Breite eines Orts bedeutet.

In astronomischen Tafeln findet man die Declinationen der vorzüglichsten Sterne angegeben. Diese verändern sich zwar etwas von Jahr zu Jahr; da man aber diese Aenderungen kennet, so kann man sie in Erwägung ziehen,

und

und eines jeden Sterns Declination für ein gegebenes Jahr, und wenn es nöthig seyn sollte, auch für jeden Tag des Jahres berechnen.

Diese Sternverzeichnisse, und was dahin gehöret, kann man sich allenfalls aus den Berliner Ephemeriden aufs Jahr 1776. und aus den folgenden Jahrgängen bekannt machen, wiewohl man eine gründliche Kenntniß ihres Gebrauchs immer aus theoretischen Werken über die Astronomie erlernen muß. In dem Anhange zu des Freyherrn v. Zachs Tab. motuum Solis nov. et corr. Goth. 1792. ist ein vortreffliches Verzeichniß von Fixsternen für den Anfang des J. 1800.

VIII. Man gedenke sich die Mittagsfläche eines Orts gleichfalls bis an die Himmelskugel erweitert, so hat man des Orts Mittagskreis an der Himmelskugel, der also durch die Weltpole gehen muß, wie der auf der Erdfläche durch die Erdpole.

IX. Da unsere Erde nun als ein Punkt in Betracht der ganzen Himmelskugel anzusehen ist, so kann man alle Linien, die von verschiedenen Oertern der Erde nach einem der Himmelspole gezogen werden, als vollkommen gleichlaufend betrachten.

X. Eine solche Linie von einem Orte der Erde nach dem Weltpole gezogen, wird mit des Orts Horizontalfläche einen gewissen Winkel machen, den man die Polhöhe des Orts nennet.

Diese Polhöhe wird nun allemal der geographischen Breite des Orts gleich seyn.

Man gedenke sich an M eine in der Mittagsfläche P M Q gezogene Tangente M μ; so liegt solche in der Horizontalfläche des Orts M, und ist des Orts Mittagslinie.

Durch M gehe M π nach dem Weltpole, so ist M π mit Q P parallel (V. IX.), und der Winkel π M μ die Polhöhe von M.

Vom Mittelpunkte der Erde C seyen nach A und M die Linien C A und C M gezogen, so ist A M, oder des Orts Breite, das Maas des Winkels M C A, und wenn man C M nach m verlängert, so hat man μ M m = 90° = PCA, weil die Erdaxe P Q auf dem Aequator senkrecht stehet; oder

$\mu M \pi + \pi M m = MCA + MCP$; aber weil π M mit P C parallel, so ist

$\pi M m = MCP$, mithin

$\mu M \pi = MCA$, oder die Polhöhe ist der Breite des Orts gleich.

XI.

XI. Es stelle nun, nach den bisherigen Vorbereitungen, μMH (Fig. LXX.) des Orts M Mittagslinie vor, und μPH desselben Mittagskreis an der Himmelskugel (VIII.); P den über dem Horizont μH liegenden Weltpol, z. E. den nördlichen, so wird PMH die Polhöhe oder Breite des Orts seyn, und PM die Weltaxe, weil M in dem Mittelpunkte der Himmelskugel angenommen werden kann (IX.).

Man setze AM auf PM senkrecht, so wird A an der Himmelskugel der Durchschnitt des Aequators und des Mittagskreises seyn, und der Winkel AMμ die Neigung des Aequators gegen die Horizontalfläche. Dieser Winkel macht mit der Polhöhe, wegen PMA = 90°, einen rechten Winkel zusammengenommen, also PMH = 90° — AMμ, wo man folglich die Polhöhe findet, wenn man die Aequatorshöhe weis.

Die Höhe eines Sternes heisst der Winkel, den eine Linie von dem Auge nach dem Sterne mit der Horizontalfläche macht.

§. 344. Aufgabe. Die Höhe eines Sternes über der Horizontalfläche zu messen.

Aufl. I. Man könnte zwar hiebey im Wesentlichen, wie bey Gegenständen auf der Erde, nach

nach (§. 155 ꝛc.) verfahren. — Weil sich aber in einem Zimmer, wo man doch wohl die Beobachtung anstellen wird, kein gewöhnliches Stativ, wie auf dem Felde, gut gebrauchen läßt, indem man solches nicht nahe genug ans Fenster bringen kann, und ferner auch ein Stern an der Himmelskugel kein festes Object ist, sondern vermöge der scheinbaren täglichen Umdrehung derselben immer fortrückt, so wird eine Vorrichtung nöthig seyn, um sowohl 1) den Winkelmesser in einem Zimmer nahe genug ans Fenster bringen zu können, als auch 2) der beständigen Fortrückung des Sterns an der Himmelskugel ohngeachtet, ihn genau in der Axe des Fernrohrs zu beobachten, und seine Erhöhung über der Horizontalfläche zu messen.

II. Die erste Bedingung bewerkstellige ich folgendermaaßen: Man lasse von gutem ausgetrockneten Eichen- oder Büchenholze einen Würfel A (Fig. LXXI.) verfertigen, dessen Seite etwa 7 bis 8 Zoll betrage, und lasse solchen mit Oelfarbe anstreichen.

Längst den Diagonal- oder Seitenlinien der untern Fläche seyen 4 Stücke Messing m, m an ihr befestiget, welche die Mütter zu 4 eisernen Schrauben n, n abgeben, die sich unten in eine kegelförmige Spitze endigen, und in konischen Vertiefungen auf 4 runden messingenen Platten

ten a, a ruhen. — Diese Schrauben werden vermittelst eines Schlüssels gedrehet, so daß man den Würfel A, durch Hülfe derselben, etwas erhöhen und erniedrigen kann, bis die obere Fläche des Würfels, nach Maasgabe einer auf ihr angebrachten Wasserwaage b, horizontal stehet. Die Länge der messingenen Stücke m, m richtet sich darnach, daß, wenn die Ebene des Winkelmessers, wie die Figur anzeigt, lothrecht gestellt ist, der gemeinschaftliche Schwerpunkt des Würfels und Winkelmessers durch die vier Schrauben n so unterstützt ist, daß beym Handthieren des Werkzeugs dasselbe hinlänglich vor dem Umkippen gesichert ist. Um Kosten zu ersparen, so können die zur Verlängerung der Basis dienenden Stücke m auch von Holz seyn. Doch müssen da, wo die Schrauben n durchgehen, starke messingene Mütter in das Holz eingelassen und hinlänglich befestigt seyn.

III. In die Mitte der Oberfläche $\alpha\beta\gamma\delta$ des Würfels wird ein Cylinder T von harten Holze unten vermittelst eines viereckigten Zapfens eingelassen und senkrecht eingeleimt. p q ist ein messingener Zapfen, der unten mit einer Platte versehen ist, die man durch Schrauben auf diesen Cylinder T befestigt. Auf diesem Zapfen p q ruhet die Nuß des Winkelmessers vermittelst ihrer Hülse, die sich um diesen Zapfen p q drehen, und durch Hülfe der Schraube u fest-

festſtellen läßt. An dem Zapfen S der Nuß hängt der Winkelmesser C'C lothrecht, nach Maaßgabe eines längs der Ebene desselben herabzuhängenden Lothes C'P. Den Faden dieses Lothes kann man an der hintern Fläche des Werkzeugs von einem Stiftgen herabhängen lassen, oder oben bey C' auch nur mit etwas Wachs befestigen. Bey nicht ganz stiller Witterung ist es vortheilhaft, wenn man das Loth P in ein untergesetztes Glas Wasser hineinhängen läßt, doch darf es nirgends an das Glas anstreifen.

Löst man die Schraube L (§. 99. [16]), so läßt sich die Ebene des Werkzeugs lothrecht um den Zapfen S drehen. Wird hingegen die Schraube n gelöset, so kann man das Werkzeug in jede Verticalebene drehen.

IV. Da das Gewicht des Würfels beyläufig 25 bis 30 Pfund betragen wird, so giebt er ein zulänglich festes Stativ für den Winkelmesser ab.

V. Diesen Würfel kann man auf ein Fenstergesimse B B stellen, und man wird nun zulänglich nahe sich mit dem Werkzeuge an dem Fenster befinden, um Höhen über dem Horizonte bis auf 60 oder 70 Grade messen zu können. Sollte das Fenstergesimse zu schmal seyn, so wird ein starkes Brett von hinlänglicher

Brei=

Breite darauf genagelt, oder sonst eine leicht zu erdenkende Vorrichtung angebracht, daß das Brett dem Gewichte des darauf zu stellenden Winkelmessers nicht nachgiebt.

VI. Die nähere Vorbereitung zur Ausmessung der Höhe eines Sterns ist nun folgende.

Man stelle erstlich durch Hülfe der vier Schrauben n, n die obere Fläche des Würfels horizontal, nach Angabe der Wasserwaage b. Eine kleine Uebung wird erfordert, dieß ohne großen Zeitverlust zu bewerkstelligen.

VII. Hierauf stelle man die Ebene C'C vertical, indem man die Schraube H der Nuß löset, und das Werkzeug in der Nuß drehet, bis der Faden des Loches C'P nur so eben die Fläche des Werkzeugs berühret, ohne sie jedoch zu streifen. Dann ziehe man die Schraube H wieder fest an.

VIII. Unter diesen Umständen wird sich das Werkzeug durch Lösung der Schraube u um den Zapfen pq dergestalt drehen lassen, daß die Ebene C'C beständig die verticale Lage behält, wenigstens nie so viel davon abweichen wird, daß sich die vollkommene Verticalstellung nicht vermittelst der Schrauben n, n' sogleich wieder sollte herstellen lassen.

IX. Vollkommen genau würde das Werkzeug bey seiner Drehung um den Zapfen p q immer vertical bleiben, wenn man darauf rechnen dürfte, daß der Zapfen p q genau auf der Oberfläche des Würfels A senkrecht stünde, und folglich lothrecht wäre, wenn diese horizontal gestellt worden ist. Da aber diese Bedingung des Zapfens p q sich wohl nicht in der größten Genauigkeit erhalten läßt, so wird es geschehen, daß, wenn z. E. die Ebene C'C nach Angabe des Lothes auch ganz genau vertical gestellt worden wäre, sie sich beym Drehen um den Zapfen p q doch immer etwas wieder aus der verticalen Lage verrücken wird. Indessen wird sie sich mehrere Grade um p q drehen lassen, ohne daß man nöthig haben wird, ihre Verticalstellung vermittelst der Schrauben n, n wieder zu verbessern. Nur dann könnte die Verbesserung merklich seyn, wenn man das Werkzeug z. E. um 20 und mehrere Grade drehen müßte. Aber auch diese würde sich mit geringer Mühe erhalten lassen, weil die Aenderung der verticalen Lage nie viel betragen kann, so bald man den Würfel A horizontal gestellt hat.

X. Um nun die Höhe eines Sterns zu messen, so bringe man einige Minuten vorher den Winkelmesser in die Lage, daß dessen erweiterte Ebene C C ohngefähr durch den Stern gehen würde, damit, wenn man das Fernrohr o l nach

nach dem Sterne erhübe, man wenigstens den Winkelmesser nicht mehr viel um den Zapfen p q drehen müßte, um den Stern ganz genau in die Axe des Fernrohres zu bekommen, und stelle die Ebene des Werkzeugs, vermittelst der Schrauben n, n, genau lothrecht.

XI. Nunmehr sey an der hintern Fläche des Werkzeugs eine Libelle ω λ dergestalt angebracht, daß, wenn das bewegliche Fernrohr o l, oder die Alhidadenregel, mit der es sich dreht, auf 0° gestellt wird, diese Libelle beym Einspielen ihrer Luftblase, entweder völlig genau der Axe des Fernrohrs parallel sey, oder doch nicht sehr viel davon abweiche.

XII. Man löse die Schraube L, und drehe das vertical gestellte (X.) Werkzeug um den Zapfen S, bis die Luftblase der Libelle ω λ einspielet. Sollte sich dies Einspielen nicht sogleich in völliger Schärfe erhalten lassen, so zieht man die Schraube L wieder fest an, und bediene sich der Stellschraube W z (§. 99. 12), so wird man völlig genau das Einspielen der Libelle erhalten können.

XIII. Nun erhebe man das Fernrohr o l nach dem Sterne, und drehe dabey zugleich das Werkzeug sanft um den Zapfen p q, bis man den Stern in dem Felde des Fernrohrs wahrnimmt. Sollte

Sollte sich während diesem Drehen um den Zapfen p.q, der Stand der Libelle ω λ wieder etwas geändert haben, so kann man ihn leicht vermittelst der Schraube W z (§. 99. 12) wiederum herstellen. Die Ebene C C wird ohne merklichen Fehler auch noch jetzt lothrecht seyn (IX.).

XIV. Es wird überhaupt nur eine geringe Uebung dazu gehören, den Stern mit dem Werkzeuge dergestalt zu verfolgen, daß in dem Augenblicke, da er in der Ziel-linie des Fernrohrs erscheint, die Libelle ω λ vollkommen einspiele, und die Ebene des Werkzeugs ohne merklichen Fehler die Vertical-lage habe. Man muß nur darauf acht geben, wie sich der Stern durch das Feld des Fernrohrs bewegt, so wird man z. E. von dem Augenblicke, da er an dem Rande dieses Feldes erscheint, bis zu dem, da man ihn in der Axe des Fernrohres zu beobachten hat, Zeit genug übrig haben, nachzusehen, ob die Libelle einspiele, und alles übrige an dem Werkzeuge in gehöriger Ordnung sey.

XV. Sobald man den Stern ohngefähr in der Ziel-linie des Fernrohrs hat, befestige man die Alhidadenregel, und bediene sich blos der Micrometerschraube, um ihn genau in die Ziel-linie zu bringen. In dem Augenblicke, da dieß geschieht, höre man auf zu schrauben, und man

wird

wird nun an dem Rande des Werkzeugs die Höhe des Sterns angegeben finden.

XVI. Diese angebliche Höhe muß nun noch corrigirt werden, wenn beym Einspielen der Libelle, und dem Stande des Fernrohres auf 0°, Libelle und Fernrohr etwa nicht genau parallel wären; Diese jedesmahl anzubringende Correction muß aber schon durch vorhergegangene Beobachtungen nach (§. 156. III. 20) bestimmt worden seyn, und bleibt constant, wenn die Libelle unbeweglich an der hintern Fläche des Werkzeugs angebracht ist.

Anmerk. 1. Um die Kreuzlinien im Brennpunkte des Fernrohrs des Nachts erkennen zu können, so muß man von einem Gehülfen in einiger Entfernung von dem Objectivglase seitwärts ein Licht hinhalten, oder es auf eine vorn an dem Fernrohre schräg gegen die Axe desselben an einem biegsamen Halter befestigte weise Fläche dergestalt scheinen lassen, daß solche ein weises mattes Licht in das Fernrohr hinein reflectire. Man kann zu dieser aussen an dem Fernrohre angebrachten Blendung sich eines Stückchens Pappe bedienen, welches mit weissem Papiere überzogen, und mit einer Oefnung versehen seyn muß, damit auch von dem Sterne das Licht in das Fernrohr fallen könne. Diese Blendung hat auch bey Beobachtungen an der

Sonn-

Sonne noch den Vortheil, daß, wenn man das Fernrohr nach der Sonne richtet, das Auge dadurch vor dem Lichte geschützet wird, welches neben dem Fernrohre vorbey in das Auge fallen würde.

Anmerk. II. Man stelle das Fernrohr auf einen gegebenen Grad über der Horizontallinie, und verfolge ohngefähr zu der Zeit, wenn man glaubt, daß der Stern diese Höhe erreichen würde, denselben mit dem Werkzeuge solange, bis er diese Höhe völlig erreicht, und in der Axe des Fernrohrs erscheint. So kann man an einer Uhr den Augenblick aufschreiben, wenn ein Stern eine gegebene erreichbare Höhe über dem Horizonte hat. Es versteht sich, daß man beym Drehen des Werkzeugs um den Zapfen pq, während dieser Operation auch beständig sein Augenmerk auf die Libelle ωλ haben muß.

Anmerk. III. Das bisher beschriebene Verfahren, die Höhe eines Sterns zu messen, und sich dabey einer Libelle zu bedienen, die sich nicht mit dem Fernrohre selbst dreht, hat sehr große Vorzüge vor dem Verfahren, welches ich in der vorhergehenden Ausgabe dieses Buches gewiesen habe, und wobey eine an dem Fernrohre selbst befindliche Libelle gebraucht wurde. Die Vorzüge und Bequemlich-

keiten des gegenwärtigen Verfahrens sind theils schon (§. 156. III. 21) erwähnt worden, theils wird man sie bey würklicher Ausübung so beträchtlich finden, daß man nie an dem beweglichen Fernrohre eine Libelle wird anbringen mögen, man müßte sie denn zu andern Absichten, als zum Messen der Höhe eines Sterns, anwenden wollen.

§. 345. Aufgabe. Die Aequatorshöhe, mithin auch die Polhöhe eines Orts zu finden.

Aufl. I. Man beobachte, wenn ein gewisser Fixstern, vermöge der scheinbaren täglichen Umdrehung der Himmelskugel, bey S (Fig. LXX.) in den Mittagskreis des Orts kömmt.

II. In dem Augenblicke messe man des Sterns Mittagshöhe, oder den Winkel SMμ (§. 344.).

So hat man den Bogen Sμ.

Davon ziehe man ab des Sterns Abstand vom Aequator, oder die Declination SA (§. 343. VII.), wenn der Stern nordwärts des Aequators stehet, oder addire sie zur Höhe Sμ, wenn der Stern südlich ist, so hat man μA,

oder die Aequatorshöhe, mithin auch die Polhöhe $= 90° - \mu A$.

III. Begreiflich muß man hiebey wissen, was S für ein Fixstern ist, und daher wird bey dem erwähnten Verfahren eine Kenntniß des gestirnten Himmels, die man sich aus Hrn. Prof. Bodens bekannten Anleitung dazu, oder andern Schriften, erwerben muß, erfordert.

Anmerkungen zu diesem Verfahren.

IV. Die größte Schwierigkeit hiebey ist, den Augenblick zu wissen, da der Stern in die Mittagsfläche kömmt.

Auf Sternwarten, wo über der Mittagslinie μH eine Mauer vertical aufgerichtet, und parallel mit ihr ein Quadrant an ihrer Fläche befestigt ist, läßt sich der Durchgang eines Fixsterns durch das Fernrohr des Quadranten, mithin der Augenblick, da er in der Mittagsfläche ist, genau beobachten, und seine Höhe am Quadranten messen.

Wo man aber eine solche Bequemlichkeit nicht hat, da muß man auf eine andere Art zu Werke gehen, und hiezu dienen folgende Betrachtungen, die überhaupt dem Feldmesser auch bey andern Untersuchungen nützlich seyn können.

V.

V. Wenn ein Stern durch die Mittagsfläche gehet, so ist seine Höhe über dem Horizonte am größten. — Bey seinem Aufgange ist sie nemlich = o, wächst nach und nach immer mehr, bis zur größten in der Mittagsfläche, und nimmt von da an, nach und nach, bis zu seinem Untergange, völlig so wieder ab, wie sie vor seinem Durchgange durch die Mittagsfläche gewachsen war, dergestalt, daß er in gleichen Zeiten vor und nach seinem Durchgange durch die M. gleiche Höhe über dem Horizonte hat.

VI. Den Durchgang durch die M. nennet man auch die Kulmination des Sterns.

Man beobachte also einige Stunden vor seiner Kulmination (die Lage der Mittagslinie oder Fläche setze ich nemlich nach (§. 118.) beyläufig als bekannt zum voraus) die Höhe desselben über dem Horizonte (§. 344), und schreibe nach einer guten Sekundenuhr den Augenblick auf, wenn diese Höhe beobachtet worden, oder verfahre noch besser nach (§. 344. Anmerk. II.).

VII. Ohngefähr um eben so viel Stunden nach der Kulmination des Sterns rüste man sich wieder zur Beobachtung eben derselben Höhe (VI.).

Man erhöhe das Fernrohr an dem Winkelmesser wieder um eben so viel Grade ꝛc. ꝛc., als in (VI.) beobachtet worden, über der Horizontallinie, lasse das Fernrohr unverrückt auf diesem Grad der Erhöhung, und drehe nur die verticale Ebene des Winkelmessers um den Zapfen p q, worauf er ruhet, so wird man den Stern so lange verfolgen können, bis man ihn in der Axe des Fernrohrs wahrnimmt, und er also wieder dieselbe Höhe über dem Horizonte hat, die vor seiner Kulmination beobachtet worden. Die Zeit an der Sekundenuhr abermals in diesem Augenblicke aufgeschrieben, hierauf zu der ersten (VI.) addirt, und die Summe halbirt, bestimmt den Augenblick, da der Stern kulminirt haben würde, weil die Zeit der Kulm. das arithmetische Mittel zwischen den Zeiten zweyer beobachteten gleichgroßen Höhen seyn muß (V.).

Gesetzt, man habe vor des Sterns Kulmination die Höhe desselben = 20° beobachtet, da die Uhr wiese 7 U. 5 M. 43 Sec. Bey eben der Höhe nach der K. habe die Uhr gewiesen 11 U. 14 Min. 20 Sec., so würde der Stern in der Mittagsfläche gewesen seyn, um 9 U. 10 M. 1,5 Sec.

Um diese Zeit konnte man nun freylich an dem Abende, da diese Beobachtung angestellt wurde, die Mittagshöhe des Sterns nicht messen.

sen. Wenn man aber den Gang der Uhr weis, so läßt sich daraus berechnen, wenn den folgenden Abend darauf, der Stern in die Mittagsfläche kommen wird.

Wiese die Uhr genau 24 Stunden, innerhalb der Zeit, da ein Stern seinen scheinbaren täglichen Umlauf an der Himmelskugel vollendet, d. h. stimmte sie genau mit der Zeit überein, die man einen Sterntag nennet, so würde den andern Abend darauf der Stern abermals, um 9 U. 10 Min. 1,5 Sec. in der Mittagsfläche seyn, und man dürfte also nur in dem Augenblicke des Sterns Höhe über dem Horizonte messen.

VIII. Da aber selten die Uhr vollkommen mit dem Laufe der Sterne übereinkommen wird, so muß man erst ihren Gang berichtigen, und untersuchen, um wie viel Minuten und Secunden sie innerhalb eines Sterntages voreilet, oder zurückbleibt. Diese Untersuchung muß schon einige Abende vorher, ehe man die Beobachtungen (VI. VII.) anstellt, geschehen seyn, und wird folgendermaaßen bewerkstelligt.

Man richte an einem gewissen Abende ein Fernrohr nach einem Fixsterne, und schreibe die Zeit auf, wenn der Stern in die Axe des Fernrohres kömmt. Gesetzt, die Uhr habe gewiesen 6 Uhr 5 Min. 30 Sec.

Man

Man lasse das Fernrohr bis den andern Abend in unverrückter Lage, und beobachte alsdann wieder den Augenblick, da der Stern in die Axe des Fernrohres kommt. Gesetzt also, den andern Abend habe die Uhr gewiesen 6 Uhr 8 Min. 20 Sec., so würde der Unterschied von der zuerst beobachteten Zeit = 2 M. 50 S. die Voreilung der Uhr innerhalb eines Sterntages ausdrücken. Noch besser bedient man sich um den Gang einer Uhr zu erforschen und zu berichtigen, des Verschwindens der Sterne hinter einem hinlänglich entfernten Thurme, dergleichen Beobachtungen man an einem Abende sehr viele machen kann, wenn man die Stellen des Auges an hinlänglich festen Standpunkten z. E. an Seitenmauern von Fenstern u. dgl. nur allemal gehörig bemerkt. Hr. D. Olbers hat dieses schon längst bekannte Verfahren in des Freyh. v. Zachs Monatlicher Corresp. 1801. Febr. St. S. 124 rc. von neuem empfohlen, und es auf die bequemste und brauchbarste Art zu verrichten und anzuwenden gelehrt. Ich habe mich dieser Methode auch schon vor mehreren Jahren mit sehr guten Erfolge bedient. Weitere Anwendungen hievon auch M. C. Aug. 1801. S. 99. rc. von Hrn. De Lambre.

IX. Wenn also am ersten Abend der Beobachtung (VI. VII.) die Zeit der Kulmination

um

um 9 U. 10 M. 1,5 S. gefunden worden wäre, so müßte den Abend darauf die Uhr weisen 9 U. 10 M. 1,5 Sec. + 2 M. 50 S., oder 9 U. 12 M. 51,5 S. in dem Augenblicke, da der Stern in die Mittagsfläche käme, vorausgesetzt, daß die Uhr während der ganzen Zeit einen gleichförmigen Gang gehabt, oder sonst keine Störung gelitten habe.

Um diese Zeit müßte man also den andern Abend die Höhe des Sterns messen, und dies würde dann die Mittagshöhe desselben seyn.

X. Dieses Verfahren, wodurch man aus den Zeiten, die die Uhr bey gleich großen, oder übereinstimmenden Höhen eines Sterns weiset, dessen Durchgangszeit durch die Mittagsfläche findet, ist in der Astronomie eine der wichtigsten Aufgaben, und kann, wie wir in der Folge zeigen werden, selbst in der Feldmeßkunst, zur genauern Ziehung einer Mittagslinie, als es nach (§. 118.) geschehen kann, dienen, mithin zu solchen Messungen und Absichten, bey denen eine genaue Kenntniß der Mittagslinie erforderlich ist, brauchbar seyn.

Natürlich darf man es aber bey einer einzigen Beobachtung nicht bewenden lassen, wenn man den Augenblick der Kulmination sehr genau finden will. Begreiflich kann man vor der Kulm.

verschiedene Höhen des Sterns nach und nach nehmen, die Zeiten aufschreiben, und nach der K. die übereinstimmenden Höhen, und die zugehörigen Momente beobachten, so läßt sich demnächst aus jedem Paare zusammengehöriger Höhen, die Zeit der Kulmination finden, das Mittel aus allen wird alsdann den Durchgang durch die Mittagsfläche sehr genau geben. — Die Uhr darf während der ganzen Zeit keine Störung leiden.

XI. Hat man nun nach (§. 344.) die Mittagshöhe des Sterns (IX.) mit aller möglichen Genauigkeit und Vorsicht gemessen, so suche man aus den Sternverzeichnissen die Deklination des Sterns (mit den nöthigen Correctionen wegen Aberration, Nutation u. dgl., wovon man in den astronomischen Werken und Bodens Jahrbüchern das weitere findet), und ziehe sie von der beobachteten Höhe ab, wenn sich der Stern nordwärts des Aequators befindet, oder addire sie hinzu, wenn er südlich ist, so hat man die Aequatorshöhe. — Da aber die Refraction in unserer Atmosphäre den Stern um etwas erhebt, so muß man solche von der beobachteten Mittagshöhe erst abziehen, um die wahre Höhe zu finden. Auch muß die gemessene Höhe des Sterns corrigirt werden, wenn wegen (§. 156. III. 2) eine Correction

statt

statt finden sollte. Die Refractionen findet man unter den astronomischen Tafeln.

Exempel. Zu Göttingen beobachtete ich den 24sten März 1776. Abends um 9 Uhr 48 M. 8 S. meiner Secundenuhr, die M. Höhe des Sterns γ im Löwen, und fand sie = 59°. 25′. 50″; die Refraction für diese Höhe ist 35″; also

wahre Höhe	= 59°. 25′. 15″
Declination	= 20 . 58 . 0 Nördl.
Also Aequat. Höhe	= 38 . 27 . 15
mith. Polhöhe von G.	= 51 . 32 . 45.

Eigentlich gieng der Stern um 9 U. 48 M. 20 Sec. meiner Uhr durch die Mittagsfläche, also hatte er um 9 U. 48 M. 8 S. noch nicht vollkommen genau die Mittagshöhe, allein der Unterschied wird nur einige Secunden betragen, wie ich leicht zeigen könnte. — Ohngefähr ½ Minute vor oder nach seiner Kulmination ist die beobachtete Höhe von der Mittagshöhe, wenigstens an einem so kleinen Instrumente, wie der Winkelmesser (§. 99. ꝛc.) war, dessen ich mich hierzu bediente, nicht merklich unterschieden, und übrigens ist es auch zu der Absicht (§. 343. III.) zureichend, die Zeit der Kulmination nur innerhalb einer halben Minute genau zu wissen.

Wie man an einem und demselben Abende mehrere Sterne zur Findung der Polhöhe gebrauchen könne.

XII. Wenn man weiß, zu welcher Zeit ein gewisser Stern A durch die Mittagsfläche gehet, so kann man durch eine leichte Rechnung finden, wenn ein jeder anderer B kulminiren wird. Man muß nemlich wissen, wie viel der Bogen des Aequators zwischen den Abweichungskreisen der Sterne A und B, Grade und Minuten ꝛc. ꝛc. enthält. —

Da nun innerhalb der Zeit, die die Uhr in einem Sterntage weiset, z. E. in (IX.), innerhalb 24 St. 2 M. 50 S. sich 360° des Aequators durch den Mittagskreis schieben, so kann man aus dem bekannten Bogen = m, der zwischen den Abweichungskreisen der beyden Sterne A. B auf dem Aequator enthalten ist, nach der Regel de Tri

$$360° : m = 24 \text{ St. } 2 \text{ M. } 50 \text{ S.} : x$$

die dem Bogen m zugehörige Zeit x finden, und so viel Zeit wird zwischen den beyden Durchgängen der erwähnten Sterne durch die Mittagsfläche verfliessen.

Den Bogen m findet man aber aus den Sternverzeichnissen, wenn man die Größen von ein-

einander abziehet, die in den Sternverzeichnissen, unter der Aufschrift Rectascension, oder gerade Aufsteigung, neben den Sternen zu finden sind.

Exempel. So findet man in den Berliner Ephemeriden 1776.

die ger. Aufst. von γ des Löwen = 151°. 53′. 52″
β des Löwen = 174. 24. 22
Also m = 22. 30. 30

Also 360° : 24 St. 2 M. 50 S. = 22° 30′. 30″ : x (= 1 St. 30 M. 9 S.)

Um so viel gehet also β des Löwen später als γ durch die Mittagsfläche, weil des erstern β Rectascension größer ist als die von γ.

Gienge also γ des Löwen durch die Mittagsfläche, wenn die Uhr wiese 9 U. 48 M. 20 S., so würde β kulminiren, wenn die Uhr zeiget 11 U. 18 M. 29 S.

Zu dieser Zeit würde man also die Beobachtung der Mittagshöhe von β des Löwen anstellen, und daraus, wie vorhin aus γ des Löwen, die Polhöhe suchen. — Wenn man solchergestalt aus mehreren Sternen die Polhöhen berechnet, und aus allen ein Mittel nimmt, so wird man sie sehr genau finden können. Vorzüglich brauchbar sind hiezu diejenigen Sterne, welche von dem Pole selbst nicht weit

ab=

abstehen, und daher nicht untergehen. Man beobachtet die wahre Höhe eines solchen Sterns bey seinem obern Durchgange durch den Meridian und eben so die wahre Höhe (d. h. mit Zuziehung der Refraction) bey seinem untern Durchgange, und nimmt zwischen beyden Höhen das arithmetische Mittel, so hat man sogleich die Polhöhe. Ist die Beobachtung an einem und demselben Tage (oder nur innerhalb einiger Tage) gemacht, so sind die Correctionen wegen Aberration und Nutation beynahe verschwindend. Der Polarstern wird hiezu vorzüglich gebraucht.

XIII. Daß man den Augenblick, da ein Stern kulminiren wird, auch eben so aus dem Unterschiede der Rectascensionen des Sterns und der Sonne bestimmen könne, bedarf kaum erinnert zu werden. Die Zeit der Uhr, in dem Augenblicke, da die Sonne kulminirt, findet man dabey eben so, wie ich es vorhin bey Sternen gewiesen habe, nemlich durch übereinstimmende Höhen der Sonne.

Weil sich aber hiebey der Mittelpunkt der Sonne nicht gut beobachten läßt, so bedienet man sich des obern oder untern Randes derselben auf folgende Art. Man stelle das Fernrohr auf einen solchen Grad der Erhöhung, als die Sonne zu einer gewissen Zeit Vormittags ohngefähr

gefähr über dem Horizonte hat, drehe hierauf das ganze Werkzeug um den Zapfen p q (Fig. LXXI.), und verfolge solchergestalt die Sonne, bis man den Augenblick wahrnimmt, da sie, wie bey S (Fig. LXX. *) zu sehen ist, beyde Kreuzlinien a b, c d im Fernrohre zu gleicher Zeit berührt. Wenn man nun des Nachmittags bey eben dem Grade der Erhöhung des Fernrohres, die Sonne wieder auf eine ähnliche Art die Kreuzlinien berühren siehet, so muß alsdann ihr Mittelpunkt S wieder eben die Höhe über dem Horizonte haben, die er Vormittags hatte, d. h. man hat nun ein Paar übereinstimmende Höhen. — Das Mittel aus den zugehörigen Zeiten an der Uhr, giebt den Augenblick da der Sonne Mittelpunkt kulminirt haben würde, wodurch man alsdann, wie vorhin (XII.), die Zeit findet, da des Abends ein gegebener Stern kulminiren wird.

Die Rectascension der Sonne für jeden Tag nimmt man aus den astronomischen Kalendern.

Bey dem Gebrauche der Sonne bedürfen die übereinstimmenden Höhen derselben, wie die Astronomie lehret, einer kleinen Correction — die aber zu gegenwärtiger Absicht (§. 343. III.) bey Seite gesetzt werden darf.

Anmerkung.

§. 346. I. Durch das Verfahren (§. 345.) wird man mit einem Winkelmesser, bey dem man selbst

selbst um 1 Minute fehlen kann, durch wiederhohlte Beobachtungen dennoch die Polhöhe innerhalb ¼ Minute und noch genauer finden können. — Solchergestalt hat mein Vater mit einem Werkzeuge, dessen Durchmesser ohngefähr einen Fuß beträgt, die Polhöhe von Göttingen 51°. 32'. 18" gefunden (Comm. Soc. Goett. Tom. III.), die von der wahren 51°. 31'. 56", nicht viel abweicht. — Man wird hieraus einsehen, was man oft auch von mittelmäßigen Werkzeugen, bey einer geschickten Behandlung und genauen Kenntniß derselben, erwarten kann. Wer mit Reichenbachischen versehen ist, wird solche Bestimmungen noch um so schärfer erhalten.

Ich habe die Art, die Polhöhe eines Orts zu finden, etwas umständlich vorgetragen, wie ich es für diejenigen nöthig zu seyn erachtet habe, bey denen ich noch nicht viel Kenntniß der theoretischen und practischen Astronomie zum voraus setzen darf, und da die Kenntniß der Polhöhe, wenigstens von einigen Oertern, bey der Verfertigung der Charte eines Landes immer sehr wichtig ist, so wird man um so weniger die bisherige astronomische Ausschweifung in einer practischen Geometrie, die nicht blos das alltägliche enthalten soll, tadeln. — Die Handgriffe, nebst den nöthigen Vorsichten dabey, durften nicht ganz übergangen werden, weil ich mir sonst leicht den Vorwurf hätte zuziehen können, von

einer Sache etwas, und doch im Grunde Nichts gesagt zu haben.

Uebrigens habe ich noch zu erinnern, daß man statt der Sterne, sich auch der Sonne zur Findung der Polhöhe bedienen könne. — Man misset die Mittagshöhe des obern oder untern Sonnenrandes, subtrahiret oder addiret den scheinbaren Halbmesser der Sonne, den man für jeden Tag in den astronomischen Kalendern findet, hinzu, um die Höhe des Mittelpunkts der Sonne zu erhalten, und verfährt alsdann, wie vorhin.

Exempel. Den 2. May 1790. maaß ich mit dem Winkelmesser (§. 156. III. 22) (nach einem genommenen Mittel aus den Angaben der 90. und 96. Theilung) die Mittagshöhe

des obern Sonnenrandes	=	55°.	3′.	3″
Correction wegen der Libelle	=	+ 1.	8.	14
corrigirte Höhe	=	56.	11.	17
abzuziehen Refraction	=			38
also wahre Höhe	=	56.	10.	39
abzuz. Halbmesser d. Sonne	=		15.	54
also Höhe d. Mittelp. d. Sonne	=	55.	54.	45
abzuz. Declin. d. Sonne	=	15.	30.	18
also Aequatorshöhe	=	40.	24.	27.
mithin Polhöhe von Erlang.	=	49.	35.	33.

Diese

Diese Beobachtung stimmt sehr gut mit dem arithmetischen Mittel aus sehr vielen andern, welches für die Polhöhe von Erlangen 49°. 35'. 36" gab, überein. Von diesen Beobachtungen gab keine die Polhöhe größer, als 49°. 36'. 32", und kleiner, als 49°. 35'. 4". Von einem Winkelmesser, der etwa nur 7 Zoll im Halbmesser hat, läßt sich wohl keine größere Uebereinstimmung einzelner Beobachtungen erwarten.

II. Man hat noch sehr viel andere Arten, eines Orts Polhöhe zu finden, wovon man in Röslers practischer Astronomie, I. Th. VIII. Kap. umständlich nachsehen kann.

Sehr vortheilhaft kann man sich zur Bestimmung der Polhöhen auch kleiner Hadleyischer Sextanten bedienen, dergleichen in sehr großer Vollkommenheit von dem englischen Künstler Ramsden und anderen zu haben sind. Bestimmungen von Polhöhen vermittelst solcher Werkzeuge findet man in sehr großer Menge in den Berliner astronomischen Jahrbüchern des Hrn. Prof. Bode, in den *Allg. geogr. Ephemeriden* und der *Monatlichen Corresp.* des Freyherrn *v. Zach.*

III. Es sey (Tab. IX. Fig. XCV.) das (§. 122 2c.) beschriebene katoptrische dioptrische

optrische Werkzeug in einer verticalen Lage, Km das Fernrohr desselben, p der Spiegel vor dem Fernrohre, c der Spiegel am Mittelpunkte des Werkzeugs, auf der beweglichen Alhidaderregel P oder ch (§. 122. 21) Sc, Ss, Sonnenstrahlen, welche man als von einem sehr weit entlegenen Gegenstande (der Sonne) herkommend, für parallele Linien nehmen darf, wenn sie von einem und demselben Punkte der Sonne z. B. von ihrem untern Rande herkommen.

AB sey eine reflectirende Oberfläche z. B. ein sehr ebener horizontal gestellter Spiegel, die Oberfläche des in einer Schale ruhig stehenden Quecksilbers oder dergleichen, so ist der Winkel SsA die Höhe der Sonne, oder vielmehr ihres untern Randes über der Horizontalfläche, wenn Ss einen Strahl vom untern Sonnenrande bedeutet.

2. Gesetzt nun, das Werkzeug werde so gehalten, daß wenn die Alhidadenregel ch, in der Lage cn auf 0° stehet, (in welcher Lage zugleich die beyden Spiegel des Werkzeugs parallel seyn müssen (§. 123. 22)), man durch das Fernrohr Km, direkt neben dem Spiegel p vorbey, das von der Oberfläche AB reflectirte Sonnenbild wahrnehme.

3. Man lasse nun das Werkzeug immer in der Lage, daß man der Richtung K m s jenes Sonnenbild (2) im Fernrohr behalte, und drehe hierauf die Alhidadenregel aus der Lage c n, in die c h, so daß man durch Zurückwerfung der Sonnenstrahlen S c von dem Spiegel c nach der Richtung c p, und durch abermahlige Zurückwerfung von dem Spiegel p längst p K ein zweytes Sonnenbild in dem Fernrohre nach der Richtung K p erblicke.

4. Es wird nun leicht seyn, c h in die Lage zu bringen, daß sich die gleichnahmigten Ränder beyder Sonnenbilder z. B. die untern (in welchem Falle man denn wissen muß, ob K m ein astronomisches oder terrestrisches Fernrohr ist) einander genau berühren. In dem Augenblicke, da dieses geschieht, lasse man c h unverrückt, und untersuche nun den von c h auf dem Rande des Werkzeugs durchlaufenen Bogen n h, so wird derselbe das Maaß des Winkels S m s (wo c m die Verlängerung von S c ist) oder des Winkels S s s (wo s s wieder die Verlängerung von K m s ist) seyn, und dieser Winkel S s s ist, wegen K s B = S s A = A s s (nach den Gesetzen der Zurückwerfung des Lichtes) dem doppelten Winkel S s A d. h. der doppelten Erhöhung des gedachten Sonnenrandes über der Horizontalebene A B gleich.

5. Dies giebt einen allgemeinen Begriff, wie man vermittelst eines katoptrisch-dioptrischen Werkzeugs die Höhe eines Gestirns über der Horizontalfläche, und so überhaupt Erhöhungswinkel messen kann. Die Ausübung setzt dabey einige Fertigkeit voraus, die gedachten Bilder ohne großen Zeitverlust in Berührung zu bringen, ohne ein Stativ zu dem Werkzeuge nöthig zu haben, welches gerade der Hauptvortheil von Werkzeugen dieser Art ist. Man kann auf diese Art es bald dahin bringen, correspondirende Sonnenhöhen u. dgl. ziemlich schnell nach einander zu nehmen, ohne das Werkzeug anders als bloß mit der freyen Hand zu behandeln. Bey katoptrisch-dioptrischen Werkzeugen, welche eine etwas andere Anordnung der Spiegel haben, als das (§. 122.) angegebene, bleibt das Verfahren, Höhenwinkel zu messen, in der Hauptsache dasselbe. Bey Messung von Sternhöhen, zum Behufe der daraus abzuleitenden Polhöhen u. dgl. wird auf gleiche Weise verfahren, in welchem Falle denn ein Stern das ist, was im vorhergehenden ein Sonnenrand war.

Bey Sonnenbeobachtungen muß das Fernrohr mit einem gefärbten Blendglase versehen seyn.

6. Die Hauptsache kommt darauf an, daß AB eine recht ebene und genau horizontal

gestellte Spiegelfläche ist; am besten ein kleiner ebener Metallspiegel (weil gläserne Spiegel doppelte Bilder machen), welchem man denn eine Unterlage giebt, welche sich durch Stellschrauben, nach Maasgabe zweyer auf den Spiegel gelegten genau berichtigten Libellen, gehörig stellen läßt, bis beyde Libellen auf dem Spiegel einspielen (§. 156. IV. rc.). Hat man ein sehr ebenes Spiegelglas, dessen hintere Fläche mit einem schwarzen Firniß, oder mit schwarzer Oelfarbe belegt ist, so wird das hintere von jenen doppelten Bildern fast verschwinden, oder man kann auch jene hintere Fläche matt schleifen lassen. Statt eines solchen Metall- oder Glasspiegels dient auch eine Quecksilberfläche, in einer wenigstens 5 Zoll weiten Porzellain- oder Glasschale, welche Quecksilberfläche sich dann von selbst horizontal stellt, wenn die Schale vor aller Erschütterung vollkommen gesichert ist. Statt dieses sogenannten Quecksilberhorizontes kann auch ein Oelhorizont aus schwarz gefärbten Oele dienen, wozu am besten gutes Leinöl gebraucht wird, nachdem solches mit einer hinlänglichen Menge Kienruß über gelindem Kohlenfeuer versetzt worden ist. Das umständlichere über alle diese künstlichen Horizonte, und die bey ihrer Anwendung zu beobachtenden Vorsichten, wenn eine sehr große Genauigkeit erhalten werden soll, sehe man in Hrn. Prof.

Bohnenbergers Anl. zur geographischen Ortsbestimmung, vorzüglich vermittelst des Spiegelsextanten. Göttingen 1785.

§. 347. Aufgabe. Den Unterschied der Mittagskreise (§. 343. II.) zweyer Oerter auf der Erdfläche zu finden.

Aufl. I. Diese Aufgabe kann auf mancherley Arten aufgelöset werden. — Die meisten erfordern aber mehrere Kenntniß der Astronomie, als ich hier vortragen darf. Ein gewöhnliches und leicht zu verstehendes Verfahren bestehet darinnen:

II. Bekanntlich haben nicht alle Oerter auf der Erdfläche in einem und demselben Augenblicke Mittag. Nur denen, welche unter einem und demselben Mittagskreise liegen, kulminirt die Sonne in einerley Augenblicke. Diejenigen Oerter, welche weiter gegen Osten liegen, bekommen die Sonne eher in ihren Mittagskreis, die westlichern später, und zwar dergestalt, daß für jede 15° Unterschied der Mittagskreise, eine Stunde eines Sterntages zu rechnen ist.

III. Wenn also zwey Beobachter in verschiedenen Mittagskreisen einerley Begebenheit am

am Himmel, in einerley absoluten Augenblicke wahrnehmen, so werden doch beyde, jeder von seinem Mittage angerechnet, in diesem Augenblicke nicht gleichviel Stunden, Minuten und Secunden zählen, sondern der östlichere wird um so viel mehr Zeit angeben, als er eher Mittag gehabt hat. Aus diesem Unterschiede der Zeiten (Meridianunterschied in Zeit) findet sich demnächst der Unterschied der Mittagskreise beyder Beobachter in Graden ꝛc. (II.), oder wie man auch sagt im Bogen.

IV. Da nun die Astronomie lehret, daß z. E. eine Mondsfinsterniß, oder die Verfinsterung eines Jupiterstrabanten, sich einem jeden Beobachter auf der Erde, der sie wahrnehmen kann, in einem und demselben absoluten Augenblicke darstellen muß, so werden diese Erscheinungen zur Bestimmung des Unterschiedes der Mittagskreise sehr bequem seyn.

Gesetzt, ein Beobachter A habe an einem gewissen Tage aus übereinstimmenden Sonnenhöhen gefunden, daß zu Mittage der Zeiger seiner Uhr auf 12 U. 18 M. 20 S. gestanden seyn müßte. Wenn er nun des Abends, da die Uhr wieß 7 U. 5 M. 10 S., den Anfang oder das Ende einer der erwähnten Finsternisse beobachtet hätte, so würde diese Beobachtung eigentlich

lich um 6 U. 46 M. 50 S. nach dem Durchgange der Sonne durch die Mittagsfläche geschehen seyn. Man muß sich nemlich vorstellen, als wenn die Stunden an der Uhr, von 12 U. angerechnet, in Einem fortgezählet würden, so käme 19. U. auf 7 Uhr Abends, wo denn

19U.5M.10S.—12U.18M.20S.=6U.46M.50S.

V. Eben so habe ein Beobachter B an einem andern Orte der Erdfläche gefunden, daß im Mittage eben desselben Tages (IV.) der Zeiger seiner Uhr auf 11 U. 44 M. 10 S. gestanden, und die in (IV.) erwähnte Erscheinung Abends um 6 U. 15 M. 12 S. an seiner Uhr beobachtet worden sey, so würde solche von der Zeit, die die Uhr im Mittage wies, angerechnet, eigentlich Abends um 6 U. 31 M. 2 S. vorgefallen seyn.

VI. Wenn nun beyde Uhren gleich geschwind gehen, das heißt, beyde in einem Sterntage gleichviel voreilen oder zurückbleiben (§. 345. VIII.), so würde der Beobachter B in eben demselben absoluten Augenblicke, da sich die Verfinsterung anfieng oder endigte, von seinem Mittage angerechnet, weniger Zeit zählen, als A, und zwar 15 M. 48 S. weniger, d. h. um so viel in Zeit würde B westlicher liegen, als A.

Man

Man schliesse also nach (II.) 1 Stunde zu 15 M. 48 S. = 15° : x, oder auch

24 Stund : 15 M. 48 S. = 360° : x

so kömmt x = 3° . 57′ für den Unterschied der Mittagskreise im Bogen (III.) vorausgesetzt, daß beyde Uhren genau Sternzeit weisen.

VII. Wenn aber beyde Uhren in einem Sterntage z. E. um 2 M. voreileten, so müßte man eigentlich in die erwähnte Proportion statt 24 St. setzen 24 St. + 2 M., oder wenn sie beyde um so viel zurückblieben, 24 St. — 2 M. u. s. w.

VIII. Sind aber 24 St. beyder Uhren nicht gleich viel von einem Sterntage unterschieden, so muß man diese Abweichung vorher in Erwägung ziehen, und aus der bekannten Größe derselben die in (V.) angegebene Zeit erst auf Stunden der Uhr (IV.) reduciren, ehe man die Rechnungen (VI. VII.) vornehmen darf. — Mit einem Beyspiele brauche ich diese, nach einigem Nachdenken leicht vorzunehmende Reduction nicht zu erläutern.

Anmerkungen.

§. 348. Daß man die Beobachtungen, da der Mond, oder ein Jupiterstrabant, in oder

aus

aus dem Schatten seines Planeten tritt, sehr genau angeben müsse, wird daraus erhellen, weil 1 Secunde Fehler in der Zeit, die in dem zweyten Gliede der Proportion (VI.) vorkömmt, schon 15'' im Bogen, oder in dem Werthe von x (VI.) beträgt. Man muß daher nicht allein sich auf den Gang der Uhren verlassen können, sondern auch aus vielen übereinstimmenden Sonnenhöhen den Stand der Zeiger an den Uhren, im Mittage eines jeden Orts zuverlässig bestimmt haben. Bey diesem Geschäfte wird man auch gewisse Correctionen, die man dem Mittage aus übereinstimmenden Sonnenhöhen geben muß, nicht vernachlässigen dürfen (man s. Kästners astronom. Abhandl. 1. Samml. S. 288.). Die Verfinsterungen der Jupiterstrabanten müssen mit stark vergrössernden Werkzeugen beobachtet werden, und die Beobachter sollen so viel als möglich, entweder Fernröhre von einerley Beschaffenheit dazu gebrauchen, oder doch die Abmessungen und sonstigen Umstände derselben angeben, um den Grad der Genauigkeit ihrer Beobachtung daraus schätzen zu können. — Andere hieher gehörige nothwendige Kenntnisse und Bemerkungen darf ich hier nicht vortragen. — Man s. mehreres davon in Hell Ephemerid. Astr. 1764. p. 188. Bey den Mondsfinsternissen beobachtet man vorzüglich die Antritte des Schattens an gewisse Flecken im Monde, oder auch, wenn die Flecken wieder

aus

aus dem Schatten treten, und nimmt aus den sich ergebenden Unterschieden der Mittagskreise ein arithmetisches Mittel. Bey einem jeden Flecken muß bemerkt werden, wenn er den Schatten berührt, und wenn er ganz darinn ist, damit die Beobachtungen vergleichbar sind. — An welchen Tagen Ein- oder Austritte der Jupiterstrabanten vorfallen, findet man in den astronomischen Kalendern. — Da aber diese nur für den Mittagskreis eines gewissen Orts berechnet sind, so muß man schon ohngefähr wissen, wie viel ein anderer Ort, wo man die Beobachtung der Verfinsterung eines Jupiterstrabanten anstellen will, östlicher oder westlicher liegt, als der, für den der Kalender berechnet ist, damit man beyläufig weiß, wenn man sich zur Beobachtung zurüsten muß. So genau kann man aber immer aus mittelmäßig genauen Charten, vorläufig den Unterschied der Mittagskreise wissen.

Vorzüglich ist jetzt das Verfahren durch tragbare Uhren oder Taschenchronometera a), durch Spiegelsextanten, womit man die Distanzen der Fixsterne von dem Monde mißt, durch Sonnenfinsternisse, Bedeckungen der Fixsterne vom Monde u. dgl. die

a) Bohnenberger im angeführten Buche §. 226 2c. v. Zach im Leipz. Mag. für Mathematik. 1787. 4tes Stück.

die Längen der Oerter zu bestimmen, sehr gebräuchlich, und diese Methoden empfehlen sich auch vor den Beobachtungen der Mondfinsternisse, der Verfinsterung der Jupiterstrabanten durch eine grössere Genauigkeit, sind aber zum Theil mit beschwerlichen Rechnungen verbunden.

Man wird jedoch bald finden, daß man zur Bestimmung des Unterschiedes der Mittagskreise viele Beobachtungen angestellt haben muß, um nur eine Zuverlässigkeit von einer halben Minute im Bogen (III.) zu erhalten, und daß zur wirklichen Ausübung überhaupt noch mehr Kenntnisse erforderlich sind, die aber nur aus astronomischen Werken vollständiger erlernt werden können; deren mehrere im IVten Theile dieser practischen Geometrie, welcher auch den besondern Titel: Anweisung zur Verzeichnung der Land- See- und Himmelscharten 1794. hat, im 7ten §. angeführt sind — woselbst denn auch eine Tafel der geographischen Längen und Breiten mehrerer der vorzüglichsten Oerter nach den neuesten Bestimmungen vorkömmt (Neue Ausgabe 1815.).

Denen dort genannten Schriften können noch folgende beygefügt werden:

London, Sewell — Theory and Practice of finding the longitude at Sea or Land: to which

which are added various methods of determining the latitude of a place, and variation of Compass, with new Tables, by Andrew Makey. A. M. F. R. S. Edinburg, 1787.

Von den verschiedenen bisher bekannten Methoden zur Bestimmung der geographischen Länge und Breite — von P. G. E. Brodhagen, Lehrer der Handl. Acad. zu Hamburg 1791.

De la mesure du Temps, par Mr. Berthoud. In diesem Buche sehr vieles von dem Gebrauche der Längenuhren, um den Unterschied der Mittagskreise, und also die Längen der Oerter zu finden. Ueber den Gebrauch der Hadleyischen Octanten und Sextanten zu diesem Geschäfte kann auch nachgelesen werden eine bey den Holländern sehr beliebte Schrift: Verhandling ober de Inrichting en het Gebruik der Octanten en Sextanten von Hadley. Amsterd. 1788. Vorzüglich aber Hrn. Prof. Bohnenbergers oben angeführte Schrift.

§. 349. Aufgabe. Es sey (Fig. LXXII.) APQ die halbe Erdkugel, P der Nordpol, AQ der Aequator. — Ein Stück der Erdfläche liege zwischen

schen den beyden Mittagskreisen PC, PQ, und den beyden Parallelen ab, cd, also innerhalb des Vierecks abcd. Es sey übrigens dieses Viereck ein so geringer Theil der Erdfläche, daß man es ohne merklichen Irrthum als eine ebene Fläche betrachten darf, d. h. daß die Bogen ab, ad, bc nur wenige Grade betragen. Man soll das Viereck abcd auf dem Papiere, als einer ebenen Fläche, dergestalt entwerfen, daß es dem auf der Kugelfläche, so viel als möglich, ähnlich sey.

Aufl. I. Man gedenke sich den Bogen bc des Mittagskreises bey m halbirt, und an m eine Tangente $m\pi$ gezogen, so wird solche, gehörig verlängert, in einen Punkt π der verlängerten Erdaxe GP einschneiden.

II. Man fälle von m auf GP die senkrechte Linie mk, und lasse das rechtwinkliche Dreyeck πmk und πG herumdrehen, so wird πm die krumme Seitenfläche eines Kegels beschreiben, der die Kugel in einem Parallelkreise durch m ringsherum berühren würde.

III. Weil der Bogen bc ohne merklichen Irrthum für eine gerade Linie angenommen wird, so kann man die Punkte b, c auf der Kugel-

gelfläche betrachten, als lägen ſie auf der Tan-gente m π ſelbſt, und das ganze Stück a b c d der Kugelfläche kann man ohne beträchtlichen Fehler als ein Stück der erwähnten Kegelfläche anſehen.

IV. Gedenkt man ſich nun dieſes Stück a b c d der Kegelfläche in eine Ebene ausgebrei-tet (aus der Geometrie weis man, daß ſelbſt die ganze Kegelfläche ſich in eine Ebene ausbreiten läßt), und ſtellet α β γ δ (Fig. LXXIII.), die-ſes ausgebreitete Stück der Kegelfläche, auf dem Papiere im kleinen vor, ſo wird, wegen der ge-ringen Größe der Bogen a b, b c, c d, a d, die Figur α β γ δ der a b c d ohne merklichen Feh-ler ähnlich ſeyn, auch wird man leicht begreifen, daß die Bogen der Mittagskreiſe a d, b c auf dem Papiere beynahe gerade Linien α δ, β γ, die Parallelen a b, c d aber auf dem Papiere Kreisbogen α β, γ δ werden müſſen, deren Halbmeſſer p β, p γ ſich wie die Linien π b, π c, ſo wie denn auch die Längen dieſer Bögen α β, δ γ ſich wie a b, c d, und die Größen α δ, β γ wie a d, b c verhalten müſſen.

V. Um [illegible] die Figur α β γ δ auf dem Pa-piere beſch[illegible]en zu können, ſo ſuche man die Halbmeſſer p β, oder p γ. Dieſe findet man auf folgende Art.

VI. Des Punktes c (Fig. LXXII.) geo-graphiſche Breite, oder Polhöhe Q c heiße B;

Die

Die halbe Entfernung der beyden Parallelen, oder den Bogen $mb = mc = \frac{1}{2} bc$, nenne man in Secunden $= \varepsilon$, mithin in Theilen des Sinus totus 1, $= \frac{\varepsilon}{206264}$.

VII. Man ziehe ch mit mk parallel, und von m auf ch die senkrechte Linie mi, so ist

$$ci : ch = cm : c\pi \text{ oder}$$
$$ch - mk : ch = cm : c\pi$$

d. h. $\cos B - \cos(B+\varepsilon) : \cos B = cm : c\pi$.

Weil aber $\varepsilon = \frac{1}{2}$ Bogen cb nur wenige Grade hält, so kann man ohne beträchtlichen Fehler setzen

$$\cos(B+\varepsilon) = \cos B - \frac{\varepsilon \sin B}{206264} \text{ (VI.)}$$

mithin $\cos B - \cos(B+\varepsilon) = \frac{\varepsilon \sin B}{206264}$ und

$$c\pi = \frac{cm \cdot \cot B}{\varepsilon} 206264.$$

VIII. Weil aber auf dem Papiere (Fig. LXXIII.) (V.) sich nach dem verjüngten Maaße verhalten muß

$$\beta\gamma : \gamma p = bc : c\pi \text{ (Fig. LXXII.)}$$
$$= 2 \cdot cm : c\pi$$

so wird auch

$$c\pi = \frac{2 \cdot cm \cdot \gamma p}{\beta\gamma}.$$

IX. Die beyden Werthe von $c\pi$ aus (VII. VIII.) einander gleich gesetzt, geben

$$\gamma p = \frac{\beta\gamma}{2\varepsilon} \cot B . 206264.$$

X. Man setze nun, 1° des Mittagskreises, oder des Bogens bc, solle auf dem Papiere, oder auf der geraden Linie $\beta\gamma$, a pariser Zolle lang seyn, so wird 1″ auf $\beta\gamma$ halten $\frac{a}{3600}$ paris. Zoll.

Weil aber $\beta\gamma$ auf dem Papiere den Bogen $bc = 2\varepsilon$ ausdrückt, so hält $\beta\gamma$, 2ε Secunden, und folglich ist

$$\beta\gamma = \frac{2\varepsilon . a}{3600} \text{ par. Zoll.}$$

XI. Dieses giebt demnach

$$\gamma p \text{ (IX.)} = \frac{a}{3600} \cot B . 206264 \text{ par. Z.}$$

oder $\gamma p = 57,29\, a \cot B$. par. Z.
wo $\log 57,29.. = \log 206264 - \log 3600$
$= 1,7581226.$

XII. Wenn also der bey der Figur $\alpha\beta\gamma\delta$ zum Grund gelegte verjüngte Maasstab die Größe hat, daß ein Grad des Mittagskreises auf

auf dem Papiere, und also auf $\beta\gamma$, a paris. Zoll halten soll, so wird der Bogen $\gamma\delta$, der auf dem Papiere den Parallelkreis c d (dessen Abstand vom Aequator = B) ausdrückt, einen Halbmesser p γ haben, dessen Größe wird seyn = 57, 29 . . a cot B parisſ. Zolle.

XIII. Nachdem man den Halbmesser p γ gefunden hat, so hat man auch den für den Bogen $\beta\alpha$, der aus demselben Mittelpunkte p beschrieben werden muß, wenn $\alpha\beta$, $\delta\gamma$ die Parallelkreise a b, c d auf des Kegels Oberfläche (Fig. LXXII.) (IV.) geben sollen. Also

$$p\beta = p\gamma - \beta\gamma = p\gamma - \frac{2\varepsilon \cdot a}{3600} \text{ par. Zoll.}$$

Die Bogen $\gamma\lambda$, $\beta\lambda'$ (Fig. LXXIII.) sollen den Graden auf den Parallelkreisen c d, b a gemäß seyn, wie groß wird man $\gamma\lambda$, $\beta\lambda'$ nach dem angenommenen Maaßstabe (X) nehmen müssen?

XIV. Wenn des Parallels c d Breite Q c wie bisher = B, und des P. b a Breite Q b = B + 2 ε (VI.), so lehret die Geometrie, daß die Grade auf den Parallelkreisen c d, b a, zu den Graden auf einem Mittagskreise, als einem größten Kreise, sich verhalten müssen, wie

die Cosinusse der Breiten zum Sinus totus; also wie $\cos B$: $\cos (B + 2\varepsilon)$ zu 1.

Stellet also $\gamma\lambda$ auf dem Papiere einen Gr. des Parallels c d, und $\beta\lambda'$ einen des P. ba vor, und hält, wie vorhin, 1° auf dem Mittagskreise $\beta\gamma$, a par. Zoll; so ist

$$\gamma\lambda = a \cos B \text{ par. Zoll}$$
$$\beta\lambda' = a \cos (B + 2\varepsilon) \text{ par. Zoll.}$$

Zus. Die Länge des Bogens $\gamma\lambda$ ist $a \cos B$, und der zugehörige Halbmesser $p\gamma = 57,29\, a \cot B$, folglich ist $\gamma\lambda$ ein solcher Theil vom Halbmesser $p\gamma$, als der Bruch $\frac{\gamma\lambda}{p\gamma} = \frac{a \cos B}{57,29\, a \cot B}$ ausdrückt.

Dieser Bruch verwandelt sich in $\frac{\sin B}{57,29}$

Man setze in (Trig. S. IV.) das dortige $a = \frac{\sin B}{57,29}$, so wird die Anzahl von Sekunden, die auf den dem Bogen $\gamma\lambda$ zugehörigen Winkel $\lambda p \gamma$ gehen

$$x = \frac{206264 \cdot \sin B}{57,29}$$

Also in Graden

$$\lambda p \gamma = \frac{206264}{3600 \cdot 57,29} \sin B$$

oder

oder wegen $3600 \cdot 57,29 = 206264$; $\lambda p \gamma = \sin B$.

Wenn also $\gamma\lambda$ einem Grade des Parallels cd zugehört; so drückt $\sin B$ die Größe des dem Bogen $\gamma\lambda$ zugehörigen Winkels $\lambda p \gamma$ in Graden aus.

Ex. Für $B = 48°$ ist $\sin B = 0,7431$... Also $\gamma p \lambda = 0,7431° = 44' \cdot 35'', 3$.

Wenn auf eben die Art γl, 2 Graden auf dem Parallele cd zugehört, so ist

$$\gamma p l = 2 \cdot \gamma p \lambda = 1° \cdot 29' \cdot 10'', 6.$$

und wenn $\gamma\delta$ drey Graden auf cd zugehört, so ist $\gamma p \delta = 3 \cdot \gamma p \lambda = 2° \cdot 13' \cdot 45,9''$
u. s. w.

Wenn also gleich die Bögen $\gamma\lambda$, λl, $l\delta$, in Beziehung auf ihren Mittelpunkt p, keine wirklichen Grade sind, so kann man sie doch so nennen, in so ferne sie auf dem Papiere die Grade des zugehörigen Parallelzirkels cd ausdrücken, oder sich wie diese verhalten.

Das Stück der Kugelfläche abcd (Fig. LXXII.) auf dem Papiere zu verzeichnen, und zugleich die einzelnen Grade auf den Mittagskreisen und Parallelen gehörig zu entwerfen.

XV. Man setze z. B., das Viereck abcd solle zwischen dem 48sten und 54sten Grad der

Breite liegen, und der Unterschied der äussersten Mittagskreise a d, b c solle 6° betragen, so wie denn auch der Bogen b c = 54° — 48° = 6° = 2 ε.

XVI. Man setze ferner, auf dem Papiere solle jeder Grad des Mittagskreises 2 pariser Zolle = a seyn.

Diesen Bedingungen gemäß trage man also auf eine gerade Linie L p (Fig. LXXIV.), von L nach 1, 2, 3 u. s. w., 6 gleiche Theile, jeden = 2 par. Zoll, so hat man auf L p erstlich die Punkte, wodurch die Parallelen (Fig. LXXII.) von Grad zu Grad gezogen werden müssen. Weil nun c d, oder der durch L zu ziehende Parallel, unter dem 48sten Grad der Breite liegt, so nehme man von L nach p eine Länge von 57, 29 . . 2 cot 48° pariser Zoll (XI.).

$$\log 57{,}29 = 1{,}7581226$$
$$\log 2 = 0{,}3010300$$
$$\log \cot 48^\circ = 9{,}9544374 - 10$$

Summe = log Lp = 2,0135900
also L p = 103,2 par. Zoll
= 8 par. Schuh 7,2 Z.

Man mache also L p von der gefundenen Größe, und beschreibe aus p, mit den Halbmessern p L, p 1, p 2 u. s. w., Kreisbogen, so hat

hat man die Parallelen durch die einzelnen Grade des Mittagskreises.

Für die den einzelneu Graden auf den Parallelen cd, ba, zugehörigen Theile oder Bögen Lm, mn u. s. w. 6 μ, $\mu\nu$ u. s. w. nehme man nach der Ordnung

Lm = mn = no = Lq = pr u. s. w. = 2. cos 48° (XIV.)
= 2.0,669 Zoll
= 1,338 Zoll

Ferner

6μ = $\mu\nu$ = $\nu\omega$ = 6$\varkappa$ = $\varkappa\rho$ u. s. w. = 2. cos 54° Zoll
= 2.0,587 Zoll
= 1,174 Zoll.

so hat man auf den Bögen s o, $\varsigma\omega$ Abtheilungen, welche die Grade auf den Parallelkreisen cd, ba ausdrücken.

Ziehet man demnach durch die entsprechenden Punkte m, μ; n, ν; u. s. w. gerade Linien, so hat man die Meridiane durch die einzelnen Grade der Parallelen entworfen, mithin das völlige Netz verzeichnet, in welches man Oerter, die innerhalb des Vierecks a b c d (Fig. LXXII.) fallen, nach Maasgabe ihrer gegebenen Breiten, und des Unterschiedes ihrer Mittagskreise eintragen kann.

Das ganze Netz kann man in ein rechtwinklichtes Parallelogramm ABCD einsch

und wie gewöhnlich an den Seitenlinien desselben, die den Mittagskreisen und Parallelen zugehörigen Grade schreiben.

Kreisbogen von sehr großen Halbmessern zu ziehen.

XVII. Da die Halbmesser der Parallelen (Fig. LXXIV.) wie pL, p 1 u. s. w. oft groß werden, (so wie denn wirklich pL, für den Parallel durch L in (XV.) schon eine so beträchtliche Größe erhielt, daß es Unbequemlichkeiten haben würde, vermittelst eines Stangenzirkels, den Kreisbogen durch L zu ziehen, indem dessen Mittelpunkt p ziemlich weit ausserhalb des Papieres fallen würde,) so muß man in der Ausübung Mittel haben, Kreise zu ziehen, ohne deren Mittelpunkte nöthig zu haben.

Es sey (Fig. LXXV.) OLN der bisher betrachtete Parallel durch L, und Lp der zugehörige Halbmesser $= 57,29$ a cot B (X.). Man gedenke sich auf dem Bogen OLN, Punkte L, M, N u. s. w. dergestalt, daß die Winkel LpM $= 1°$; LpN $= 2°$ u. s. w.

Von M, N u. s. w. stelle man sich auf pL, die senkrechten Linien Mi, Mk, 2c. 2c. vor, so sind diese Linien Sinusse der Winkel LpM, LpN, und Li, Lk u. s. w. Quersinusse derselben, für den Halbmesser Lp.

Durch

Durch L ziehe man t v auf p L senkrecht, so würde t v eine Tangente des Bogens O L N seyn; auf diese ziehe man ferner M l, N v senkrecht, so ist

L l = M i = p M . sin L p M = p L sin 1°
l M = L i = p M Qu. sin L p M = p L (1 — cos 1°)

und eben so

Lv = p L . sin 2°
N v = p L (1 — cos 2°)
u. s. w.

Ex. Für den Parallel unter dem 48sten Grad der Breite, wurde oben (XV.) gefunden L p = 103 Zolle, dieß giebt

L l = 103 . sin 1° = 103 . 0,0174 = 1,79 Z.
l M = 103 (1 . cos 1°) = 103 . 0,00015 = 0,015 Z.
L v = 103 . sin 2° = 103 . 0,0349 = 3,59 Z.
v N = 103 (1 . cos 2°) = 103 . 0,00061 = 0,062 Z.
u. s. w.

Auf die Linie L p ziehe man also t v senkrecht, und mache die Linien L l, L v u. s. w. von der gefundenen Größe; Durch l, v, u. s. w. errichte man l M, v N, senkrecht, und mache sie auch von der gefundenen Größe, so hat man die Punkte, L, M, N und so auch auf eine ähnliche Art, die linker Hand L p, auf dem Kreisbogen O L N, gleichsam durch Abscissen und Ordinaten bestimmt, und kann also die gefun-

fundenen Punkte, N, M, L, ... O auf dem Papiere durch eine zusammenhängende Krümmung verbinden; welche denn den Parallel O L N, ohne ihn aus seinem Mittelpunkte p gezogen zu haben, mit desto grösserer Genauigkeit abbilden wird, je mehr Punkte man in ihm vorher durch Abscissen und Ordinaten bestimmt hat. Man könnte auch die Punkte L, M u. s. w. von halben zu halben Graden bestimmen, um den Zug des Bogens O L N desto schärfer anzugeben. — Indessen wird es zureichend seyn, sie nur durch einzelne ganze Grade zu bestimmen.

Hat man nun solchergestalt den Bogen O L N verzeichnet, so nimmt man die Chorden L m = m n = n o = a cos B (X.) (welche nemlich ohne merklichen Irrthum ihren Bögen gleich sind) und theilt auf diese Art den Bogen O L N, so wie es den Graden des zugehörigen Parallelkreises c d (Fig. LXXII.) gemäß ist.

XVIII. Es wird zureichend seyn, die Punkte N, M, L u. s. w. nur durch gerade Linien zu verbinden, indem die Krümmung dieser Bogen NM, ML rc. rc. fast ganz unmerklich seyn wird. Will man indessen die Ziehung des Bogens N M L O, durch die gegebenen Punkte, vermittelst eines Werkzeugs erleichtern, so kann man sich dessen dazu bedienen, welches man in den Göttingischen Commentat. Soc. Scient.

ad

ad annum 1778. beschrieben findet. Man sehe auch davon (§. 18. VI.) des IVten Theiles dieser practischen Geometrie.

So kann man einen jeden andern Parallel, dessen Grad der Breite gegeben ist, auf dem Papiere, ohne seinen Mittelpunkt nöthig zu haben, beschreiben.

Für die Kreisbogen durch 1, 2, 3 (Fig. LXXIV.) wären die Halbmesser

p1 = pL — L1 = 103 Zoll — 2 Z. = 101 Z.
p2 = pL — L2 = 103 Zoll — 4 Z. = 99 Z.
u. s. w.

in der Rechnung (XVII.) zu gebrauchen, um für die durch 1, 2, 3 u. s. w. zu ziehenden Parallelen, die Abscissen und Ordinaten zu bestimmen.

§. 350. Aufgabe. Oerter, deren Polhöhen oder Breiten, und Unterschiede der Mittagskreise bekannt sind, in das Netz ABCD einzutragen. Das Netz selbst erstrecke sich z. B. vom 48 bis zum 54sten Grad der Breite, und vom 27 bis 33sten Grad der Länge, letztere, wie gewöhnlich, von einem gewissen bestimmten ersten Mittagskreise, z. E.

von dem durch die Insel Ferro, angerechnet.

Aufl. I. Man setze eines in das Netz einzutragenden Ortes y Breite oder Polhöhe = 52°. 36′; Länge von der Insel Ferro angerechnet = 32°. 30′.

II. Wenn man sich nun den Mittagskreis s ς (Fig. LXXIV.) durch den 27sten Grad der Länge, folglich r ρ durch den 28sten u. s. w. vorstellet, so wird y zwischen die beyden Mittagskreise n ν, o ω fallen;

III. Und weil ferner s o den Parallel durch den 48sten Grad der Breite bedeutet, mithin die Parallelen durch 1, 2, 3 u. s. w. nach der Ordnung durch den 49, 50, 51sten Grad der Breite gehen, so wird der Ort y auch zwischen die Parallelen x z, t w zu liegen kommen müssen.

IV. Folglich wird er wegen (II.) und (III.) in das Viereck e f g h fallen.

V. Man theile die gegenüber stehenden Grade der äussersten Parallelzirkel, nemlich n o, ν ω, in die einzelnen Minuten, nehme n a und ν b = 30′, und gedenke sich die Linie a b gezogen, so ist a b der Mittagskreis, dessen

Länge

Länge = 32°. 30′; Auf diesem muß also y liegen.

Man mache $cy = \frac{36}{60} eg$, so wird, wegen $eg = 1°$ des Mittagskreises, das Stück $cy = 36'$. Mithin des Punktes y Breite $= 48° + ac + cy = 48° + 4° + 36' = 52°. 36'$; Folglich ist die Lage des Orts y, innerhalb des Vierecks efgh, gehörigermaaßen bestimmt, und auf dieselbe Art läßt sich ein jeder Ort, dessen Länge und Breite gegeben ist, in das Netz tragen.

Zus. I. Wenn i einen andern Ort bedeutet, der durch Länge und Breite eingetragen worden, so läßt sich ein dritter Ort u, dessen Weiten von y und i etwa durch die practische Geometrie bestimmt worden wären, auf die Charte dadurch verzeichnen, daß man über iy das Dreyeck iyu beschreibt, wobey denn vorausgesetzt wird, daß man wisse, ob u rechter oder linker Hand iy falle.

Zus. II. Hiebey ist noch zu merken, daß der Maasstab auf der Charte sich nach der Länge a (§. 349. X.) richten muß, die man einem Grade des Mittagskreises gegeben hat. Wären also die Entfernungen iu, uy in deutschen oder geographischen Meilen gegeben, so

müßte

müßte man a, oder die Länge eines Grades des Mittagskreises auf der Charte, in 15 gleiche Theile theilen, um den Maasstab für die Meilen zu erhalten.

Zus. III. Wären i, y Oerter, die man durch Länge und Breite auf die Charte getragen hätte; so kann man ihre Entfernung i y nach dem Maasstabe (Zus. II.) messen, und umgekehrt eines Ortes, wie u, den man vermittelst des Dreyecks i y u, oder den bekannten Weiten y u, i u (Zus. I.), auf die Charte verzeichnet hätte, Länge und Breite finden, wenn man durch u eine gerade Linie a b zöge, die auf v ω und n o ähnliche Stücke v b, n a abschnitte, und hierauf auf s a, a u die Grade und Minuten zählte; So wäre, unter der bisherigen Voraussetzung, des Orts

u Länge $= 27^\circ + sa$

Breite $= 48^\circ + au$

Zus. IV. Man wird hieraus einsehen, wie Messungen der practischen Geometrie auf die Geographie Einfluß haben. Hat man nemlich nur ein paar Oerter, wie i, y, durch Hülfe astronomischer Beobachtungen der Länge und Breite auf die Charte getragen, so kann man eines jeden andern Orts, dessen Lage man gegen i, y, durch Hülfe der practischen Geometrie, bestimmt hat, seine geographische Länge und Breite finden.

An

Anmerkung.

§. 351. I. Das Bisherige kann mit Nutzen gebraucht werden, auf kleinen Stücken der Erdfläche, die man nach den Vorschriften der practischen Geometrie vermessen hat, die Parallelkreise und Meridiane zu entwerfen, mithin eine geometrische Charte zu geographischen Absichten, und andern Folgerungen daraus, zuzubereiten. — Einige astronomische Beobachtungen werden aber dabey, nach (Zus. IV.), immer erforderlich seyn, und aus dieser Ursache habe ich im Vorhergehenden das Practische bey dem Verfahren, die Polhöhen und den Unterschied der Mittagskreise oder Längen zweyer Oerter zu finden, nicht ganz übergehen dürfen.

II. Des bisherigen Verfahrens, ein kleines Stück der Erdfläche, als ein Stück einer Kegelfläche zu betrachten (§. 349. IV.) und dieser Voraussetzung gemäß, ein Netz für die Mittagskreise und Parallelkreise zu entwerfen, haben sich verschiedene Geographen zur Verfertigung der Landcharten von einzelnen Ländern, die nicht zu groß sind, mit Vortheil bedient. — Hieher gehört auch die kritische Charte von Deutschland, die mein Vater in der Homännischen Officin herausgegeben hat. Sie erstreckt sich vom 45sten Grad der Breite, bis beynahe zum 55sten, und vom

24sten

24sten Gr. der Länge bis ohngefähr zum 37sten; nimmt also beynahe 10° der Breite und 13° der Länge ein. Die Grösse eines Grades auf den Mittagskreisen beträgt ohngefähr 19 pariser Linien.

III. Ob man unter diesen Umständen das Stück der Erdfläche, welches das ganze Deutschland einnimmt, noch als eben betrachten darf, wird sich aus (§. 342.) beurtheilen lassen.

Man setze i, y, u seyen drey Oerter (Fig. LXXIV.) auf der erwähnten Charte von Deutschland, und diesem geradlinigten Dreyecke i y u, gehöre auf der Erdkugel ein sphärisches I U Y zu. Wegen der Krümmung der Erdfläche werden nun nie alle 6 Stücke des sphärischen Dr. mit denen des geradlinigten übereinstimmen. Drey Stücke kann man in beyden übereinstimmend annehmen, aber die übrigen drey werden alsdann desto mehr von einander abweichen, je grösser das Stück der Erdfläche ist, welches I U Y in sich begreift.

Ich will nun z. E. iu = iy = 10° = 150 Meilen, und eben so IY = IU = 10°, ferner den Winkel i = I = 60° annehmen, und sehen, um wie viel yu von YU wegen der Krümmung der Erde abweichen würde.

In

In (§. 342. VII. IX.) setze man also das dortige m = 10° und A = l = 60° so wird nach gehöriger Rechnung

YU = 9°,9619; yu = 150 M.

Also in Meil. YU = 149,428 Meil.
abgezogen von yu = 150,000 M.
läßt yu — YU = 0,572 M.

Also auf 150 Meilen = yu, könnte der Fehler wegen der Krümmung der Erde ohngefähr $\frac{6}{10}$ einer Meile betragen. Nun sind aber auf meines Vaters Charte 15 Meilen = 16 par. Linien, mithin $\frac{6}{10}$ M. = 0,9 einer par. Linie.

Um so viel können also Oerter, die auf der erwähnten Charte ohngefähr am weitesten von einander wegliegen, nach dem angenommenen verjüngten Meilenmaasstabe unrichtig liegen, in so ferne nemlich diese Unrichtigkeit blos von der Krümmung der Erde herrührte. Ob man nun 0,9 par. Linien für einen physischen Punkt auf der Charte ansehen darf, überlasse ich dem Leser selbst zu beurtheilen, aber auch dabey zu überlegen, daß man wohl aus andern Ursachen (§. 208. VIII.) eine solche Unrichtigkeit beynahe ausser Acht lassen dürfte. Mehreres hievon im IV. Theile dieser pract. Geometrie (§. 31 rc.)

IV. Man hat noch eine Methode, Netze für kleine Stücke der Erdfläche zu verzeichnen,

die darinnen bestehet, daß man auf der Charte, die Parallelkreise selbst, auch für gerade Linien annimmt, die auf dem Mittagskreise L 6 (Fig. LXXIV,), der durch die Mitte der Charte gehet, senkrecht stehen. Weil aber die Grade auf dem nördlichern Parallel p ω kleiner sind, als auf dem r o, so werden alsdann die Vierecke e f g h, die nahe an den Rand der Charte zu liegen kommen, nicht rechtwinklicht bleiben können, und mithin den zugehörigen sphärischen Vierecken auf der gekrümmten Oberfläche der Erde unähnlicher seyn, als wenn man, wie bisher, für die Parallelen, Kreisbogen annimmt, bey welcher Einrichtung die Vierecke auf der Charte doch alle rechtwinklicht ausfallen. Ueberdem liegen ja selbst auf der Erdkugel nicht alle Punkte eines Parallelkreises in einer und derselben Verticalebene, weil die Parallelkreise keine größten Kreise sind, und also auch schon aus dieser Ursache dürfen sie auf der Charte nicht, wie die Bogen der Mittagskreise, durch gerade Linien vorgestellt werden. Will man also die Parallelkreise auf der Charte durch gerade Linien vorstellen, so darf man sie nicht leicht über ein paar Grade in der Länge und Breite erstrecken, da hingegen, wenn man Kreisbogen für sie nimmt, sich die Charte wohl ohne großen Fehler bis auf 8° in der Länge und Breite erstrecken läßt, besonders wenn der Meilenmaasstab nicht so groß genommen wird, daß man den von der

Krüm=

Krümmung der Erde herrührenden Fehler nicht mehr für einen physischen Punkt gelten lassen dürfte. Ueber diese, so wie über mehrere Entwerfungsarten sehe man den IVten Theil der pract. Geometrie.

Bestimmung der Lage der Oerter durch geometrische Vermessungen.

§. 352. Es würde sehr beschwerlich seyn, bey der Aufnahme einer ganzen Provinz, an vielen Oertern astronomische Beobachtungen anstellen zu müssen, um dadurch die Lage der Oerter zu bestimmen. Wenn man nur einige, und besonders die entferntesten Oerter, nach astronomischen Beobachtungen ihrer Länge und Breite auf der Charte richtig festgelegt hat, so kann man sich damit befriedigen, und die übrigen Oerter durch geometrische und trigonometrische Arbeiten auf die Charte bringen. Einige astronomische Bestimmungen, mit der gehörigen Schärfe angestellt, können nemlich nicht nur zur Prüfung der geometrischen Operationen dienen, sondern werden selbst erfordert, über die Charte gehörigermaaßen ein geographisches Netz verzeichnen zu können, damit man die Lage der Oerter auch in Rücksicht ihrer Längen und Breiten, und also in geographischen Absichten, anzugeben wisse.

Sind in einem Lande, wo Vermessungen anzustellen sind, von einigen merkwürdigen Oertern bereits astronomische Bestimmungen vorhanden, so ist dem Geometer die Arbeit (§. 345 —348.) erspart, sich selbst damit zu befassen. Er kann sich daher mit Vortheil solcher Tafeln bedienen, worinn die Längen und Breiten der vornehmsten Oerter bereits gesammlet sind.

Ein ziemlich vollständiges Verzeichniß von dergleichen Bestimmungen, findet man in der Sammlung astronomischer Tafeln, welche unter der Aufsicht der Königl. Preuss. Acad. der Wissensch. zu Berlin 1776 in 3 Octavbänden, und auch mit dem französischen Titel: Recueil des Tables astronomiques etc. etc. herausgekommen ist.

Im IVten Theile dieser practischen Geom. (§. 7.) findet sich ein Verzeichniß der Längen und Breiten, welches noch mehr Genüge leisten wird.

Ich werde nun das Wesentliche, was man bey der geometrischen Aufnahme eines ganzen Landes zu bemerken hat, hier nach der Ordnung in einzelnen Absätzen vortragen, und dasjenige, was man in den besten Schriften darüber findet, und was mir selbst durch eigenes Nachdenken dabey eingefallen ist, zu erläutern suchen.

I. Noth:

I. Nothwendigkeit einer vorläufigen Kenntniß des Landes.

§. 353. Wie beschwerlich es sey, nur eine mäßige Flur ohne zureichende vorläufige Kenntniß derselben zu vermessen, wird ein jeder, der sich schon mit solchen Arbeiten beschäftiget hat, ohne mein Erinnern, von selbst wissen. Aber unendlich grösser sind die Schwierigkeiten und Verwickelungen, welche sich bey der Aufnahme einer ganzen Provinz äussern, wenn man sich nicht schon einige Zeit gleichsam dazu vorbereitet, und aus Beschreibungen sowohl, als auch aus einigen etwa schon vorhandenen Charten und Nachrichten, die Beschaffenheit des Landes, und die darinn aufstoßenden Schwierigkeiten vorläufig kennen gelernt hat; sollten auch diese Bestimmungen nur obenhin und ohne große Genauigkeit angegeben seyn, so wird sie dennoch ein Feldmesser sehr benutzen können.

Es wird also rathsam seyn, ehe an die Vermessung geschritten wird, ein Circularschreiben an alle merkwürdigen Oerter ergehen zu lassen, mit dem Auftrage, nicht nur, die etwa schon vorhandenen Charten einzelner Bezirke, der Vermessungs-Direction einzuliefern, sondern auch die wahren Namen der in jedem Gerichte liegenden Dörfer, Flecken u. s. w. ingleichen die beyläufigen Entfernungen eines Orts von

einem andern (im Falle keine Charten vorhanden wären), die Lagen und Gestalten der Kirchthürme, und anderer weit in die Ferne sichtbaren Gegenstände anzugeben.

Da besonders Kirchthürme sehr gute Merkmahle zur Erkennung der Oerter an angenommenen Standpunkten abgeben, so kann man in Rücksicht derselben allerley Fragen sich beantworten lassen. Z. E. Ob in diesem oder jenem Orte der Kirchthurm eckigt oder rund sey, wie die Kuppel beschaffen, ob sie mit Schindeln, Ziegeln, oder wie sonst gedeckt sey, was der Thurm für einen Knopf habe, ob der Thurm vor oder hinter der Kirche, oder ihr zur Seite stehe, und nach welcher Weltgegend in Rücksicht auf die Kirche, wie auch, ob er viel oder wenig über das Kirchendach hervorrage, ob die Kirche auf einem Hügel oder einem ebenen Boden stehe, frey liege, oder mit Häusern umgeben sey, oder was sonst noch für Gegenstände nahe an der Kirche, und überhaupt in oder nahe ausser dem Orte liegen, welche sich in der Ferne gut bemerken lassen? u. dgl.

Hat man nun solche Beschreibungen, auch allenfalls Abbildungen dazu, dabey ein gutes Fernrohr oder Telescop, und einige Gehülfen, die mit der Gegend, wo man misset, aufs genaueste bekannt sind, so wird es gewiß nicht zu

befürchten seyn, an einem gewissen Standpunkte Oerter mit einander zu verwechseln, wie es in Ermangelung solcher Hülfsmittel bey der oft so grossen Menge von Gegenständen gewiß schon oft geschehen seyn mag, wie die elenden Charten, die man häufig antrift, einen zureichenden Beweiß geben.

Ausserdem muß man sich auch besonders um andere weit in die Ferne sichtbaren Gegenstände bekümmern, und daraus beurtheilen, wo sich die schicklichsten Stationen zur Vermessung der Landschaft nehmen lassen. Ueberhaupt ehe man das Messungsgeschäfte anfängt, muß das Land mit Zuziehung nöthiger Gehülfen vorher hinlänglich recognoscirt worden seyn.

Mehreres von den Vorbereitungen und Kenntnissen, die zur Aufnahme eines ganzen Landes erfordert werden, findet man auch im deutschen Staatsgeographus, den die ehemalige cosmographische Gesellschaft in Nürnberg herausgegeben hat.

II. Nothwendigkeit der unmittelbaren Messung einiger sehr großer Linien.

§. 354. Da sich die Lage der vorzüglichsten Oerter eines Landes nicht auf eine bequeme Art anders entwerfen läßt, als daß man sich durch

diese

diese Oerter Reihen von lauter zusammenhängenden Dreyecken gedenkt, und diese, nach (§. 239.), aus angenommenen Standlinien festlegt, so muß man nothwendig gewisse Linien unmittelbar messen, nicht nur die angenommenen Standlinien daraus zu bestimmen, im Falle sich solche nicht unmittelbar messen liessen, sondern auch sichere und von einander unabhängige Linien zu erhalten, durch Hülfe deren man mehrere Reihen solcher Dreyecke zuverlässiger an einander knüpfen, und über die Richtigkeit der ganzen Arbeit eine desto sicherere Prüfung anstellen kann.

Eigentlich könnte man wohl, ohne irgend eine Linie unmittelbar zu messen, die Lage mehrerer Oerter gegeneinander nach dem Verfahren des 239sten §es bestimmen. Es hängt nemlich die Lage mehrerer Punkte gegeneinander bloß von den Winkeln ab, die diese Punkte an beyden Enden einer Standlinie machen. Die Standlinie selbst brauchte in keinem gewissen Maaße bekannt zu seyn. Man könnte sie zur Einheit annehmen, und die Seiten der Dreyecke, in so ferne sie zum Auftragen erforderlich wären, nach dieser Einheit trigonometrisch berechnen. Weil man aber zu der Absicht, zu der man Charten im gemeinen Leben braucht, auch die Entfernungen der Oerter in einem gewissen bestimmten Maaße verlangt, so macht auch dieser Umstand

die unmittelbare Messung einer oder mehrerer Linien nothwendig, welche ich denn, um sie von den Standlinien zu unterscheiden, Grundlinien nennen will.

Eine solche Grundlinie muß immer einen gewissen Zusammenhang mit einigen Oertern, die mit auf die Charte kommen sollen, haben. Man könnte aus einer solchen Grundlinie, im Falle sie sich durch eine gute und freye Aussicht empföhle, selbst eine Standlinie machen, und aus ihr Objecte einer Landschaft bestimmen, oder wenn dieses nicht angienge, so liesse sich doch aus einer solchen Grundlinie eine schickliche Standlinie, in einem gewissen bestimmten Maaße, durch trigonometrische Rechnung herleiten (§. 185.).

Sollen die Bestimmungen, die man aus einer unmittelbar gemessenen Grundlinie ableiten will, sich über die Charte eines ganzen Landes, oder eines beträchtlichen Stückes desselben erstrecken, so wird man eine ziemlich große Grundlinie annehmen müssen, wenn die Folgerungen aus ihr die erforderliche Genauigkeit haben sollen, auch wird sie mit der möglichsten Sorgfalt gemessen werden müssen.

Wenn es angehet, so wählet man sie in einer freyen und offenen Gegend, und nimmt

nimmt sie wenigstens 5 bis 6 tausend Ruthen lang.

Da es ausserdem darauf ankommt, sie auch recht genau abzustecken, so muß man in der Ferne ein kenntliches Objekt, z. B. auf einem Berge, oder sonst an einem erhabenen Orte haben, dessen man sich beym Abstecken und Messen zu einem beständigen Richtpunkte bedient.

Was nun die Messung selbst betrifft, so kann man dasjenige darüber nachsehen, was ich bereits im ersten Theile dieses Buchs davon gesagt habe. Man bediene sich dazu recht ausgetrockneter Stäbe von Tannen oder Fichtenholz, die wenigstens 10 bis 12 Schuhe lang sind, und lasse der Bequemlichkeit halber, die man bey der Messung einer so langen Linie, als bey gegenwärtigem Geschäfte erfordert wird, auf alle mögliche Art sich verschaffen muß, in die abgesteckte Richtung etwa 4 Schuh hohe Pfähle in die Erde einschlagen, und wager ihre Latten an sie befestigen, auf denen man mit den Meßstangen hermisset, wie (§. 39. XV.).

Es ist höchst wichtig, daß man jedesmahl anzeichne, wenn eine Meßstange gelegt wird. Die Meßstangen müssen ihre Farbe, eine rothe, eine weise, eine schwarze, eine blaue haben. Werden nun die Rubriken im Manuale nach diesen

ten Farben eingerichtet, so kann man niemals ungewiß seyn, ob eine gelegte Meßstange eingeschrieben ist. Diese Vorsicht empfiehlt Bugge (Ausmessungsmethode, welche bey den Dänischen geographischen Charten angewandt worden, nach der Uebersetzung aus dem Dänischen von Hrn. Major Aster. Dresden, 1791.) S. 55.

Die Meßstäbe auf Schemmel oder Rüstböcke, wie (S. 94. VI.), zu legen, hat bey Messung sehr langer Linien, und besonders auf einem etwas unebenen Boden, einige Beschwerlichkeit, auch ist der Gebrauch der Meßkette hiebey mit Unbequemlichkeiten verbunden, so wie sie denn bey dem gegenwärtigen Geschäfte auch nicht die nöthige Genauigkeit verschaffet.

Zur Prüfung mißt man die Grundlinien wenigstens zweymal, und nimmt aus den etwa gefundenen kleinen Unterschieden ein arithmetisches Mittel.

Finden sich bey der Messung Hindernisse, oder Stücke der Grundlinie, die sich nicht unmittelbar messen lassen, so muß man solche nach den Aufgaben des (S. 184 rc.) aus andern kleinern Standlinien, an denen man die Winkel mit dem Astrolabio misset, trigonometrisch herleiten. An den Enden der gemessenen Grundlinien m-

den endlich kenntliche Merkmale, z. E. hohe Pfähle oder Pyramiden, aufgerichtet.

III. Netze von Dreyecken.

§. 355. 1. Nachdem eine zulänglich große Grundlinie gemessen worden, so schreitet man zu der Bestimmung eines Systems von sehr großen Dreyecken, welches man an die gemessene Grundlinie knüpfet, d. h. man bildet sich durch mehrere weit von einander entlegene Oerter zusammenhängende Dreyecke ein, davon wenigstens eines mit der Grundlinie in Verbindung stehen muß, und misset so viel Winkel, als nöthig sind, die Winkelpunkte dieser Dreyecke in ihrer richtigen Lage gegen einander berechnen und verzeichnen zu können.

2. Man wähle zu dem Ende in einem Lande, das man ausmessen will, große Anhöhen, auf denen man Signale absteckt (m. s. unten (§. 359)), Kirchthürme und andere Punkte, von denen man weit umhersehen kann, und bestimme ihre Lage gegen einander. Diese Oerter dienen alsdann zu Standpunkten, und ihre Entfernungen von einander geben Standlinien; aus denen man nach dem Verfahren des 239sten §. im Stande seyn wird, alle Oerter, nach denen man hinvisiren kann, festzulegen.

3. Die LXXVIIste Figur wird zu mehrerer Erläuterung dienen.

Daselbst stellen A, B, C, D, E u. s. w. sehr weit von einander entlegene Gegenstände vor. — Diese bilden zusammenhängende Dreyecke ABC, ACD, EAD, CBG, BGZ u. s. w., und geben gleichsam ein Netz, das man sich durch ein ganzes Land fortgeführt gedenken kann, und wo jede Seite, wie AB, BC u. s. w., eine Standlinie abgiebt, aus der man umliegende Oerter festlegen kann.

4. Um die Lage dieser Hauptstandspunkte A, B, C, D u. s. w. gegen einander zu bestimmen, so muß man von jedem wenigstens nach zwey andern hinsehen können, welches sich denn durch Hülfe einer vorläufigen Kenntniß der Gegend immer schon so wird haben annehmen lassen.

5. FP sey eine unmittelbar gemessene Grundlinie. — Aus dieser bestimmt man also eine, oder, wenn es angehet, mehrere von den erwähnten Hauptlinien. Z. E. hier würde AD die bequemste Lage gegen FP haben, und man fände AD durch Hülfe der an der Grundlinie FP gemessenen Winkel AFP, FPA, FPD, PFD nach (§. 183. III. Aufl.) trigonometrisch.

6. Zum Ueberfluß kann man auch bey A oder D ein paar andere Winkel in dem Vierecke AFPD, z. E. FAP, FDP, messen, und sehen, ob sie mit denen an der Standlinie gemessenen 180° — AFP — FPA, und 180° — PFD — FPD vollkommen übereinstimmen, welches denn, ehe man die trigonometrische Berechnung von AD vornimmt, eine Probe von der Richtigkeit der an der Grundlinie gemessenen Winkel seyn kann. Findet sich ein kleiner Unterschied, so kann man ihn allenfalls gehörigermaaßen in die Winkel vertheilen.

7. Nachdem AD mit der möglichsten Genauigkeit gefunden worden, so kann man mit ihr eine zweyte Standlinie AC verknüpfen, und sie aus der bekannten AD, und den gemessenen Winkeln CAD, ADC berechnen, so wie sich denn daraus auch DC finden ließe; Und so kann man immer von einem Dreyeck ACD zum nächst daran hängenden CAB, ADE, AEV u. s. w. fortgehen, wobey aber das allemal eine der wesentlichsten Vorschriften bleibt, in einem jeden Dreyecke ABC, CAD u. s. w. wenigstens alle drey Winkel unmittelbar zu messen, damit man eine sichere Probe von der Richtigkeit der Messungen habe, und aus der Summe der gemessenen Winkel mit 180° verglichen, allenfalls eine Correction derselben vornehmen könne, ehe man daraus die Seiten der Dreyecke berechnet.

8. Man

8. Man kann nemlich, wenn der Unterschied klein ist, ⅓ desselben zu einem jeden Winkel addiren oder davon abziehen, je nachdem sich die Summe der drey Winkel kleiner oder größer, als 180° fand.

9. Zu noch mehrerer Richtigkeit der ganzen Arbeit kann man auch, wenn es angeht, unterweilen eine Standlinie auf eine doppelte Art bestimmen, z. E. B C einmal aus dem Dreyecke A B C, und so auch aus dem Dreyecke B C G, wo denn die Vergleichung zwischen beyden Resultaten die erforderliche Probe geben wird.

10. Hat man nun durch solche zureichend entfernte Punkte einer Landschaft ein System von Standlinien fest gelegt (3, 4.), und dadurch das ganze Land in die möglichst größten Dreyecke gleichsam zertheilt (deren Winkelpunkte denn selbst Oerter seyn können, die mit auf die Charte kommen sollen, wiewohl dieses nicht immer erforderlich ist), so kann man aus einer jeden Standlinie, wie z. E. A B oder G H, alle sichtbaren umliegenden Oerter a, b, e, t, r u. s. w. durch Hülfe der Dreyecke A B a, A B e, A B b, G H r, G H t u. s. w. festlegen, und solchergestalt an jede Linie A B, G H ꝛc. ꝛc. andere Reihen von Dreyecken knüpfen, deren Seiten, wie z. E. A a, in dem Dreyecke A B a, wieder zu neuen Standlinien dienen können, an die man noch

kleinere Dreyecke, A a α, A a β knüpfen, und dadurch vielleicht Oerter bestimmen kann, die entweder gegen die gar zu große Standlinie A B zu unbequem lagen, oder gar nicht aus einem Standpunkte, z. E. B hätten gesehen werden können u. dgl.

11. Wenn man auf diese Art eine ganze Provinz erstlich in lauter grosse zusammenhängende Dreyecke zerlegt, und von diesen immer zu kleinern Systemen von Dreyecken fortgehet, so hat die ganze Messung einen sichern Gang, nicht nur das Anhäufen der unvermeidlichen Fehler, so viel als möglich zu vermindern, sondern auch unzähligen Verwirrungen zu begegnen, die sonst wegen der oft so grossen Menge von Gegenständen ganz gewiß zu besorgen wären.

12. Aus einer einzigen gemessenen Grundlinie E P, lassen sich zwar alle Hauptstandlinien A B, B C, G C ꝛc. ꝛc. und daraus ferner die mittleren, wie A a, B b ꝛc. ꝛc. und selbst endlich die kleinsten A α, a β ꝛc. ꝛc. vermittelst des Zusammenhanges aller Dreyeckensysteme trigonometrisch finden, und durch das ganze Land bestimmen. Ich wollte indessen doch rathen, wenn sich eine vortheilhafte Gelegenheit zeigt, eine neue Grundlinie, z. E. L H zu messen, solche nicht vorbey gehen zu lassen, denn sie dienet sowohl zur Berichtigung der ganzen Arbeit,

heit, als auch oft zu andern Bequemlichkeiten, wie die Ausübung von selbsten lehren wird.

13. Zur Berichtigung der Arbeit kann sie dienen, wenn man z. E. GH aus LH bestimmte, und sie mit GH in so ferne sie sich durch den Zusammenhang der vorhergehenden Dreyecke ergeben hätte, vergliche. Treffen beyde Resultate zusammen; so kann man mit Wahrscheinlichkeit behaupten, daß auch alle vorhergehenden auf FP, sich gründenden Standlinien AB, BC, CG rc. rc. ihre Richtigkeit haben müssen.

14. Uebrigens habe ich noch zu erinnern, daß man nur in den größten Dreyecken alle drey Winkel unmittelbar zu messen brauche. In kleinern, wie ABα rc. rc. Aaβ rc. rc. wird es selten erforderlich seyn, mehr als blos die beyden an jedem Standpunkte zu messen, indem die unvermeidlichen Fehler in den kleinern Dreyecken schon nicht mehr so große Folgen nach sich ziehen.

15. Daß man endlich wenigstens die größten Dreyecke so wählen müsse, daß nicht sehr spitze oder stumpfe Winkel in ihnen vorkommen, wird aus (Kap. XVII.) zulänglich erhellen. Am besten ist es, wenn sich die Hauptstandpunkte so nehmen lassen, daß die Dreyecke ABC, ACD rc. rc. so viel als möglich gleichseitig ausfallen.

16. Auch wähle man sie so, daß ihre Distanzen wo möglich einige Meilen betragen. Je entfernter man sie von einander nehmen kann, desto vortheilhafter ist es. Man wird sich aber leicht vorstellen, daß sehr klare Luft dazu erfordert wird, Signale und Objecte in so großen Abständen deutlich zu sehen. Wenn daher die Luft nicht ganz heiter ist, setze man die Beobachtungen lieber aus, als daß man sich durch unsicheres Visiren in unvermeidliche Fehler verwickle. Einige rathen daher, in dem Tagbuche auch die Klarheit der Objecte, nach denen man visirt, zu bemerken, weil, wenn einige Verbesserungen in den Winkeln nach (8) vorzunehmen wären, man solche mehr auf diejenigen Winkel, welche bey nicht ganz heiterer Luft aufgenommen worden sind, vertheilen kann, als auf diejenigen, bey deren Beobachtung die Luft klar war. Uebrigens ist es auch vortheilhaft, die Beobachtungen unter einem besonders dazu eingerichteten Zelte anzustellen, damit das Werkzeug vor Regenschauern und Sonnenstrahlen geschützet sey. Dies Zelt braucht blos in einem Obdache zu bestehen, dem man am bequemsten die Form eines Sattelsdaches giebt, welches man zusammenlegen, beym Gebrauch aber blos auf 4 Pfählen ruhen lassen kann, damit es nach keiner Seite dem Visiren hinderlich falle.

17. Es ist sehr vortheilhaft, wenn man das Aufnehmen der Triangel, welche das Haupt-

)auptnetz bilden, nach einer gewissen Ordnung ornimmt, und nun auch in dieser Ordnung iit den kleinern Dreyecken-Systemen nach-)lge. Die erste Reihe von Triangeln, die von er Grundlinie anfängt, könnte z. E. nach Nor-en zu genommen werden. Hätte man die nördli-che Gränze des Landes erreicht, so könnte man)ieder eine Triangelreihe gegen Süden nehmen, nd so mit den Triangelreihen wechselsweise)rtfahren, bis das Land nach seiner ganzen änge und Breite vermessen ist. Es versteht ch, daß die zweyte Triangelreihe sich durch)bjecte, welche auch in der ersten vorkommen, nschliessen muß. Durch je mehrere gemein-haftliche Objecte eine dergleichen Verbindung veyer Triangelreihen geschehen kann, desto vor-)eilhafter ist es. Auch kann es nicht schaden, nd ist zur Berichtigung der Arbeit sehr zu ra-)en, jede Triangelreihe für sich al-ein auf eine besonders gemessene)rundlinie zu gründen. Wenn als-ann die Entfernungen der Verbindungs-bjecte sich aus einer gewissen Reihe von Tri-ngeln eben so ergeben, wie aus der zunächst aran gränzenden, oder doch die Unterschiede ur den unvermeidlichen Fehlern zuzuschreiben nd, so kann man daraus ein Urtheil von der Genauigkeit der einzeln Triangelreihen fällen, nd die Verbesserungen so bewerkstelligen, daß iese Triangelreihen gut aneinander passen.

18. Wenn ein zu vermessendes Land sehr groß ist, so nimmt man die Arbeit nach einzeln Distrikten vor, durch welche man denn solche Triangelreihen führt. Jeder Distrikt kann für sich durch beorderte Feldmesser aufgenommen werden, und die einzeln Aufnahmen müssen alsdann durch schickliche Verbindungsobjecte zusammengehängt werden.

19. Die bisher gelehrte Methode, ein Land aufzunehmen, heißt die Triangularmethode. Sie ist ohnstreitig die bequemste und richtigste im Allgemeinen, und kann sowohl auf ebenem, als gebürgigten Lande ausgeführt werden. Indessen sind doch einige Geographen von dieser Methode abgegangen, und haben sich statt ihrer der sogenannten Parallelmethode bedient. Hieher gehört die Vermessungsart, welche Hr. Justizrath Bügge bey den Dänischen geographischen Charten angewandt, und in dem oben (§. 354.) angeführten Werke beschrieben hat.

20. Diese Parallelmethode besteht darinn, daß man durch eine ganze Provinz parallele Linien in gewissen Abständen von einander absteckt, solche mit der Kette (oder noch besser mit Maasstäben) ganz durchaus mißt, und nunmehr aus Standpunkten, die man in diesen abgesteckten Linien annimmt, vermittelst

des

des Meßtisches durch Intersektionen die visirten Objecte festlegt. Hr. Bugge nimmt die Abstände dieser Parallelen ohngefähr 10000 Ellen groß, damit nach einem verjüngten Maaßstabe, auf welchem 1000 Ellen einen dänischen Decimalzoll betragen, alle Gegenstände, die zwischen zwey solchen Parallelen aus den angenommenen Standpunkten entworfen werden, noch auf den Raum des Meßtisches fallen. Auf diese Art wurde die Insel Seeland, welche von Osten nach Westen ohngefähr 150000 Ellen breit ist, in 15 Parallelstreifen, durch abgesteckte Linien, von Süden nach Norden abgetheilt, und mehrere andere Linien wurden senkrecht queer durchgeführt, um den richtigen Abstand der Parallelen zu bestimmen. Alle diese Linien wurden mit der Kette gemessen, und dann Stückweise zur Entwerfung der Objecte vermittelst des Meßtisches angewandt.

21. Ich will dieser Parallelmethode ihre Anwendbarkeit zwar nicht absprechen, weil sie von Hrn. Bugge, als einem geschickten Geographen, selbst ausgeführt worden ist. Allein ich sehe nicht ein, daß sie vor der allgemeinen Triangularmethode große Vorzüge haben sollte. Die Einwürfe, welche Hr. Bugge gegen die letztere Methode in der erwähnten Schrift gemacht hat, können nur gelten, wenn man zur Triangularmethode sich bloß des Meßtisches be-

18. Wenn ein zu vermessendes Land sehr groß ist, so nimmt man die Arbeit nach einzeln Distrikten vor, durch welche man denn solche Triangelreihen führt. Jeder Distrikt kann für sich durch beorderte Feldmesser aufgenommen werden, und die einzeln Aufnahmen müssen alsdann durch schickliche Verbindungsobjecte zusammengehängt werden.

19. Die bisher gelehrte Methode, ein Land aufzunehmen, heißt die Triangularmethode. Sie ist ohnstreitig die bequemste und richtigste im Allgemeinen, und kann sowohl auf ebenem, als gebürgigten Lande ausgeführt werden. Indessen sind doch einige Geographen von dieser Methode abgegangen, und haben sich statt ihrer der sogenannten Parallelmethode bedient. Hieher gehört die Vermessungsart, welche Hr. Justizrath Bügge bey den Dänischen geographischen Charten angewandt, und in dem oben (§. 354.) angeführten Werke beschrieben hat.

20. Diese Parallelmethode besteht darinn, daß man durch eine ganze Provinz parallele Linien in gewissen Abständen von einander absteckt, solche mit der Kette (oder noch besser mit Maasstäben) ganz durchaus mißt, und nunmehr aus Standpunkten, die man in diesen abgesteckten Linien annimmt, vermittelst

des

des Meßtisches durch Intersektionen die visirten Objecte festlegt. Hr. Bugge nimmt die Abstände dieser Parallelen ohngefähr 10000 Ellen groß, damit nach einem verjüngten Maaßstabe, auf welchem 1000 Ellen einen dänischen Decimalzoll betragen, alle Gegenstände, die zwischen zwey solchen Parallelen aus den angenommenen Standpunkten entworfen werden, noch auf den Raum des Meßtisches fallen. Auf diese Art wurde die Insel Seeland, welche von Osten nach Westen ohngefähr 150000 Ellen breit ist, in 15 Parallelstreifen, durch abgesteckte Linien, von Süden nach Norden abgetheilt, und mehrere andere Linien wurden senkrecht queer durchgeführt, um den richtigen Abstand der Parallelen zu bestimmen. Alle diese Linien wurden mit der Kette gemessen, und dann Stückweise zur Entwerfung der Objecte vermittelst des Meßtisches angewandt.

21. Ich will dieser Parallelmethode ihre Anwendbarkeit zwar nicht absprechen, weil sie von Hrn. Bugge, als einem geschickten Geographen, selbst ausgeführt worden ist. Allein ich sehe nicht ein, daß sie vor der allgemeinen Triangularmethode große Vorzüge haben sollte. Die Einwürfe, welche Hr. Bugge gegen die letztere Methode in der erwähnten Schrift gemacht hat, können nur gelten, wenn man zur Triangularmethode sich bloß des Meßtisches be-

dienen, oder auch, wenn man in den Dreyecken die Winkel würklich gemessen hätte, sie nur vermittelst des Transporteurs auftragen wollte. Da nun wohl Niemand bey der Ausmessung einer ganzen Provinz so verfahren wird, so kann ich Hrn. B. Einwürfe nur gegen das stümperhafte Verfahren gemeiner Ingenieurs gelten lassen, die nicht wissen, wie man ein Netz berechnen und auftragen muß. Ich für meinen Theil bin überzeugt, daß die Triangularmethode, so angewandt, wie es von Cassini, Liesganig und andern, welche ganze Provinzen gemessen haben, geschehen ist, alle mögliche Genauigkeit gewährt, und dabey die bequemste ist, die bey einer solchen Arbeit gebraucht werden kann. Bedenkt man dagegen, was bey der Parallelmethode das Abstecken und Messen der vielen Parallelen für eine ungeheure Arbeit ist, was für unendliche Sorgfalt erfordert wird, wenn man solche Linien durch ein ganzes Land, über Berg und Thal, durch Wälder und Sümpfe führen muß, und was bey diesem Abstecken und Messen für mancherley Hindernisse sich darbieten müssen, wie oft man einzelne Stücken solcher Parallelen, wenn sie nicht unmittelbar gemessen werden können, doch wieder aus andern Standlinien bestimmen muß, und was überhaupt hiebey für Fehler vorfallen können, derjenigen gar nicht zu gedenken, die nachher noch bey den einzeln

Auf=

Aufnahmen vermittelst des Meßtisches, bey dem
Zusammenfügen der einzelnen Blätter zu einer
ganzen Charte, und noch aus mehreren Grün-
den zu befürchten sind, so wird man der Pa-
rallelmethode wohl schwerlich einen Vorzug vor
der Triangularmethode zugestehen können. Ja
Hr. Bugge hat es selbst eingesehen, daß man
zur Berichtigung und Prüfung der verfertigten
Charte endlich doch auch noch die Triangelme-
thode zu Hülfe nehmen müsse, wie man aus dem
zweyten Abschnitte seines Buches ersehen kann.
Wenn man aber die dem Buche beygefügte
Charte von Seeland, mit den zur Berichtigung
der Messung darauf befindlichen großen Trian-
gelreihen ansieht, so wird man finden, daß diese
beynahe ein Netz über die ganze Insel bilden.
Wäre es also (wie auch der Uebersetzer von Hrn.
B. Schrift sehr wohl erinnert) nicht besser ge-
wesen, lieber gleich zu Anfange der Messung ein
Skelet zur Charte von Seeland aus großen
Dreyecken zusammenzusetzen, dieses Netz nach
richtigen trigonometrischen Operationen zu ent-
werfen, und hierauf erst aus demselben die
Standpunkte zu kleinern Dreyeckensystemen, so
wie zum weitern Detail der Messung zu neh-
men — als nach Hrn. B's Verfahren erst die
einzeln Entwürfe vermittelst des Meßtisches
zu fertigen, und sie nachher in ein dazu ent-
worfenes trigonometrisches Netz hinein zu zwin-
gen? Ist es nicht in alle Wege besser, mit einem
großen

größen trigonometrischen Netze anzufangen, aus diesem die Standpunkte zu den einzeln Entwürfen zu nehmen und so mit dem Detail zu endigen, als vielmehr die Sache umzukehren? Mich däucht, diese Gründe sind hinlänglich, eine richtig ausgeübte Triangularmethode gegen die Einwürfe des Hrn. B. vollkommen zu rechtfertigen, und worin diese richtige Ausübung bestehe, das wird nicht nur aus dem bereits beygebrachten, sondern noch mehr aus dem folgenden erhellen. Hrn. B's. Einwürfe treffen (wie auch der Zusammenhang S. 21. ergiebt) nur eine Triangularmethode, wobey man alles mit dem Meßtische leisten will, und dieß ist denn freylich Pfuscherey.

Bemerkungen über die in den Dreyecken gemessenen Winkel, in so ferne die Krümmung der Erde auf sie Einfluß hat.

§. 356. Drey Oerter, wie A, B, C, auf der gekrümmten Oberfläche der Erde, muß man eigentlich als die Winkelpunkte eines sphärischen Dreyecks ABC, und die Entfernungen AB, BC, AC, als Bogen größter Kreise ansehen.

Misset man also, wie es bekanntlich geschehen muß, an den Stationen A, B, C die

Ho:

orizontalwinkel B A C, A B C, A C B, oder e Neigungswinkel der durch diese Oerter ein bildeten Verticalebenen; so hat man in der hat die drey Winkel eines sphärischen Dreyecks gemessen, und die Summe derselben muß ich den Gründen der Geometrie immer mehr, s 180°, der Summe aller drey Winkel eines radlinigten Dreyecks, betragen.

Der Unterschied A + B + C — 180° wird dessen desto geringer seyn, je weniger Krümung das sphärische Dreyeck A B C hat.

Nach Gründen der Geometrie, die ich hier cht vortragen kann, läßt sich beweisen, daß r Unterschied A + B + C — 180° in Se unden herauskomme, wenn man den Inhalt s sphärischen Dreyecks A B C, durch geograsische Quadratmeilen ausgedrückt, mit der ahl 0,279 multiplicirt. Man sehe Hrn. Hofr. Kästners geometrische Abhandlun en. Zweyte Samml. 31. Abhandl. Nro. 35. Seite 439. (Göttingen, 1791.).

Gesetzt also, es wäre z. B. A C = 16 eogr. Meilen, das Perpendikel von B auf A C = 10 M. Nehme ich an, daß solches icht ausserhalb des Dreyecks A B C falle, oder wenigstens nicht weit ausserhalb desselben, so läßt sich unter den angenommenen Datis die

Fläche

Fläche des sphärischen Dreyecks beynahe wie die eines geradlinigten berechnen, indem es nur wenig Krümmung hat; Man findet sie = 80 geogr. Quadr. Meilen. Dieß mit 0,279 mult. giebt

$$A + B + C - 180° = 22'', 32.$$

Woraus also leicht erhellet, wie groß das Dreyeck ABC seyn, und wie genaue Werkzeuge zum Winkelmessen man haben müßte, wenn der erwähnte Unterschied bemerkbar seyn sollte.

Man kann also immer, wenigstens so weit, als sich an drey Oertern auf der Erdfläche Winkel beobachten lassen, (die Krümmung der Erde verhindert es schon, daß man zu dieser Absicht die Stationen nicht gar zu weit von einander nehmen darf, wenn man von einer zur andern soll hinsehen können) annehmen, daß, wenn die Summe der beobachteten Winkel, z. E. um ein paar Minuten von 180° abwiche, dieser Unterschied nicht der Krümmung der Erde, sondern Fehlern in deren Messung zuzuschreiben ist.

In so ferne habe ich die bisherige Betrachtung beyzufügen für nöthig erachtet.

Wie

Wie die Winkel an jeder Station gemessen und ins Manual eingetragen werden?

§. 357. 1. Das Manual muß in Rücksicht der unterschiedenen Systeme von Dreyecken unterschiedene Hauptabtheilungen, und jede davon wieder einzelne Rubriken haben.

2. Die erste Hauptabtheilung enthält blos die Winkel in Beziehung auf diejenigen Dreyecke, welche die Hauptstandpunkte und Linien mit einander verknüpfen, wie A B C, A C D, A D E.

3. Da werden nun die in jedem Dreyecke gemessenen Winkel auf folgende Art in das Manual eingetragen.

4. Z. E. für das Dreyeck A B C.

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.
Namen der Oerter.	Beobachtete Winkel.	1ste Verbesserung der Winkel.	Summe.	2te Verbesserung der Winkel.	Lage.	Remarquen.
A : :	BAC = 70° . 0′ . 40″	70° . 1′ . 13″	A + B + C =	70° . 0′ . 32″	B linker Hand	
B : :	ABC = 63 . 59 . 20	63 . 58 . 50	180 . 2 . 3	63 . 58 . 9	AC	
C : :	ACB = 46 . 2 . 20	46 . 2 . 0		46 . 1 . 19	etc. etc.	

5. Die Bedeutung der ersten Rubrik ist klar.

6. In der zweyten Rubrik stehen die unmittelbar beobachteten Winkel an jedem Standpunkte. Weil man aber sehr oft diese Winkel nicht am Mittelpunkte der Station beobachtet haben kann, so erfordern solche eine Verbesserung, davon man aber erst die nähern Gründe im folgenden §. ersehen wird. Hat man diese Verbesserung vorgenommen, so bekömmt man in der Rubrik III. die zum erstenmale verbesserten Winkel.

7. Da die Summe dieser Winkel wegen der unvermeidlichen Fehler in den Messungen etwas mehr oder weniger als 180° betragen kann, so wird in der IVten Rubrik die Summe der in Rubr. III. gefundenen Winkel angegeben. Den Unterschied von 180°, der hier = 2′. 3″ gefunden worden, vertheile man in die Winkel der IIIten Rubrik, indem man hier wegen $A + B + C > 180°$ von jedem Winkel $\frac{1}{3}$ des erwähnten Unterschiedes, also 41″ abziehet, so erhält man die zum zweitenmale verbesserten Winkel in Rubr. V. und diese sind es demnach, welche man zur Berechnung der Seiten des Dreyecks ABC braucht (§. 356.).

Zweckmässiger ist es vielleicht noch, jenen Unterschied von 2′. 3″ oder 163″ nicht unter

alle

alle drey Winkel gleich zu vertheilen, sondern dem größern Winkel eine größere Correction zukommen zu lassen, als dem kleinern, oder z. E. für die Correction x. des Winkels A zu schliessen.

$$A+B+C : A = 2'', 3'' : x$$

u. s. w., wobey es hinlänglich seyn mag, statt A+B+C nur 180°, und statt A in jener Proportion nur den Werth von A in Graden (also z. B. 70°) zu setzen.

In jenem Unterschiede von 2'', 3'' sind auch schon die Abweichungen mit enthalten, welche daher rühren, daß die an den Standpunkten gemessenen Winkel, eigentlich Winkel sphärischer Dreyecke sind (§. 356.). Aber auch diese Abweichungen mögen nach Legendre u. a. sogleich mit auf die angeführte Art unter die einzeln Winkel vertheilt werden.

8. In Rubr. VI. giebt man an, wie des an dem Dreyecke ADC hängenden Dreyecks ABC Winkelpunkt B, welcher der gemeinschaftlichen Seite AC beyder Dreyecke gegenüber liegt, in Rücksicht dieser gemeinschaftlichen Seite liege. — Die Bezeichnung, B linker Hand AC, bedeutet so viel, daß, wenn man von A nach C visiren würde, B linker Hand dieser Ziel-linie liege. Diese Bemerkung dienet, um

m sich nachher im Auftragen des Dreyecks
icht zu irren.

9. Man könnte auch in dieser Rücksicht, wie es Condamine (Mesure des trois premiers degrés du Meridien dans l'hemisphère austral etc. à Paris 1751.) gemacht hat, in dem Manuale neben den Abmessungen eines jeden Dreyecks, das Dreyeck selbst, ohngefähr seinen Winkeln gemäß, nach dem Augenmaaße hinzeichnen, und zugleich die Art, wie es an dem vorhergehenden hängen müßte, der Lage nach angeben.

10. In die VIIte Rubrik kommen endlich allerley Nebenumstände, die angemerkt zu werden verdienen; z. E. wenn A die Spitze eines hohen Berges bedeutete, so könnte man auf ihr die Barometerhöhe beobachtet haben, um daraus die Höhe des Berges zu finden (§. 197.), oder wenn B, C, ein paar Dörfer wären, an deren Namen man zweifelte, so könnte man solches anmerken, auch allenfalls beyläufig die Gestalt der Kirchthürme, wie sie in einem Fernrohre erschienen, in die Rubrik VII. hineinzeichnen, damit sich nachher die zweifelhaften Oerter desto sicherer berichtigen lassen u. dgl. mehr.

11. Die zweyte, dritte u. f. Hauptabtheilung des Manuals wird völlig in Rubriken, nach der Anleitung des 239. Ses geordnet, und enthält

diejenigen Winkel, welche zur Bestimmung der Lage der Oerter in dem zweyten, dritten u. s. Systeme der Dreyecke erforderlich sind; oder die zweyte Hauptabtheilung enthält die Winkel, wie B A v, B A o, A B a, A B c u. s. w., die man an einer Haupt-Standlinie A B aus dem ersten Systeme der Dreyecke beobachtet hat; In die dritte Hauptabtheilung trägt man die Winkel wie A a β, A a α, u. s. w. die an einer Standlinie A a, aus dem zweyten Systeme der Dreyecke beobachtet worden, u. s. w. Was bey diesem Geschäfte hin und wieder sonst zu bemerken vorkommt, kann noch zu besondern Rubriken Anlaß geben.

12. In den Dreyecken der zweyten und dritten Gattung wird es selten erforderlich seyn, alle drey Winkel zu messen. Um sich aber beym Auftragen derselben nicht zu irren, so muß man alles, was im 239. §. davon gesagt worden, aufs genaueste beobachten.

13. Daß übrigens die Winkel an jeder Station horizontal gemessen werden müssen, verstehet sich von selbst. Andere dahin gehörige Vorsichten habe ich im vorhergehenden Theile zulänglich erklärt.

14. Undienlich wird es niemals seyn, Winkel, an denen besonders viel ge-

gelegen ist, zu wiederholtenmalen zu messen, so wie denn besonders in den Dreyecken des ersten Systems die Winkel nach meines Vaters Methode (§. 135.) ausgemessen werden können, wodurch auch mit einem nur mäßig großen Astrolabio oder Theodolithen dennoch alle mögliche Genauigkeit zu erhalten ist. Doch wenn dieses Verfahren bey so vielen Winkeln, als man bey Aufnahme einer Provinz zu messen hat, zu viel Zeit rauben sollte, so bediene man sich lieber eines Werkzeugs von hinlänglicher Größe, dessen Fehler man jedoch vorher mit aller Sorgfalt bestimmt haben muß.

Verbesserung der an jeder Station gemessenen Winkel, in so ferne man sie nicht genau am Mittelpunkte der Station beobachtet haben könnte.

§. 358. I. Dieser Fall eräugnet sich bey Vermessungen sehr häufig, wenn man z. B. aus den Fenstern eines Thurmes, davon das Viereck (Fig. LXXVII.) den horizontalen Durchschnitt vorstellet, einen Winkel BAC abnimmt, der eigentlich an der Mitte des Thurmes gemessen werden sollte, oder wenn sich sonst auf dem Felde ein Hinderniß fände, daß man den Winkelmesser nicht genau über den Punkt, aus welchen man den Winkel beobachten müßte, stellen kann.

Als-

Alsdann erfordern solche Winkel, wie BAC, eine kleine Verbesserung, weil man an den Stationen B oder C nachher nicht wieder nach A, sondern nach G, der Mitte des Thurmes, oder der erstern Station, zurückvisiret. Die Sache kömmt offenbar darauf an, aus dem beobachteten Winkel BAC, den wahren BGC zu finden, welches die Schriftsteller, die von Landesvermessungen handeln, das Centriren der Winkel nennen.

II. Weil hiebey vorausgesetzt wird, daß die Weite AG, in Vergleichung der Entfernungen AB, AC, nur klein ist, so kann man aus dem Winkel BAC, den das Werkzeug angiebt, den wahren BGC auf folgende Art finden.

III. Man gedenke sich durch G und A die gerade Linie GAE gezogen, so ist, wenn G zwischen die Verlängerungen der beyden Schenkel BA, CA fällt

$$BGA = BAE - GBA$$
$$CGA = CAE - GCA$$

mithin addirt

$$BGC = BAC - GBA - GCA$$

Fällt aber G innerhalb des Winkels, den AC mit der Verlängerung von BA macht, so zeigt ein kleines Nachdenken, daß

$$BGC = BAC + GBA - GCA$$

seyn müsse.

Fällt

Fällt G innerhalb des Winkels, den BA mit der Verlängerung von CA macht, so wird

$$BGC = BAC - GBA + GCA.$$

Fällt endlich G innerhalb des Winkels BAC, so ist

$$BGC = BAC + GBA + GCA,$$

welche Fälle sich durch besonders entworfene Figuren leicht ergeben.

Das ganze Verfahren beruhet also darauf, die Winkel GBA, GCA zu bestimmen.

Diese finden sich so:

IV. Weil GA gegen BA und CA klein ist, so sind es auch die Winkel GBA, GCA, und es ist erlaubt, ihre Sinusse statt der Bogen, die sie messen, anzunehmen, und selbst ohne beträchtlichen Irrthum GB = AB, GC = AC zu setzen. Dieß giebt demnach

$$GB\,(= AB) : \sin GAB = AG : \sin B$$

oder in Secunden

$$B = \frac{AG}{AB} \sin GAB\; 206264''.$$

Eben so

$$C = \frac{AG}{AC} \sin GAC\; 206264''.$$

 Man

Man muß also A G, und die Entfernungen AB, AC, nebst den Winkeln, den jeder Schenkel AB, AC mit der Richtung A G, oder A E macht, wissen.

Diese Richtungswinkel GAB, GAC kann man leicht messen, wenn sich von A nach G ohne Hinderniß visiren läßt.

Befände man sich auf einem Thurme, so wird man zwar selten von dem Fenster A nach der Mitte des Thurms genau visiren können, indessen wird man doch das Fernrohr an dem Winkelmesser so genau in die Richtung A G oder A E nach dem Augenmaaße stellen können, als bey dem gegenwärtigen Geschäfte, wo man höchstens die erwähnten Winkel nur innerhalb eines halben Grades zu wissen braucht, vonnöthen ist. Denn es läßt sich leicht zeigen, daß sich die kleinen Winkel B, C nicht merklich verändern, wenn man die Richtungswinkel um ½ Grad größer oder kleiner nimmt.

Auch die Entfernungen BA, AC braucht man nur beyläufig zu wissen, bey weitem nicht einmal so genau, als man sie aus den an jeder Station gemessenen Winkeln, ohne noch die bisher betrachtete Verbesserung erwogen zu haben, durch Hülfe einer roh entworfenen Zeich-

nung

ung finden würde. — Man sehe hievon in der
olge (§. 360.) ein mehreres.

Die Weite G A muß aber, so genau es die
mstände verstatten, gemessen werden, wozu
h dem Geometer leicht die nöthigen Hülfs-
ittel darbieten.

Ob nun gleich nach den solchergestalt gege-
nen Größen, die Berechnung der kleinen
Winkel B, C, ohne Mühe durch Hülfe der Loga-
thmen geschehen kann, so muß man doch noch
f mehrere Abkürzung denken, weil bey jedem
Winkel 4 Logarithmen vorkommen, die man in
n Tafeln aufschlagen müßte, und dieses im-
er mit einigem Zeitverlust verknüpfet ist.

Diese Abkürzung kann durch eine kleine Ta-
lle bewerkstelliget werden, die sich auf folgende
etrachtung gründet.

Man setze in den Formeln für B oder C, die
llig einander ähnlich sind, das Verhältniß
n A G zu einer der anliegenden Seiten B A,
er C A wie 1 : 1000, und nenne den Rich-
ugswinkel überhaupt $= \varphi$, so wird in diesem
alle der an B A, oder C A liegende kleine Win-
l B, oder C, durch die Formel

$$0{,}001 \cdot 206264 \cdot \sin \varphi = 206'',2 \sin \varphi$$

sgedrückt, welche Größe ich = m nennen
ill.

Man muß also A G, und die Entfernungen AB, AC, nebst den Winkeln, den jeder Schenkel AB, AC mit der Richtung A G, oder A E macht, wissen.

Diese Richtungswinkel GAB, GAC kann man leicht messen, wenn sich von A nach G ohne Hinderniß visiren läßt.

Befände man sich auf einem Thurme, so wird man zwar selten von dem Fenster A nach der Mitte des Thurms genau visiren können, indessen wird man doch das Fernrohr an dem Winkelmesser so genau in die Richtung A G oder A E nach dem Augenmaaße stellen können, als bey dem gegenwärtigen Geschäfte, wo man höchstens die erwähnten Winkel nur innerhalb eines halben Grades zu wissen braucht, vonnöthen ist. Denn es läßt sich leicht zeigen, daß sich die kleinen Winkel B, C nicht merklich verändern, wenn man die Richtungswinkel um $\frac{1}{2}$ Grad größer oder kleiner nimmt.

Auch die Entfernungen BA, AC braucht man nur beyläufig zu wissen, bey weitem nicht einmal so genau, als man sie aus den an jeder Station gemessenen Winkeln, ohne noch die bisher betrachtete Verbesserung erwogen zu haben, durch Hülfe einer roh entworfenen Zeich-

nung

tung finden würde. — Man sehe hievon in der Folge (§. 360.) ein mehreres.

Die Weite G A muß aber, so genau es die Umstände verstatten, gemessen werden, wozu ich dem Geometer leicht die nöthigen Hülfs-nittel darbieten.

Ob nun gleich nach den solchergestalt gegebenen Größen, die Berechnung der kleinen Winkel B, C, ohne Mühe durch Hülfe der Logarithmen geschehen kann, so muß man doch noch uf mehrere Abkürzung denken, weil bey jedem Winkel 4 Logarithmen vorkommen, die man in en Tafeln aufschlagen müßte, und dieses imter mit einigem Zeitverlust verknüpfet ist.

Diese Abkürzung kann durch eine kleine Taelle bewerkstelliget werden, die sich auf folgende Betrachtung gründet.

Man setze in den Formeln für B oder C, die öllig einander ähnlich sind, das Verhältniß on A G zu einer der anliegenden Seiten B A, der C A wie 1 : 1000, und nenne den Richtugswinkel überhaupt $= \varphi$, so wird in diesem alle der an B A, oder C A liegende kleine Winl B, oder C, durch die Formel

$$0{,}001 \cdot 206264 \cdot \sin\varphi = 206'', 2 \sin\varphi$$

isgedrückt, welche Größe ich $= m$ nennen, ill.

Man muß also A G, und die Entfernungen AB, AC, nebst den Winkeln, den jeder Schenkel AB, AC mit der Richtung A G, oder A E macht, wissen.

Diese Richtungswinkel GAB, GAC kann man leicht messen, wenn sich von A nach G ohne Hinderniß visiren läßt.

Befände man sich auf einem Thurme, so wird man zwar selten von dem Fenster A nach der Mitte des Thurms genau visiren können, indessen wird man doch das Fernrohr an dem Winkelmesser so genau in die Richtung A G oder A E nach dem Augenmaaße stellen können, als bey dem gegenwärtigen Geschäfte, wo man höchstens die erwähnten Winkel nur innerhalb eines halben Grades zu wissen braucht, vonnöthen ist. Denn es läßt sich leicht zeigen, daß sich die kleinen Winkel B, C nicht merklich verändern, wenn man die Richtungswinkel um ½ Grad grösser oder kleiner nimmt.

Auch die Entfernungen BA, AC braucht man nur beyläufig zu wissen, bey weitem nicht einmal so genau, als man sie aus den an jeder Station gemessenen Winkeln, ohne noch die bisher betrachtete Verbesserung erwogen zu haben, durch Hülfe einer roh entworfenen Zeich-

nung

rrung finden würde. — Man sehe hievon in der Folge (§. 360.) ein mehreres.

Die Weite G A muß aber, so genau es die Umstände verstatten, gemessen werden, wozu sich dem Geometer leicht die nöthigen Hülfsmittel darbieten.

Ob nun gleich nach den solchergestalt gegebenen Größen, die Berechnung der kleinen Winkel B, C, ohne Mühe durch Hülfe der Logarithmen geschehen kann, so muß man doch noch auf mehrere Abkürzung denken, weil bey jedem Winkel 4 Logarithmen vorkommen, die man in den Tafeln aufschlagen müßte, und dieses immer mit einigem Zeitverlust verknüpfet ist.

Diese Abkürzung kann durch eine kleine Tabelle bewerkstelliget werden, die sich auf folgende Betrachtung gründet.

Man setze in den Formeln für B oder C, die völlig einander ähnlich sind, das Verhältniß von A G zu einer der anliegenden Seiten B A, oder C A wie 1 : 1000, und nenne den Richtungswinkel überhaupt $= \varphi$, so wird in diesem Falle der an B A, oder C A liegende kleine Winkel B, oder C, durch die Formel

$$0{,}001 \cdot 206264 \cdot \sin\varphi = 206'',2 \sin\varphi$$

ausgedrückt, welche Größe ich $=$ m nennen will.

 Den

Den Werth von m berechne man nun nach der Ordnung für $\varphi = 10°$, $\varphi = 20°$ u. s. w., so ergiebt sich daraus nachstehende kleine Tabelle:

Für φ		ist m	Differenz.
180°	0°	0″	
170	10	36 ——	36″
160	20	70 ——	35
150	30	103 ——	33
140	40	133 ——	30
130	50	158 ——	25
120	60	179 ——	21
110	70	194 ——	15
100	80	203 ——	9
90	90	206 ——	3

Vermittelst dieser Tabelle findet man den Werth von m für alle einzelne Grade durch Proportionaltheile. Z. E. für $\varphi = 48° = 40° + 8°$ multiplicirt man die zwischen 40° und 50° fallende Differenz 25″ mit $\frac{8}{10}$, giebt 20″, als den Proportionaltheil, den man zu 133″ (als dem Werthe m für $\varphi = 40°$) addiret, um den Werth m = 153″ für $\varphi = 48°$ zu erhalten. Man sieht leicht, daß die Berechnung eines solchen Proportionaltheils in einem Augenblick geschehen ist.

Ent=

Enthält φ ausser den Graden auch noch Minuten, z. E. wäre $\varphi = 48^\circ.21'$, so nimmt man statt dieser Minuten Zehntel eines Grades, die ihnen am nächsten kommen, hier also statt 21' schlechthin 0,3°, so wird der Proportionaltheil $= \frac{8 \cdot 25''}{10} + \frac{0,3 \cdot 25''}{10} = 20'' + 0,7''$ $= 20'',7$, oder beynahe 21''.

In den meisten Fällen wird es kaum nöthig seyn, die Minuten in den gegebenen φ, ausser den ganzen Graden, auch noch in die Rechnung mitzunehmen, weil der ihnen zugehörige Proportionaltheil selten 2'' giebt.

Dieser Tabelle kann man sich nun mit Vortheil bedienen, die Werthe der kleinen Winkel B, C für andere Verhältnisse AG : AB, oder AG : AC, als bey der Tabelle angenommen worden, zu berechnen.

Man suche nemlich für einen gegebenen Richtungswinkel GAB, oder φ, den Werth von m aus der Tabelle. Weil aber dieses m nur für das Verhältniß AG : AB = 0,001 gilt, so schließe man nach der Regel de Tri für ein anderes Verhältniß

$$0,001 : \frac{AG}{AB} = m : x;$$

so

so wird x oder der an der Seite AB liegende

$$\text{Winkel } B = \frac{m \cdot AG}{0{,}001 \cdot AB}$$

d. h. die Größe m aus der Tafel multiplicire man mit AG, und dividire das Produkt mit der Größe AB, nachdem man von ihr drey Decimalstellen abgeschnitten hat, welche man aber bey der Division immer ohne merklichen Irrthum weglassen kann, so hat man B, und so auf eine ähnliche Art auch C.

Wäre z. E. der Richtungswinkel BAG, oder dessen Ergänzung zu 180°, also BAE, = 48°.21′, und das Verhältniß AG : AB = 32 Schuh : 46732 Sch.; so hätte man für φ = 48°.21′ erstlich den Werth von m = 154″. Schneidet man nun von AB = 46732 die drey letzten Ziffern ab, so hat man die Zahl 46,732, statt deren man 47 setzen kann, und so wird

$$B = \frac{154 \cdot 32}{47} = 105'' = 1' \cdot 45''.$$

Die Multiplication und Division ist hiebey so geschwind geschehen, als man allenfalls einen Logarithmen in den Tafeln aufsuchen und hinschreiben würde, weil die Größen AG, und 0,001 . AB, nach Weglassung der Decimalstellen bey letzterer, immer nur wenige Ziffern halten.

Hätte

Hätte man anstatt mit 47 zu dividiren, mit 46 dividirt, so würde B ohngefähr um 1'' größer geworden seyn, welches zum Beweise dienet, daß man ohne beträchtlichen Irrthum die Decimalstellen in dem Werthe von 0,001. AB weglassen kann.

V. Hat man auf eine ähnliche Art aus dem Verhältniß AG : AC, und dem Richtungswinkel GAC oder 180° — GAG, auch den kleinen Winkel C gefunden, so werden nun nach Verhältniß der Lage des Punktes G (III) beyde Winkel B, C, zu dem gemessenen BAC als eine Verbesserung hinzu gethan, und so erhält man demnach die centrirten Winkel an jeder Station, welche in die Rubrik V. (§. 357.) zu stehen kommen.

VI. Viele Schriftsteller bedienen sich bey der bisherigen Untersuchung ebenfalls berechneter Tabellen, welche aber insgesammt weitläuftiger sind, als es meines Erachtens erforderlich wäre, ohne daß deswegen die Rechnung um ein merkliches abgekürzt würde. Man sehe, was Liesganig (dimensio graduum Mer. Viennensis et Hungarici: Wien, 1770.) und Hr. von Osterwald in einer Abhandlung vom geographischen Landmessen (Abhandl. der Bayrischen Acad. der Wissenschaften I. B.) von der bisherigen Verbesserung der

Win:

Winkel gesagt haben. So nimmt z. B. Hrn. v. Osterwalds Tafel 15 Quartseiten ein, und dennoch muß man sich oft der Proportionaltheile bedienen.

Liesganig und Bouguer (Fig. de la Terre) bedienen sich zum Centriren der Winkel nicht der Richtungswinkel, sondern der Perpendikel, welche von G auf die verlängerten Seiten BA, CA fallen. Wäre z. E. das Perpendikel von G auf BA = p, so hätte man $\sin B = \frac{p}{GB}$, wofür man ohne wirklichen Fehler $\frac{p}{AB}$, und wegen der geringen Größe des Winkels B setzen kann $B = \frac{p}{AB} . 206264$ Secunden. Ich denke aber, diese Perpendikel in jedem Falle mit der erforderlichen Schärfe zu messen, verursacht mehreren Zeitverlust, als vielmehr statt ihrer die Richtungswinkel zu bestimmen. Oft geht auch dieses Ziehen und Messen der Perpendikel gar nicht einmal an. — Uebrigens findet man über das Centriren der Winkel auch einen Aufsatz in Hrn. Hofrath Kästners astronomischen Abhandlungen (II. Sammlung S. 124. u. f.).

VII.

VII. Ich muß nun zu mehrerer Ergänzung des bisherigen, in Rücksicht auf die Ausübung noch folgendes beybringen.

Gesetzt, das Viereck (Fig. LXXVIII.) stelle den Umfang eines Thurmes vor, aus dessen Fenstern M, N man die Winkel der Objecte A, B, C u. s. w. aufnehme. K sey die Mitte des Thurmes.

Damit man nun erstlich den Winkelmesser nahe genug ans Fenster bringen könne, so bediene man sich des Statives, welches ich oben (§. 344. III. 10. u.) (und Fig. LXXI.) beschrieben habe, und stelle solches mit dem daran befindlichen Werkzeuge auf das Gesimse des Fensters, und dabey sey die Ebene des Winkelmessers horizontal.

Weil nun das im ersten Theile dieses Buchs beschriebene Werkzeug (§. 99.) die Abtheilungen auf dem Rande von der linken Hand gegen die rechte zählt, so richte man das Fernrohr anfänglich nach D (Fig. LXXVIII.), dem äussersten Objecte, welches man zur Rechten noch aus dem Fenster M sehen kann.

Bey dieser Richtung des Fernrohrs stehe der Index auf dem Rande zugleich auf 0.

Hier=

Hierauf schreibe man nach der Ordnung die Grade ꝛc. ꝛc. auf, welche der Index bey den Richtungen des Fernrohrs nach C, B, A ꝛc. ꝛc. weiset, so hat man die Winkel DMC, DMB, DMA ꝛc. ꝛc.

Wenn die Axe des Fernrohrs so stehet, daß deren Verlängerung ohngefähr nach dem Augenmaaße durch die Mitte des Thurmes K gehen würde, wie GM, so schreibe man an die Grade und Minuten, die der Index alsdann weiset, ein beliebiges Zeichen, z. E. ein *. Dieser Winkel DMG dienet nachher zur Bestimmung der Richtungswinkel für ein jedes Object D, C ꝛc. ꝛc. (IV.)

Eben so verfahre man am zweyten Fenster N, aus dem man die Winkel FNg (wo Ng durch die Mitte des Thurmes gehet) FNE, FND weiset. Hiebey ist nun zu merken, daß das Object D, womit man beym ersten Fenster anfieng, am zweyten Fenster das letzte seyn muß, und eben so muß am dritten Fenster das letzte Object dasjenige seyn, welches am zweyten das erste war u. s. w.

Das Manual wird begreiflich für eine jede Station, wie K, in Rücksicht der nahe an ihr befindlichen Punkte M, N, aus denen man die Winkel zu observiren genöthigt war, unterschie-

dene

-ene Rubriken haben müssen, ohngefähr auf folgende Art:

Station K.

1tes Fenster M; MK =	2tes Fenst. N; NK =	u. s. w.
beobachtete Winkel	beobachtete W.	
DMC =	*FNg =	
*DMG =	FNE =	
DMB =	FND =	

u. s. w.

Hieraus wird man nun die Winkel, welche ein paar Objecte am Mittelpunkte K mit einander machen, leicht berechnen können.

Gesetzt, man wolle den Winkel, welchen F und B mit einander machen, finden.

Erstlich centrire man den beobachteten Winkel DMB vermittelst der bekannten Richtungswinkel DMG, BMG, und der Weite KM, die man in dem Manuale angegeben findet, die Weiten MB, MD dabey auch ohngefähr als bekannt angenommen.

So hat man den centrirten Winkel BKD.

Auf eine ähnliche Art auch den centrirten FKD.

Beyder Summe BKD + FKD ist demnach der gesuchte Winkel FKB.

Zus. Nähme man blos die Summe FND+DMB aus dem Manuale, so hätte man den unverbesserten Winkel beyder Objecte B, F an der Station K. Man kann so überhaupt an allen Stationen anfänglich die unverbesserten Winkel nehmen, und dadurch die vorgegebenen Oerter einer Landschaft beyläufig auf dem Papiere entwerfen. Dieser Entwurf wird immer schon die Genauigkeit haben, daß man die Weiten MA, MB u. s. w., in so ferne man sie nachher zum Centriren der Winkel braucht, daraus abnehmen kann.

Erzählung einiger Hindernisse, die sich auf dem Felde unterweilen bey Messung der Winkel eräugnen.

§. 359. I. Die Winkelpunkte der größten Dreyecke nimmt man gerne an solchen Oertern, welche über dem platten Lande so viel als möglich erhöhet sind, um eine beträchtliche Aussicht an ihnen zu haben. Hierzu taugen vorzüglich Bergspitzen, Kirchthürme u. dgl. Weil aber besonders die Spitzen der Berge oft mit Waldungen besetzt sind, die eine freye Aussicht unterbrechen, so ist kein anderes Mittel, als die Bäume, so weit sie der Aussicht hinderlich sind, wegzuräumen, und an der Stelle, wo man den wahren Standort gewählet hat, hohe Signale aufrichten zu lassen, welche, um sie nachher an

an:

andern Stationen wieder erkennen zu können, aus Pyramiden oder hohlen Kegeln, von abgeschälten oder auch übertünchten gegen einander gelegten Stämmen von Bäumen, bestehen können, dergleichen denn auch sonst wohl an andern wichtigen Standpunkten errichtet werden. Maupertuis (Figure de la Terre etc. 1738.) erzählt, daß sich solche Signale wohl auf 10 bis 12 Stunden Weges wahrnehmen lassen. Zu mehrerer Sicherheit gegen allerley Zufälle ließ er den Mittelpunkt eines solchen Signals durch Merkmahle, die man in die Felsen einhieb, oder Pfäle, die man tief in die Erde schlug, und mit großen Steinen bedeckte, bezeichnen. Es können manche Signale auch mit Leitern, und oben mit einer Etage oder Boden, der mit einem Geländer umgeben ist, versehen werden, auf dessen Mitte der Winkelmesser aufgestellt wird. Auf kahlen Felsen können an dem Standpunkte, wo man Winkel aufnahm, oder nach welchem von andern Standpunkten hin visirt werden muß, auch Signale von pyramidenförmig über einander gehäuften Steinen u. s. w. aufgerichtet werden, welche dann sämmtlich unter der Aufsicht des zugehörigen Amtes stehen müssen.

II. An den Standlinien, aus welchen man insbesondere die kleinsten Dreyecke, wie z. E. $Aa\beta$, $Aa\alpha$ (Fig. LXXVI.) entwerfen soll,

eräugnen sich oft Hindernisse, die das Visiren nach gewissen Objecten, die man gerne auf die Charte bringen will, unterbrechen. In dem Falle, wo ein solches Object in der Folge nicht selbst wieder zu einem neuen Standpunkte gebraucht wird, mag es zureichend seyn, wenn man nur ohngefähr die Richtungen nach ihm hin hat. Z. E. Wenn man aus der Standlinie B b das Object h entwerfen sollte, und es läge solches hinter einem Gebüsche, einem Hügel, oder in einer Vertiefung, daß man von B, b, nicht unmittelbar nach h hinvisiren könnte, so kann man, um die Richtungen B h, b h ohngefähr zu erhalten, bey h eine Menge nasses Stroh anzünden lassen, da denn, wenn kein heftiger Wind wehet, der aufsteigende Rauch ziemlich genau die Lage des Orts h angeben wird. Bey der Nacht könnte man auch von h aus Raketen vertical in die Höhe steigen lassen u. dgl.

III. Kann man zwischen b und h, oder B und h, Stäbe nach (§. 32. IV.) einsetzen lassen, so bekömmt man die Richtungen b h, B h desto sicherer.

IV. Auch könnte es geschehen, daß man von b und B zwar h sehen, aber nicht von B nach b, oder längst der Standlinie B b visiren könnte, welches doch auch erforderlich ist. Lassen sich in diesem Falle ein paar Standpunkte l, m, so aneh-

...innen, daß man von ihnen nach B und b, ...visiren kann, so misset man in dem Vierecke ...mB, die Winkel, mlb, mlB; lmb, ...B, und berechnet daraus lbB, mBb; ...l braucht bey dieser Berechnung nicht in einem ...wissen Maaße bekannt zu seyn. — Man ...ze sie = 1 so ist

$$b = \frac{\sin mlb}{\sin lbm} \text{ (wo lbm} = 180^\circ \text{-blm-lmb); u.}$$

$$B = \frac{\sin mlB}{\sin lBm} \text{ (wo lBm} = 180^\circ \text{-lmB-mlB)}$$

...araus, und aus dem bekannten Winkel bmB, ...giebt sich in dem Dreyecke bmB, der Winkel ...Bm: und auf eine ähnliche Art in dem Dr... ...lb, der Winkel Bbl. — Weil man nun ...ch lbh, mBh durch unmittelbare Messung ...t, so ergiebt sich in gegenwärtiger Figur ...Bb = mBb — mBh; hbB = lbB — lbh ...elches die zur Bestimmung des Ortes h aus ...er Standlinie Bh, erforderlichen Winkel sind.

Ueberhaupt wird man leicht sehen, daß der... ...nige, welcher die in beyden vorhergehenden ...heilen dieses Buchs gegebenen Vorschriften ...nen hat, ohne vieles Nachdenken alle schwie... ...igen Fälle auf dem Felde aufzulösen im Stande ...yn wird.

Noth...

Nothwendigkeit einer vorläufigen Entwerfung der Hauptstandlinien.

§. 360. Ehe man zu dem genauern Auftrage aller beobachteten Oerter eines Landes schreitet, so muß man vorher einen rohen Entwurf des Netzes, welches die größten Dreyecke, oder die Hauptstandlinien wie AB, BC, CA, CD, DE u. s. w. bilden, auf dem Papiere verfertiget haben. Dieses dienet nicht nur zu mehrerer Deutlichkeit des Ganzen, sondern auch bey dem nachherigen genauern Auftrage, Verwirrungen zu begegnen, ohngefähr zu wissen, wie die Dreyecke an einander zu liegen kommen, und beyläufig auch die Entfernungen AB, BC u. s. w. so genau als sie nachher zum Centriren der Winkel ABC u. s. w. erfordert werden, messen zu können.

Bey diesem rohen Entwurf des Netzes bedienet man sich zum Auftragen der Winkel nur des gewöhnlichen Transporteurs, oder wenn man will, auch des geradlinigten, und nimmt die an jeder Station beobachteten Winkel unmittelbar aus der Rubrik II. des Manuals (§. 357.) ohne die dortigen Verbesserungen in Betracht zu ziehen, die nur erst bey dem nachherigen genauern Entwurfe erwogen werden.

Der

Der Gang, den man beym Auftrage zu
›bachten hat, ist ohngefähr dieser:

Aus der unmittelbar gemessenen Grundlinie
P, (Fig. LXXVI.) und den an ihr beobachte:
ı Winkeln wird erstlich AD. entworfen. An
D setzt man die Winkel CAD, CDA, so er:
ben sich AC, CD, und so ferner nach der
rdnung alle Dreyecke, welche das Haupt:
stein aller Standlinien bilden. An die ent:
orfenen Punkte A, B, u. s. w. werden als:
ınn die gehörigen Benennungen geschrieben.

nzustellende Berechnungen in Rücksicht
des genauern Auftrages der Haupt:
standlinien.

§. 361. Sobald nach dem vorigen §. 360.
er rohe Entwurf des Netzes fertig ist, so
hreitet man an die etwa erforderliche Centri:
ung der Winkel an jeder Station (§. 358.)
›ozu man denn die Entfernungen der Statio:
en AB, BC, AC, CD u. s. w. so nimmt,
›ie sie der rohe Entwurf des Netzes im vorher:
ehenden §. angiebt.

Diese centrirten Winkel BAC, ABC, ACB
ı. s. w. kommen nun in die IIIte Rubrik des
Manuals §. 357. zu stehen.

Nothwendigkeit einer vorläufigen Entwerfung der Hauptstandlinien.

§. 360. Ehe man zu dem genauern Auftrage aller beobachteten Oerter eines Landes schreitet, so muß man vorher einen rohen Entwurf des Netzes, welches die größten Dreyecke, oder die Hauptstandlinien wie AB, BC, CA, CD, DE u. s. w. bilden, auf dem Papiere verfertiget haben. Dieses dienet nicht nur zu mehrerer Deutlichkeit des Ganzen, sondern auch bey dem nachherigen genauern Auftrage, Verwirrungen zu begegnen, ohngefähr zu wissen, wie die Dreyecke an einander zu liegen kommen, und beyläufig auch die Entfernungen AB, BC u. s. w. so genau als sie nachher zum Centriren der Winkel ABC u. s. w. erfordert werden, messen zu können.

Bey diesem rohen Entwurf des Netzes bedienet man sich zum Auftragen der Winkel nur des gewöhnlichen Transporteurs, oder wenn man will, auch des geradlinigten, und nimmt die an jeder Station beobachteten Winkel unmittelbar aus der Rubrik II. des Manuals (§. 357.) ohne die dortigen Verbesserungen in Betracht zu ziehen, die nur erst bey dem nachherigen genauern Entwurfe erwogen werden.

Der

Der Gang, den man beym Auftrage zu beobachten hat, ist ohngefähr dieser:

Aus der unmittelbar gemessenen Grundlinie FP, (Fig. LXXVI.) und den an ihr beobachteten Winkeln wird erstlich AD entworfen. An AD setzt man die Winkel CAD, CDA, so ergeben sich AC, CD, und so ferner nach der Ordnung alle Dreyecke, welche das Hauptsystem aller Standlinien bilden. An die entworfenen Punkte A, B, u. s. w. werden alsdann die gehörigen Benennungen geschrieben.

Anzustellende Berechnungen in Rücksicht des genauern Auftrages der Hauptstandlinien.

§. 361. Sobald nach dem vorigen §. 360. der rohe Entwurf des Netzes fertig ist, so schreitet man an die etwa erforderliche Centrirung der Winkel an jeder Station (§. 358.) wozu man denn die Entfernungen der Stationen AB, BC, AC, CD u. s. w. so nimmt, wie sie der rohe Entwurf des Netzes im vorhergehenden §. angiebt.

Diese centrirten Winkel BAC, ABC, ACB u. s. w. kommen nun in die IIIte Rubrik des Manuals §. 357. zu stehen.

Daraus berechnet man ferner die verbesserten Winkel das. Rubrik V.

Und vermittelst dieser werden endlich alle Seiten oder Standlinien AB, BC, AC, CD, AD, 2c. 2c. trigonometrisch berechnet.

Nemlich aus der Grundlinie FP und den an ihr gemessenen Winkeln findet sich erstlich AD (§. 193. III. Aufl.). Daraus, und aus den Winkeln CAD, ADC (die man aus der Vten Rubrik §. 357. nimmt), ferner AC, CD, und so nach und nach alle Hauptstandlinien, für deren berechneten Maaße man denn ein eigenes Manual verfertiget haben muß, aus dem man sie hernach beym Gebrauche nehmen kann.

Der bereits beyläufig verfertigte Entwurf der Lage aller Standlinien (§. 360.) wird bey der Berechnung derselben ausweisen, nach welcher Ordnung jede folgende Standlinie, aus der vorhergehenden am bequemsten hergeleitet werden kann. Die Logarithmen dieser Standlinien, wie sie sich bey der Rechnung nach und nach ergeben, werden gleichfalls ins Manual getragen, weil sie noch in der Folge gebraucht werden.

Völlig genauer Auftrag des Netzes der Hauptstandlinien.

§. 362. I. Es ist nun wohl begreiflich, aß sich aus den berechneten Seiten aller Drey- ke A B C, A C D u. s. w. nach einem ange- ommenen verjüngten Maasstabe, alle Drey- ke verzeichnen und gehörig an einander hängen essen.

Wenn aber auf solche Art immer das fol- ende Dreyeck an das vorhergehende geknüpft vürde, so wäre zu besorgen, daß, im Falle sich ey der Verzeichnung eines gewissen Dreyecks in Fehler eingeschlichen hätte, sich solcher mit iehreren in der Folge anhäufen mögte.

Um also diesem Zusammenfluß der unver- neidlichen kleinen Fehler vorzubeugen, so muß nan den Auftrag der Objecte so bewerkstelligen, aß sich kein folgender Punkt auf den vorherge- enden gründe. — Hierzu bietet sich leicht fol- endes Mittel dar.

II. Man gedenke sich durch einen Ort z. E. C von dem man den Auftrag anfangen will, eine villkührliche gerade Linie S N gezogen, und von llen Oertern oder Hauptstandpunkten A, D, E, V, W u. s. w. Perpendiculärlinien auf S N her- bgefället.

So erhält man für diese Punkt A, D, E, V, W u. s. w. gleichsam Abscissen, Ca, Cd, Ce ꝛc. ꝛc. und Ordinaten Aa, Dd, Ee ꝛc. ꝛc.

Kann man diese berechnen, so läßt sich begreiflich jeder Ort besonders auftragen, und es stehet dabey nicht zu befürchten, daß Fehler, die irgendwo begangen wären, sich anhäufen könnten.

III. Diese Abscissen und Ordinaten aber zu berechnen, muß man vor allen Dingen, erst die Lage der Abscissenlinie SN festsetzen.

Diese kann man nun zwar willkührlich annehmen, je nachdem man den Winkel DCS, den sie mit einer gewissen Seite eines Dreyecks DC, macht, nach Gefallen festsetzt. Es hat aber Vortheile, wenn 1) SN durch einen Ort C, welcher ohngefähr in der Mitte der Charte liegt, gezogen wird, dann 2) wenn SN zugleich eine Mittagslinie durch C vorstellet.

Bey dieser Einrichtung wird nun der Winkel DCS nicht mehr willkührlich seyn, sondern durch Beobachtungen gefunden werden müssen, wovon ich in der Folge reden werde.

Ich will indessen einstweilen den Winkel DCS = φ setzen, wobey denn bekannt seyn muß,

uß, ob D auf der westlichen oder östlichen
eite von S N liege.

IV. C S soll hier nach Süden, und folglich
N nach Norden zu gehen.

V. Da vorläufig das ganze System der
)reyecke ABC, ACD, ADE 2c. 2c. schon
h entworfen seyn muß (§. 360.), ehe man an
n genauern Auftrag desselben schreitet, so läßt
h auch SN einstweilen darauf verzeichnen,
dem man an CD, den gehörigen Winkel
CS oder DCN setzet.

Dieses dienet, aus dem rohen Entwurfe
ungefähr zu beurtheilen, wie jeder Ort A, C
. s. w. westlich oder östlich in Rücksicht auf S N
ege, welches bey der Berechnung der Abscissen
nd Ordinaten die Einbildungskraft sehr er-
eichtert.

VI. Um für einen jeden Punkt, z. E. V,
Abscisse und Ordinate (II.) zu berechnen, wird
nan aus dem roh entworfenen Netze vor allen
Dingen erst beurtheilen müssen, wie von C ange-
echnet bis V, die Dreyecke auf einander folgen,
amit man die zur Berechnung nöthigen Winkel,
vie sogleich erhellen wird, gehörigermaaßen aus
er Vten Rubrik des Manuals (§. 357.) heraus
ehmen könne.

VII.

VII. Für den Punkt D hat man sogleich
$\log Dd = \log CD + \log \sin \varphi$ (III.)
$\log Cd = \log CD + \log \cos \varphi$.

VIII. Für A weiß man aus dem Manuale den Winkel DCA, und aus dem rohen Entwurfe (V. VI.) findet man, ob CA in oder ausserhalb des Winkels φ falle. Hier ist $ACN = 180° - \varphi - ACD$, und folglich in dem rechtwinklichten Dreyecke ACa.
$\log Aa = \log CA + \log \sin ACN$
$\log Ca = \log CA + \log \cos ACN$.

Wie überhaupt die Ordinaten nach Osten oder Westen, und die Absciſſen von C aus, nach Norden N oder Süden S zu, genommen werden müſſen, zeigt sich gleichfalls aus der Betrachtung des rohen Entwurfs.

IX. Für den Ort E, Absciſſe Ce, und Ordinate Ee zu finden, gedenke man sich durch den bereits bestimmten Ort D (VIII.) sn mit SN gleichlaufend; dann ist $CDn = DCS = \varphi$, und $EDC = EDA + ADC$ (welche Winkel EDA, ADC aus dem Manuale (§. 357.) bekannt sind), mithin hier $EDn = EDC - \varphi$; woraus sich in dem rechtwinklichten Dreyecke EDe′ berechnen laſſen Ee′ und De′ durch
$\log Ee' = \log ED + \log \sin EDn$
$\log De' = \log ED + \log \cos EDn$.

Dar:

Daraus ergiebt sich hier:

$$Ee = e'e + Ee' = Dd + Ee'$$
$$Ce = Cd - De'$$

o Cd, Dd schon für den vorhergehenden Ort berechnet worden sind (VII.).

Weil sich solchergestalt, wegen des Zusam-enhanges aller Dreyecke, und der in ihnen imittelbar gemessenen Winkel, jedesmahl der Sinkel, wie z. E. VEn', den VE an einer rch E mit SN parallel gezogenen Linie s'n' acht, berechnen läßt, und aus (§. 361.) übri-ns auch der Logarithme einer jeden Standlinie kannt ist, so läßt sich daraus immer eines zu stimmenden Punktes V senkrechter Abstand n s'n', nemlich Vv, so wie auch Ev berech-n, wo sich denn für den Ort V Ordinate und bsceisse finden, wenn man die Werthe von Vv, v zu der bereits für den vorhergehenden Ort E stimmten Ordinate und Abscisse addirt, oder davon abziehet, je nachdem es die Betrach-ng der Figur ausweiset.

Weil aber die zu dieser Absicht anzu-llende Betrachtung immer etwas Zeitver-st verursachet, so wird es nicht undienlich yn, das bisherige auf allgemeinere Formeln bringen.

X. Es sey überhaupt V ein bereits bestimmter Punkt, und die für ihn berechnete Abscisse = v, Ordinate = u.

Ordinaten, welche, wie hier für V, auf der westlichen Seite von NS liegen, werde ich als positiv betrachten, zum Unterschiede von denen, welche auf der östlichen Seite liegen, und die ich als negativ ansehen will.

Abscissen, die von C aus nach Norden N zu gehen, will ich als positiv, und folglich die nach Süden hin, als negativ ansehen.

XI. Es sey nun W ein auf V unmittelbar folgender Ort; die Abscisse für ihn = x, Ordinate = y.

Man nenne VW, welches eine von den bereits berechneten Seiten des Dreyecks AVW ist = m; durch V gedenke man sich ςν mit SN parallel, und nenne den Winkel WVν, den WV mit dem nördlichen Theile Vν der Parallele ςν macht, = φ; Er ist die Ergänzung desjenigen, den VW mit dem südlichen Theile Vς macht, zu 180°.

XII. In so ferne ich hier den Winkel WVν als nach Westen zu liegend betrachte, soll er positiv seyn. — Negativ, wenn er auf

der

der östlichen Seite von V ν läge, wie z. E. der Winkel EV ν.

Da nun auch für den bereits bestimmten Punkt E, welcher vermittelst des Dreyecks EAV mit V in Verbindung stehet, der Winkel VEn′, den VE mit dem nördlichen Theile En′ der durch E mit SN parallel gezogenen s′n′ macht, als bekannt angenommen werden kann, so setze ich solchen $= \psi$, und den Winkel WVE (welcher die Summe, oder der Unterschied der in beyden an einander hängenden Dreyecken AEV, AVW beobachteten Winkel (§. 357.) AVE, AVW seyn wird) $= \mu$.

XIII. So ist $EV\nu = 180° - VEn' = 180° - \psi$, und folglich

$$WV\nu = WVE - EV\nu$$

Oder $\varphi = \mu + \psi - 180°$.

Fället man also von W auf sν die Ww senkrecht, so hat man

$$Ww = m \sin \varphi = m \sin (\mu + \psi - 180°)$$
$$Vw = m \cos \varphi = m \cos (\mu + \psi - 180°).$$

Hieraus wird also für den Punkt W

$$x = v + m \cos \varphi \quad (X.)$$
$$y = u + m \sin \varphi$$

wodurch des Orts Lage gegen SN bestimmt ist.

XIV. In diesen Formeln kann nun $\mu + \psi$ größer oder kleiner als 180°. seyn. In beyden Fällen wird die Trigonometrie entscheiden, wie die Sinusse und Cosinusse von φ positiv oder negativ werden.

Dabey wird es denn gut seyn, zu bemerken, daß, wenn $\mu + \psi < 180°$, also φ ein negativer Winkel (XII.) wird, der Sinus davon negativ, der Cosinus aber positiv gesetzt werden müsse, oder es ist überhaupt $\sin - \varphi = - \sin \varphi$; und $\cos - \varphi = \cos \varphi$, wo, im Falle daß φ stumpf wäre, $\cos \varphi$ an sich wieder negativ würde.

Ueberhaupt wird man bey dem Gebrauche der trigonometrischen Formeln keine Betrachtung der Figur nöthig haben, um zu entscheiden, wie die Größen $m \sin \varphi$, $m \cos \varphi$ zu u, oder v addirt, oder davon abgezogen werden müssen, um y, x zu erhalten. — Dies entscheidet jedesmal schon die Beschaffenheit des Winkels φ, und des zugehörigen Sinus oder Cosinus.

Findet sich solchergestalt x positiv, so wird diese Abscisse von C aus nach Norden zu abgetragen, und hingegen nach Süden zu, wenn sie negativ herauskäme (X.).

Von dem Endpunkte der Abscisse wird hierauf die Ordinate y nach Westen oder Osten zuge-

tragen, je nachdem sie bey der Berechnung
ositiv oder negativ wird.

XV. In (XIII.) ist stillschweigend zum vor-
us gesetzt, daß die beyden Winkel VEn', WVE
uf einerley Seite von VE liegen.

Lägen aber beyde, wie in (Fig. LXXIX.),
uf entgegengesetzten Seiten von VE, so muß
ian bey der Berechnung des Winkels φ, ei-
entlich den Winkel WVE $= \mu$, in Rücksicht
es VEn' $= \psi$, als entgegengesetzt ansehen;
ind folglich, wenn ψ positiv wäre, μ negativ
etzen, und wenn ψ negativ wäre, μ als positiv
etrachten; oder wenn man in die Rechnung
(XIII.) Winkel hineinbringen will, welche über
180° halten, also erhabene Winkel (angu-
los gibbos sive convexos), so muß man statt
des Winkels WVE seine Ergänzung zu 360°,
oder die Grade und Minuten etc. etc., die der in
der Figur punktirte Bogen hält, nehmen, und
diesen statt μ in der Formel (XIII.).

$$\varphi = \mu + \psi - 180^\circ$$

gebrauchen.

Zu mehrerer Erläuterung kann folgendes
Beyspiel dienen (Fig. LXXIX.).

Es sey z. E. der Winkel VEn' $= 40^\circ$
$= \psi$, welcher, weil hier V auf der westlichen

Seite von E n liegt, als positiv angesehen wird (XII.), und W V E = 120° = μ, so ist E V ν = 180° — 40° = 140°; diesen Winkel ziehe man ab von EVν + ν V W = 360° — WVE = 240°, so kömmt der Winkel W V ν = 100° = φ.

Wollte man die Rechnung nach (XII.) bewerkstelligen, so daß man in ihr den Winkel μ = 120°, in Rücksicht des ψ = 40°, als negativ ansähe, so erhielte man φ = — 120° + 40° — 180° = — 260°.

φ also negativ, welches demnach den Winkel andeutete, den W V mit V ν nach Osten zu machte (X.), also den erhabenen Winkel W V ν, dessen Ergänzung zu 360° den eigentlichen Winkel W V ν, wie vorhin, = 100° giebt.

Es ist nemlich offenbar einerley, ob man die Lage von W V gegen V ν dadurch angiebt, daß man sagt, W V mache mit V ν nach Westen zu einen Winkel von 100°, oder nach Osten zu einen erhabenen Winkel von 260°, so wie denn auch

$$\sin\varphi \text{ oder } \sin -260° = -\sin 260° \quad \text{(XIV.)}$$
$$= -(-\sin 100°)$$
$$= +\sin 100°.$$
$$\text{Und } \cos\varphi \text{ oder } \cos -260° = \cos 260° \quad \text{(XIV.)}$$
$$= +\cos 100°.$$

Daß

Daß es also auch in Rücksicht der trigono-
metrischen Linien, die man in der Berechnung
er Werthe von x, y (XII.) braucht, einerley ist,
tatt φ zu setzen + 100°, oder — 260°.

Ueberhaupt kann man immer statt eines ne-
gativen Winkels seine Ergänzung zu 360°, po-
sitiv genommen, setzen. Man wird ihn aber sehr
oft weit bequemer, als negativ, in Rechnungen
gebrauchen können.

XVI. Bedeutet S N durch den Ort C eine
Mittagslinie, für welche man, als Abscissenlinie,
die den Oertern D, E, V, W ꝛc. ꝛc. zugehörigen
Ordinaten und Abscissen berechnen soll, und
setzet man den Winkel D C N, den D C mit C N,
dem nördlichen Theile von N S, macht, = ρ,
und nun nach der Ordnung die, vermöge des
Zusammenhanges der Dreyecke C D A, A D E,
A E V ꝛc. ꝛc. bekannten Winkel

C D E = α
D E V = β
E V W = γ
u. s. w.

Bedeuten ferner D n, E n′, V ν ꝛc. ꝛc. die
nördlichen Theile der durch D, E, V ꝛc. ꝛc.
mit S N parallel gezogenen Linien, so sind der
Ordnung nach, die Winkel der nach einander
fol-

folgenden Seiten D C, E D, V E ꝛc. ꝛc. mit den erwähnten C N, D n, E n′ ꝛc. ꝛc.

$$DCN = \rho$$
$$EDn = \alpha + \rho - 180^\circ \text{ (XIII.)}$$
$$VEn' = \beta + EDn - 180^\circ = \beta + \alpha + \rho - 2.180^\circ$$
$$WVn = \gamma + VEn' - 180^\circ = \gamma + \beta + \alpha + \rho - 3.180^\circ$$

u. s. w.

Dieses dienet in den Formeln (XIII.), jeden Winkel φ gleich unmittelbar zu berechnen, ohne den vorhergehenden ähnlichen ψ dazu nöthig zu haben.

Dabey ist übrigens zu bemerken, daß man ein paar nächst auf einander folgende Winkel, wie z. E. γ. β, im Falle sie auf unterschiedenen Seiten der dazwischen liegenden E V fielen, als einander entgegengesetzt ansehen müsse; d. h. wenn β positiv wäre, müßte man γ negativ setzen, und so umgekehrt, oder man könnte auch, anstatt γ negativ zu nehmen, den positiven Werth $360^\circ - \gamma$ gebrauchen (XIV.).

Es wird nicht undienlich seyn, das bisherige mit einem Beyspiele zu erläutern.

XVII. Gesetzt, a, b, c, d, e, f (Fig. LXXX.) seyen Oerter aus dem ersten Systeme der Dreyecke (von denen überhaupt bisher immer

die

ie Rede war), und folglich a b, b c ꝛc. ꝛc. Hauptstandlinien; S N die Mittagslinie des Orts a, und zugleich die Abscissenlinie für die Entwerfung der Punkte b, c ꝛc. ꝛc. Da nun aus dem rohen Entwurfe des Systems sich die Art beurtheilen läßt, wie die Dreyecke, von deren a b, b c, c d ꝛc. ꝛc. Seiten seyn werden, unter einander zusammenhängen, so kann man dadurch leicht wissen, welche Winkel dieser Dreyecke man aus dem Manuale nehmen, und wie man sie zusammenrechnen müsse, um nach der Ordnung die Winkel a b c, b c d, c d e ꝛc. ꝛc. zu erhalten.

Den Winkel, den die erste Seite b a mit dem von a angerechneten nördlichen Theile a N der Linie S N macht, also b a N nehme ich auch als bekannt an, und setze, man habe alles auf folgende Art gefunden:

ρ	=	b a N	=	146° . 4′ . 15″
α	=	a b c	=	113 . 2 . 20
β	=	b c d	=	53 . 10 . 30
γ	=	c d e	=	65 . 0 . 0
δ	=	d e f	=	75 . 0 . 30
ε	=	e f g	=	86 . 0 . 0

Hier überlege man nun gleich, daß, wenn man den Winkel b a N als positiv (XII.) betrachtet, a b c negativ seyn müsse, weil beyde b a N, a b c, auf entgegengesetzten Seiten von b a liegen.

Nun würde aus eben dem Grunde bcd wiede positiv; cda bleibt positiv; aber def wir wieder negativ, efg wieder positiv.

XVIII. Man ordne also die gefundenen Winkel auf folgende Art, und finde ihre Summe

—	+
113° . 2′ . 20″	146° . 4′ . 15″
75 . 0 . 30	53 . 10 . 30
	65 . 0 . 0
	86 . 0 . 0
188 . 2 . 50	350 . 14 . 45
	188 . 2 . 50
Summe +	162 . 11 . 55

Hievon muß man nun abziehen 5 mal 180°, weil man von a bis g, 6 Winkel hat, (XVI.), und so erhält man den Winkel, welchen gf mit dem nördlichen Theile fn einer durch f mit SN parallel gezogenen fn macht, also

$$gfn \text{ oder } \varphi = +162^\circ . 11' . 55'' - 900^\circ$$
$$= -737^\circ . 48' . 5''$$

Da man aber bekanntlich Winkel, die 360° halten, mit 0° für einerley hält, so werfe man von dem gefundenen Werthe, 360°

so

so oft weg als es angehet, hier 2 mal, so findet sich der eigentliche Winkel

$\varphi = -737^\circ.48'.5'' + 2.360^\circ = -17^\circ.48'.5''$

also nach Osten zu, weil er negativ ist.

Gesetzt nun, die Ordinate fr von f auf SN, die hier auf der westlichen Seite von SN liegt, und also positiv ist (X.), hätte man schon durch Rechnung gefunden, so wie auch die Abscisse ar, welche hier wegen (X.) negativ ist. Also sey z. E.

$fr = +5280$ Ruth. $= n$
$ar = -1300$ Ruth. $= v.$

Die Seite gf aus dem Manuale (§. 361.) will ich setzen $= 2400$ Ruth. $= m.$

Weil nun für den zu bestimmenden Punkt g der Winkel $gfn = \varphi = -17^\circ.48'.5''$, so wird nach (XIII.) seine

Abscisse $x = -1300 + 2400 \cos -17^\circ.48'.5''$
$= -1300 + 2400 \cos 17.48.5$
$= -1300 + 2285$
$= + 985$ Ruth.

Ordinate $y = +5280 + 2400 \sin -17^\circ.48'.5''$
$= +5280 - 2400 \sin 17.48.5$
$= +5280 - 734$
$= +4546$ Ruth.

Man nehme also, weil x positiv gefun-
den worden, nach Norden zu, von a nach
p, 985 Ruth. und nach Westen zu, weil y
auch positiv gefunden worden, senkrecht
pg = y = 4546 Ruth. so ist der Ort g be-
stimmt.

XIX. Wäre für den Ort i der Winkel
igf = 60°, so müßte man ihn hier positiv
nehmen, weil gfn negativ war (XVIII.) und
beyde auf entgegengesetzten Seiten von gf lie-
gen, oder auch, weil in (XVII.) der auf efg =
folgende Winkel igf = η mit ersterm auf ei-
nerley Seite von gf fällt, und also weil
efg bejaht war, auch fgi bejaht seyn muß;
ist also gn′ mit SN parallel, so ist der Win-
kel ign′ oder für das zu bestimmende Object i,
der Winkel φ = −17°.48′.5″ + 60° − 180°
(XIII.) = − 137°.48′.5″ auch auf der östli-
chen Seite von gn′ (XII.); und für i wä-
re nun (XIII. XVIII.)

Abscisse = + 985 + ig cos 137°.48′.5″
Ordinate = + 4546 − ig. sin 137°.48′.5″.
u. s. w.

XX. Hat man nun nach und nach für alle
Hauptstandpunkte, wie a, b, c, d u. s. w.
Abscissen und Ordinaten berechnet, und sie mit
gehöriger Bemerkung des positiven und negati-
ven

den in ein Manual getragen, so läßt sich alsdann der Auftrag eines jeden Ortes am bequemsten auf folgende Art bewerkstelligen.

Durch a, als denjenigen Ort, von welchem man den Auftrag anfangen will, ziehe man auf der zu verfertigenden Charte erstlich SN, und trage auf sie von a nach N, und von a nach S Abtheilungen, z. E. von 1000 zu 1000 Ruthen. Die in der Figur neben die Abtheilungen hingeschriebenen Ziffern sollen diese tausende von Ruthen bezeichnen.

Durch a ziehe man ferner WO auf SN senkrecht, und setze gleichfalls von a gegen W, und von a gegen O tausende von Ruthen.

Endlich ziehe man durch alle Theilpunkte auf SN Parallelen mit WO, und so durch alle Punkte auf WO Parallelen mit SN, so wird gleichsam ein Netz von lauter Quadraten entstehen, welches das Auftragen eines jeden Orts, z. E. f, aus dessen Abscisse und Ordinate man leicht beurtheilt, in welches Quadrat er fallen muß, gar sehr erleichtert.

Für f war oben die Abscisse = — 1300 Ruthen, Ordinate = 5280 Ruthen.

h ist der Winkelpunkt eines Quadrats, welchem die negative Abscisse = 1000, und positive Ordinate = 5000 zukömmt. Man setze also von h nach Süden zu 300 Ruth. und von dem Endpunkte dieser 300 Ruthen, nach Westen zu 280 Ruth., so ist f. in seinem Quadrate, gehörigermaaßen verzeichnet.

Begreiflich muß man hiebey noch einen besondern Maasstab haben, um die Menge von Ruthen auftragen zu können, die nicht völlig 1000 ausmachen.

Das Netz von Quadraten wird nur mit zarten Bleystiftlinien gezeichnet, die sich nach geschehenen Auftrage aller Oerter wieder wegreiben lassen, Daß hierzu ein genaues hinlänglich großes Linial und Dreyeck, gebraucht werden muß, bedarf kaum einer Erinnerung.

Noch einige Bemerkungen über die Werthe eines jeden Winkels φ (§. 262. XVI.) in so ferne man ihn aus unterschiedenen Reihen von Dreyecken folgern könnte, nebst den Vortheilen davon.

§. 363. I. Man kann den Winkel WV, = φ (Fig. LXXVI.) und so jeden ähnlichen,

auf

auf verschiedene Art bestimmen, je nachdem man ihn entweder durch den Zusammenhang der Standlinien CDEVW oder CBADEVW, CAEVW rc. rc. suchen wollte.

Der Zusammenhang CDEVW müßte geben

WVv = NCD + CDE + DEV + EVW — 3.180°
(§. 362. XVI.)

Aus CBADEVW müßte eben so folgen

WVv = NCB — CBA — BAD + ADE + DEV + EVW
— 5.180°.

Und so aus CAEVW

WVv = NCA — CAE + AEV + EVW — 3.180°
u. s. w.

II. Die Zeichen + — in jeder Reihe von Winkeln, wodurch man WVv findet, bestimmen sich jedesmal aus der Art, wie ein paar nächst aufeinander folgende Winkel auf einerley oder unterschiedenen Seiten der dazwischen liegenden Weite fallen (§. 362. XV. XVII.).

III. Die Winkel selbst in jeder Reihe ergeben sich aus denen in den Dreyecken gemessenen. Z. E. CAE in dem letzten Ausdrucke für WVv ist = CAD + DAE, worunter man

man aber die bereits centrirten Winkel und zwar aus der Vten Rubrik §. 357.) versteh:

IV. Wenn nun die auf verschiedene Ar gefundenen Werthe von WVν (I.) mit einan: der übereinkommen, so ist dieses ein sichere Merkmahl von der Richtigkeit der in dem Sy: stem der Dreyecke gemessenen Winkel. Finden sich aber kleine Unterschiede, so kann man aus allen ein Mittel nehmen, und so WVν zur nachherigen Berechnung der zu W gehörigen Ordinate und Abscisse sehr genau finden.

Es ist eine Probe der Arbeit, wenn man solchergestalt wenigstens für einige Oerter die Werthe φ aus unterschiedenen Reihen von Winkeln ableitet.

Verzeichnung der Oerter, welche zu den kleinern Systemen der Dreyecke gehören.

§. 364. Das bisherige betrift den Auf: trag solcher Oerter, welche zu Hauptstand: punkten angenommen worden sind, und so das erste größte Dreyecken: System bilden.

Für andere Oerter, z. E. a, b, c (Fig. LXXVI.) zu deren Bestimmung eine Linie AB aus:

aus dem ersten Systeme zur Standlinie angenommen wird, die also nun zum zweyten System der Dreyecke gehören, ist es nicht nöthig, die Ordinaten und Abscissen in Rücksicht der Mittagslinie SN zu berechnen. Man darf nur ihre Lage gegen AB bestimmen, indem man AB zur Abscissenlinie annimmt, und eines jeden Punktes a, den man aus den Standpunkten A, B, visiret hat, senkrechte Ordinate ay und Abscisse Ay berechnet und aufträgt. Nennt man nun die bekannten Winkel (unter welchen man aber die centrirten verstehen muß) aAB $= \alpha$; aBA $= \beta$, und folglich AaB $= 180° - \alpha - \beta = \gamma$ so ist Aa $=$ $\frac{AB \sin\beta}{\sin\gamma}$

$$\text{und folglich } ay = Aa \sin\alpha = \frac{AB \sin\beta \sin\alpha}{\sin\gamma}$$

$$Ay = Aa \cos\alpha = \frac{AB \sin\beta \cos\alpha}{\sin\gamma}$$

welches man alles durch Logarithmen leicht berechnen kann; wo denn Ay negativ wird, wenn α stumpf ist. In Rücksicht der Winkel α, β, und ihrer richtigen Bestimmung aus dem Vermessungs-Register muß man die Bemerkungen in dem 239. §. Zus. I. u. f. in Erwägung ziehen.

Wenn

Wenn die Weiten Aa, Ba nicht zu groß werden, so daß man sie bequem mit einem Zirkel fassen und abtragen kann, so könnte man auch bequemer a durch den Durchschnitt zweyer Kreisbogen bestimmen.

Dies wird bey den Dreyecken des dritten Systems, wie z. E. A a α, A a β, fast allemal angehen.

Eine Mittagslinie SN (Fig. LXXVI.) durch einen gegebenen Ort C genauer zu ziehen als es nach (§. 118. 2.) geschehen kann.

§. 365. I. Dies wird nach (§. 362, III.) erfordert, wenn man den Winkel, den eine gewisse Seite eines Dreyecks, z. E. DC, mit CN, oder CS, macht, also DCN = ρ (§. 362. XVI.), oder DCS = 180° — ρ, mit der gehörigen Schärfe soll messen, und daraus die richtige Lage aller übrigen Oerter auf der Charte gegen die 4 Weltgegenden herleiten können.

Hat man nemlich, z. E. für E, die Abscisse Ce, und Ordinate Ee berechnet und aufgetragen, so ist der Ort E zugleich gehöriger-

maa-

maaßen, in Rücksicht des ersten C, orientirt, wenn SN durch C eine wahre Mittagslinie ist, d. h. die Perpendikel Ce, eB drücken genau aus, wie E südlicher oder nördlicher, und westlicher oder östlicher liegt, als C.

II. Die Mittagslinie SN durch C so genau zu ziehen, als es zur Orientirung einer guten Charte erforderlich ist, giebt es mehr als ein Mittel. — Will man die Schatten eines auf einer Horizontalebene bey C lothrecht errichteten Stiftes dazu gebrauchen, so bediene man sich nicht, wie in (§. 118.), der Längen des Schattens, sondern vielmehr seiner Lagen bey gleichen Höhen der Sonne. Man beobachte Vormittags eine gewisse Höhe der Sonne, und verfahre dabey nach (§. 345. XIII.). In dem Augenblicke, da sie eine gewisse Höhe erreicht, gebe man einem Gehülfen ein Zeichen, die Lage des Schattens Cz, den der Stift wirft, zu bemerken, wozu genug ist, einen einzigen Punkt z in ihm zu bezeichnen, um hernach Cz ziehen zu können. Eben das geschehe Nachmittags bey derselben Sonnenhöhe, so hat man zwey Lagen des Schattens Cz, Cζ, die gleichen oder übereinstimmenden Sonnenhöhen zugehören, zwischen deren Winkel zCζ, also die Mittagslinie CN in die Mitte fallen muß.

Da bey diesem Verfahren nicht sowohl die Längen der Schatten, als vielmehr ihre Lagen in Betracht kommen, und letztere sich weit schärfer, als die Längen beobachten lassen, so wird diese Art, eine Mittagslinie zu ziehen, ungleich richtiger seyn, als das Verfahren (§. 118.), wiewohl etwas umständlicher, weil man zwey Beobachter, und ein Werkzeug zu übereinstimmenden Sonnenhöhen dazu braucht.

Die Astronomie lehrt übrigens auch, daß man solche Bestimmungen einer Mittagslinie vorzüglich um die Zeit der Sonnenwenden herum anstellen müsse, wenn man einige Verbesserungen, wegen der eigenen Bewegung der Sonne, dabey soll ausser Acht lassen dürfen.

III. Hat man eine gute Pendeluhr, so kann man die Lage der Mittagsfläche auch auf folgende Art finden. Man nehme an einem gewissen Abende übereinstimmende Höhen eines Sternes (§. 345.), und berechne daraus den Augenblick an der Uhr, wenn den folgenden Abend der Stern durch die Mittagsfläche gehen wird (§. 345. VII.).

Wenn man nun den andern Abend um die bestimmte Zeit durch gehörige Erhöhung des Fernrohres, und Herumdrehung der vertical

tical gestellten Ebene des Winkelmessers um den Zapfen pq (§. 344. IX.), den Stern verfolgt, so wird es einem einigermaaßen Geübten nicht schwer seyn, den Stern gerade zu der Minute und Secunde, da er kulminirt, in die Axe des Fernrohres, oder auch nur in den verticalen Strich im Brennpuncte desselben zu bekommen. In dem Augenblick, da dieses geschiehet, stehet die verticale Ebene des Werkzeugs, und folglich auch das mit ihr parallele Fernrohr, in der Mittagsfläche. Man lasse das Werkzeug unverrückt stehen, und erniedrige den andern Tag darauf das Fernrohr (welches jedoch mit aller Vorsicht geschehen muß, damit sich die Ebene des Werkzeugs nicht aus der Mittagsfläche verrücke) so, daß man längst der Axe des Fernrohres, Stäbe vertical abstecken lassen kann, welche denn die Lage der Mittagsfläche durch den Punkt, über welchem die Ebene des Werkzeugs stehet, sehr genau geben.

IV. Bey diesem Verfahren wird aber vorausgesetzt, daß sich das Fernrohr genau mit der Ebene des Werkzeugs parallel drehe, und letztere in dem Augenblick, da der Stern kulminirte, vertical stand. Da aber diese Erfordernisse sich nicht immer mit der nöthigen

Schär-

Schärfe erhalten lassen, so habe ich mich sicherer folgenden Verfahrens bedienet.

Ich ließ mir ein Stativ, ohngefähr wie (Fig. LXXXI.) ausweiset, verfertigen. Der obere Theil ist wie ein senkrechtes Kreuz gestaltet, längst dessen Theils da eine Diopter c, wie in einer Nuth, hin und her geschoben werden kann. Es braucht b a höchstens nur einen Schuh lang zu seyn. — Auf das dreyeckigte Brett A des Stativs kann man ein Gewicht legen, damit sich das Werkzeug durch seine Schwere fest genug auf dem Boden erhalte. Die Höhe des Stativs mag etwa $3\frac{1}{2}$ Schuh betragen.

Man lasse nun an einem Fenster, an welchen man eine freye Aussicht auf das Feld hat, oder wo man es sonst für gut befindet, bey h ein Loth an einem Faden oder noch besser einen nicht zu dünnen und mit einem hinlänglichen Gewichte beschwerten Drath herabhängen, und damit er durch eine Bewegung der Luft nicht leicht erschüttert werde, so lasse man das Loth oder Gewicht in ein Gefäß mit Wasser hineinhängen.

Einige Minuten vorher, ehe nun der Stern kulminiren wird, rüste man sich zur

Be-

Beobachtung, und stelle das Stativ in ei=
niger Entfernung von dem Loths dergestalt,
daß man durch die Diopter c den Stern
von dem Faden hl bedeckt siehet. So wie
nun der Stern den Faden wieder verläßt,
so folge man ihm immer mit der Diopter
nach; indem man sie längst ba sanft hin und
her schiebt; so wird man dadurch den Stern
beständig hinter dem Faden hl erhalten können.
In dem Augenblicke, da man ein Gehülfe
an der Uhr die Minute und Secunde zählt,
da nach der Berechnung der Stern culmini=
ren müßte, lasse man die Dioper unverrückt
stehen, und so ist der Stern hinter dem Fa=
den in der Mittagsfläche, oder vielmehr eine
Ebene, welche man sich durch hl, und den
Visirpunkt c der Diopter einbildet, ist die
Mittagsfläche.

V. Man kann nun alles unverrückt ste=
hen lassen, und den andern Tag längst der
Richtung ein Stäbe abstecken lassen, die von
dem Faden hl bedeckt werden, und solcherge=
stalt die Mittagsfläche nach Gefallen erweitern.

Statt eines Fadens hl kann man sich
noch besser der scharfen Kante eines geraden,
und unten mit einem Gewichte beschwerten in
h aufgehängten Stabes bedienen. So wie der

Stern

Stern an der scharfen Kante des Stabes erscheint, und von dem Stabe bedeckt zu werden anfängt, verfolgt man ihn immer mit der Diopter, bis der Augenblick eintritt, daß er kulminiren würde, wo man denn die Diopter stehen läßt, und den andern Tag durch das Visiren an dieser Kante vorbey, die Mittagslinie absteckt. Dies Verschwinden eines Sterns an der scharfen Kante eines solchen Stabes ist deutlicher wahrzunehmen, als das Bedecken desselben von einem so dünnen Faden. Es ist vortheilhaft, Sterne zu wählen welche nicht zu hoch kulminiren, damit sie zur Zeit der Kulmination noch immer von hl bedeckt werden, welches sich leicht aus dem Winkel h d m ergiebt. Wenn die Entfernung dm 2 : 3 Füsse beträgt, so ist dies zu gegenwärtigen Zwecke hinlänglich.

VI. Anmerk. Auf bu lassen sich Abtheilungen anbringen, über welche sich ein Weiser mit der Diopter zugleich verschiebt. Hätte man nun die Stellung des Weisers bey eines gewissen Sternes Durchgang durch die Mittagsfläche genau bemerkt, so könnte man hieraus vermittelst eines andern Sternes, dessen Durchgang durch die Mittagsfläche man aus des erstern seinem leicht findet (§. 345. XII.), abermals die Lage der Mittagsfläche bestim-

bestimmen, und den Ort des Weisers bemerken, der denn mit der erstern Stelle desselben zusammentreffen muß, wenn nicht kleine Fehler in den Beobachtungen vorgefallen sind. Auf diese Art läßt sich durch mehrere Sterne an einem und demselben Abend, die Lage der Mittagsfläche angeben, und aus den unterschiedenen Stellungen des Weisers beurtheilen, wie genau die Bestimmungen durch jeden Stern mit einander zusammentreffen, und selbst, wo man den Weiser, und folglich die Diopter hinrücken müßte, um ein gewisses, der Wahrheit sehr nahe kommendes Mittel aus allen Beobachtungen zu erhalten.

Während der ganzen Arbeit darf aber begreiflich das Werkzeug A selbst keine Verrückung leiden. Auch ließe sich leicht eine Vorrichtung erdenken, daß man der Diopter ausser der gröbern Bewegung auch eine sanfte, durch Hülfe einer angebrachten Micrometerschraube, geben könnte.

Wenn es übrigens zu der Zeit, da man die Sterne hinter dem Faden hl oder an der scharfen Kante des erwähnten Stabes beobachtet, so dunkel ist, daß man hl nicht deutlich sehen kann, so muß man hl in einiger Ferne durch ein Licht mäßig erleuchten lassen. Es

darf

darf aber das Licht nicht unmittelbar in da Auge scheinen, und dasselbe blenden.

Ein Kurzsichtiger muß, um sowohl den Faden, als den Stern desto deutlicher zu se hen, allenfalls ein Augenglas zunächst hinter die Diopter halten.

Vorausgesetzt wird bey dem bisherigen Verfahren immer, daß man des ersten Stern nes Durchgangszeit durch die M. aus über einstimmenden Höhen desselben, mit der ge hörigen Zuverlässigkeit weiß. Man könnte aber auch aus übereinstimmenden Sonnenhö hen den Augenblick an der Uhr suchen, wenn die Sonne durch die Mittagsfläche gienge, und daraus nach (§. 345. XIII.) finden, wenn dieser oder jener Stern Abends kulminirte.

Hat man nun durch den Ort C (Fig. LXXVI.) einmal die Lage der Mittagsfläche SCN bestimmt und abgesteckt, so ist es leicht, den Winkel DCN = p zu messen, und daraus für die übrigen Oerter D, E, V, W ꝛc. ꝛc. die erforderlichen Bestimmungen herzuleiten, und ihnen die gehörige Lage gegen die Mittagslinie SN, als Abscissenlinie zu geben.

VII. Wenn man sich durch die Objecte C, D, eine Verticalebene einbildet, und

nur

un das Instrument A (Fig. LXXXI.) bey C (Fig. LXXVI.) so stellt, da man durch die Diopter c das Object D von dem verticalen Faden hl (IV) bedeckt siehet, so kann man des Abends die Zeiten aufschreiben, wenn mehrere Sterne nach einander von hl bedeckt werden, und hieraus, aus der Polhöhe des Orts C, und den Declinationen und Rectascensionen der Sterne, den Winkel berechnen, den die Verticalebene DC mit der Mittagsfläche CN macht (Kästners astronomische Abhandlungen 1. Sammlung S. 230. u. f.).

Wer überhaupt Astronomie versteht, dem bieten sich mehrere Mittel an, den Winkel, den eine Verticalebene durch ein paar Oerter auf dem Felde, mit der Mittagsfläche durch einen von diesen beyden Oertern macht, zu berechnen. Dabey ersparte man sich also die Mühe, die Mittagsfläche selbst abzustecken, und den erwähnten Winkel zu messen. Aber meistens werden zur Berechnung dieses Winkels mehrere Data erfordert, als zur unmittelbaren Bestimmung und Absteckung einer Mittagsfläche nach (II. IV.), und die Rechnung selbst verursacht doch auch Zeitverlust, wenn man den Winkel nicht nur aus einer Reihe von gegebenen Dingen herleiten will, sondern aus mehreren Bestimmungen ein Mittel verlangt.

Hieher gehört auch das Verfahren Bauers in seiner Abhandlung de Orientatione et expositione situs regionis in plano respectu plagarum mundi, die man auch in der Sammlung von den Schriften der ehemaligen kosmographischen Gesellschaft in Nürnberg antrifft. Ferner auch das Verfahren durch correspondirende Sonnenhöhen, in Hrn. v. Textors Nachricht, von den trigonometrischen Vermessungsarbeiten in der Churmark, in v. Zachs Monathl. Correspondenz etc. 1811. (August) S. 107. u. dergl.

Ich halte aber in allen Fällen das Verfahren (IV — VI.), wo man einen Winkel wie DCN unmittelbar messen kann, für richtiger und brauchbarer, auch zu dem vorliegenden Zwecke in der praktischen Geometrie hinlänglich genau.

Die Hauptrichtungen der Flüsse, Strassen, Waldungen, die merkwürdigsten Gränzen einzelner Bezirke u. s. w. also das Detail oder das Topographische eines Landes auf die Charte zu bringen.

§. 366. I. Diese Arbeit wird vorzüglich mit dem Meßtische bewerkstelligt. Man

trägt,

rägt, wenn man das Topographische einer Gegend entwerfen will, einige Oerter von der Charte auf den Meßtisch, richtet ihn auf dem Felde nach diesen Oertern, und sucht sowohl aus angenommenen Standlinien, als auch nach andern Messungsarten, alles auf dem Meßtische zu entwerfen, was nach der geringen Größe des verjüngten Maaßstabes noch ausgedrückt werden kann, und nach der Ueberschrift dieses §es angemerkt zu werden verdient.

Damit die Arbeit desto geschwinder von statten gehe, so kann man sie unter mehrere geprüfte Feldmesser oder Ingenieurs vertheilen, und hernach die einzelnen topographischen Entwürfe an die Seiten der Dreyeckensysteme anknüpfen, und auf die Charte tragen.

II. Anmerkung. Gewöhnlich wird zu dem Detail der Vermessung ein größerer verjüngter Maasstab, als zu der Generalcharte, oder zu dem entworfenen Netze (§. 362.) genommen, und dies Detail wird dann nach einzeln Blättern oder Quadraten des Netzes entworfen. Verlangte man z. E. das Detail der Charte innerhalb des Quadrates $\mu\nu\varsigma\tau$ (Fig. LXXX.) so zeichne man dieses Quadrat (dessen jede Seite hier z. E. 2000 Ruthen oder 20000 Schuh fassen würde) mit den hinein-

fallenden Hauptgegenständen α, β, γ, δ, 2c. 2c. entweder vermittelst Dreyecke (deren Seiten man nach der trigonometrischen Berechnung (§. 361.) nimmt) oder vermittelst der berechneten Perpendiculärabstände dieser Objecte α, β 2c. 2c. von den Seitenlinien $\gamma\tau$, $\sigma\tau$ dieses Quadrates, auf ein größeres Blatt Papier, nach einem schicklichen, der Größe des Meßtisches angemessenen Maasstabe, befestige dies Blatt alsdann auf den Meßtisch, oder copire es auf den überzogenen Meßtisch vermittelst der Kopiernadel (oder zeichne auch lieber jenes Quadrat nach dem grösseren Maasstabe sogleich selbst auf den überzogenen Meßtisch) und begebe sich hierauf mit dem Meßtische auf das Feld, mache daß die Lage der Punkte auf dem Papiere genau ihrer Lage auf dem Felde entspreche (I), und schreite, wenn alles seine Richtigkeit hat, hierauf zur Entwerfung des in das Viereck $\mu\nu\sigma$ fallenden Details, z. E. der Wege, Flüsse, Wälder und anderer merkwürdiger Punkte die auf der Hauptcharte noch fehlen. So kann man mehrere dergleichen Blätter aus dem Netze herauszeichnen, sie unter die Feldmesser, welche zur Aufnahme des topographischen Details beordert sind, vertheilen, und solchergestalt die ganze Charte ohne Schwürigkeit des Zusammenpassens der einzelnen Blätter vollenden, indem man das Merkwürdigste aus die-

sei

sen Blättern (die nachher in ein besonderes Buch zusammengebunden werden können) noch in die Hauptcharte nachträgt.

III. Gränzvermessungen u. dgl. kann man bey diesem Geschäfte auch vorzüglich mit der Boussole vornehmen; die kleinen Fehler, welche bey diesem Werkzeuge unvermeidlich sind, darf man auf der Charte eines Landes, worauf der Maasstab so klein ist, sicher ausser Acht lassen, besonders wenn man an den beträchtlichsten Wendungen der Gränzen, die Winkel unterweilen mit dem Astrolabio misset, und übrigens die Messung so vornimmt, daß sich die Fehler so wenig als möglich häufen können.

Da ich im Vorhergehenden die Entwerfungsart mit der Boussole noch nicht beygebracht habe, so will ich hier das Wesentliche davon erzählen.

Es sey ABCF (Fig. LXII.) ein Stück einer aufzunehmenden Gränze.

Man bringe die Boussole über A, und wende sie so lange, bis die Dioptern nach dem Winkelpunkt B gerichtet sind.

Man schreibe die Grade und Minuten auf, die bey dieser Stellung der Dioptern

die

die Magnetnadel weiset; so hat man den Wi
kel, den AB mit der Richtung der Magn
nadel macht.

Eben so verfahre man bey B, C, u. s. w
um die Winkel zu erhalten, welche BC, Cl
u. s. w. mit der Richtung der Magnetnade
machen. Messe übrigens auch zugleich di
Weiten AB, BC, CF u. s. w. wozu Schrit
te, wenn die Entfernungen nicht zu groß sind,
zulänglich seyn können.

Um nun den Auftrag zu Hause bewerk-
stelligen zu können, so muß man ein Blatt
Papier auf einer unbeweglichen Ebene be-
festigen, die Boussole darauf legen, und sie
drehen, bis die Nadel wieder die Grade und
Minuten weiset, die sie auf dem Felde bey A
angab. Man ziehet hierauf, längst des Di-
opterlineals der Boussole, auf dem Papiere
eine gerade Linie, und trägt auf sie die gemes-
sene Weite, AB.

In den Punkt B schlage man eine feine
Nadel ein, lege an sie das Diopterlineal, und
drehe die Boussole, bis die Magnetnadel auf
die Grade und Minuten weiset, die sie auf
dem Felde angab, da die Diopteren bey B nach
C gerichtet waren. Längst des Lineals ziehe
man hierauf die gerade Linie BC, und trage
BC auf. Und

Und so verfahre man weiter, bis man mit der ganzen Gränze fertig ist.

Diese auf einem Blatt Papier besonders entworfene Gränze kann man nun, nach dem verjüngten Maasstab der Charte an den gehörigen Ort auf die Charte tragen. Hat man gleich anfangs die Weiten AB, BC, nach dem verjüngten Maasstab der Charte genommen, so darf man die entworfene Gränze nur vermittelst einer Kopiernadel auf die Charte abstechen.

Zur Richtigkeit der ganzen Arbeit muß man aber immer vorher schon mehrere Hauptgränzpunkte, z. E. A, F, vermittelst eines Astrolabii bestimmt, und auf die Charte getragen haben. Dieses sind demnach gleichsam feste und vollkommen richtig entworfene Punkte, zwischen denen man den vermittelst der Boussole entworfenen Theil ABCF auszeichnen kann, ohne befürchten zu dürfen, daß die zwischen den festen Punkten A, F begangenen Fehler sich auf einen nächst folgenden Theil der Gränze fortpflanzen können. Eine nützliche und brauchbare Einrichtung der Boussole zu Vermessungen dieser Art ist die von Jones beschriebene Reflexions-Boussole in Gilberts Ann. der Physik 52 B. 2tes Stück S. 197.

Hat

Hat man von einem Lande, das man vermessen soll, bereits hin und wieder von einzelnen Theilen brauchbare Flurrisse, so wird ein kleines Nachdenken leicht zeigen, wie man diejenigen Gegenstände, die auf der Charte angemerkt zu werden verdienen, von diesen Flurrissen ab, und auf die Charte selbst tragen könne.

Viele Gegenstände auf dem Felde kann man unterweilen auch schon zureichend genau durch eine bloße Schätzung nach dem Augenmaaße auf die Charte verzeichnen, wobey denn die (§. 52.) gegebenen Vorschriften brauchbar seyn werden.

Viel hieher gehöriges findet man auch in S. S. v. L. — — Versuch eines geometrischen Augenmaaßes, oder Sammlung einiger geometrischen Aufgaben, die sowohl bey geographischen, als topographischen Vermessungen ganzer Länder und Provinzen, als auch bey kleinen Situationen angewandt werden können, mit 11 Kupfern. Riga bey Hartknoch 1785.

d'Estimanville vom Aufnehmen der Plane und Gegenden, im 4ten Bande seines vollständigen Innbegriffs

griffs aller Kriegswissenschaften. Magdeb. 1786.

l'Art de lever les Plans, par Mr. du Pain de Montesson. a Paris 1763. Die deutsche Uebersetzung davon, Dresden und Leipzig 1781. 8.

Allerley nützliche Bemerkungen über die topographische Aufnahme ganzer Länder von einigen Graden in der Länge und Breite hat auch Hr. Obrist v. Striker in Böhms Magazin für Ingenieurs und Artilleristen, IX. Bd. S. 203. ꝛc. ꝛc. vorgetragen.

J. L. Späths höhere Geodäsie (München 1816) ist hiebey vorzüglich auch zu empfehlen.

Kurz, man wird alle brauchbaren Hülfsmittel anwenden, die Charte zu ergänzen, ohne überall Messungen mit dem Meßtische u. dgl. anstellen zu dürfen, und ihr dabey den möglichsten Grad der Vollkommenheit zu geben suchen.

Wenn endlich alles vollendet ist, so kann man über die Charte auch ein geographisches Netz (§. 349 ꝛc.) verzeichnen, und sie so zu allerley andern Absichten brauchbar machen,

machen, wozu es denn erforderlich ist, wenigstens von einem Orte die Polhöhe und geographische Länge zu wissen.

Bey dem Einschreiben der Namen der Oerter muß man eine gewisse Wahl treffen, daß dadurch die Charte nicht verunziert, und durch die Menge derselben undeutlich gemacht werde.

Zur Bezeichnung der Städte, Flecken, Dörfer, Höfe, Schlösser, Klöster und anderer Gebäude, lassen sich leicht schickliche Zeichen angeben, so wie auch für die unterschiedenen Arten von Gränzen, Wegen u. dgl. Man muß sie aber sämmtlich so klein und so sauber, als möglich, verzeichnen, und die Bedeutung der gebrauchten Zeichen an dem Rand der Charte bemerken.

Die Art, einzelne Bezirke und Herrschaften durch Farben von einander zu unterscheiden, kann man aus den gewöhnlichen Landcharten ersehen. Man muß sich aber vor allzustarker Auftragung der Farben hüten, und noch besser ist es, wenn nur die Gränzen illuminirt werden, und das übrige weis bleibt. Die Bedeutung der Farben, in Rücksicht auf einen jeden Bezirk, kann man zu mehrerer Deutlichkeit auch an dem Rand der Charte bemerken.

Zum

Zum Beschluß des gegenwärtigen Kapitels will ich noch ein paar Aufgaben über die Messung sehr großer Weiten beybringen, weil deren Auflösung mit dem bisherigen sehr genau zusammenhängt.

Aufgabe.

§. 367. Die Weite zweyer Oerter A und B (Fig. LXXXII.), die so groß ist, daß man sie nicht bequem aus einer einzigen Standlinie, wie im 183sten §., bestimmen kann, zu messen, vorausgesetzt, daß man doch noch von A nach B hinsehen kann.

Aufl. I. Man wähle auf dem Felde schickliche Standpunkte C, D, E, F, G, so daß die Dreyecke ACD, DCE, CEF, FGB, wodurch beyde Oerter A, B unter einander zusammenhängen müssen, weder zu spitzige, noch zu stumpfe Winkel bekommen. — Auch wird es gut seyn, die Standpunkte so angenommen zu haben, daß die Linie AB die Seiten der Dreyecke, nemlich CD, CE, FE, FG, würklich schneidet.

II. Man messe in jedem Dreyecke, wenn es nöthig seyn sollte, alle drey Winkel, damit man von der Genauigkeit der Messung ein sicheres Urtheil fällen könne. Geht es aber

aber nicht an, so müssen wenigstens zwen Winkel in jedem gemessen werden; Unter den gemessenen Winkeln verstehe ich zugleich die centrirten.

Ausserdem messe man z. E. in dem ersten Drenecke ACD, die Seite AD.

III. So kann man daraus, und vermittelst des Zusammenhangs der Drenecke, alle übrigen Seiten CD, AC, CE, CF, u. s. w. trigonometrisch herleiten.

IV. Daraus lassen sich nun ferner alle Drenecke in ihrem richtigen Zusammenhange auf das Papier tragen; und wenn man nun die Figur ACFBGEDA mit möglichster Genauigkeit verzeichnet hat, so ziehe man durch A und B auf dem Risse eine gerade Linie, und messe sie, so hat man die gesuchte Weite AB durch Zeichnung, selbst wenn man nicht einmal von A nach B unmittelbar hätte hinsehen können

V. Wollte man sich aber gar keiner Zeichnung bedienen, und setzt man, es liesse sich würklich von A nach B hinsehen, so messe man überdem auch die Winkel CAB, FBA.

VI. So kann man erstlich in dem Drenecke ACD, aus den bekannten Seiten AC, AD, und

und den Winkeln CAm und DAm = CAD — CAm die Linien Cm, Dm und Am berechnen, wozu sich leicht eine Formel finden läßt.

VII. Da nun auch der Winkel Cmn = CAm + ACD bekannt ist, ferner in dem Dreyecke Cmn die Seite Cm, und der Winkel mCn = DCE, so kann man daraus ferner mn und Cn berechnen.

VIII. In dem Dreyecke Eno ist ferner bekannt der Winkel Eno = Cnm = 180° — mCn — Cmn (VII.), der Winkel nEo = CEF, und die Seite En = CE — Cn (VII.), daraus finden sich denn no und Eo.

Und so kann man nach und nach in den Dreyecken Fop, GpB, ferner op und pB finden.

IX. Die Summe aller gefundenen Stücke Am + mn + no + op + pB ist demnach der gesuchten Weite AB gleich.

X. Um sich in der Ordnung, nach welcher man nach und nach die einzelnen Stücke Am, mn rc. rc. sucht, nicht zu irren, so wird es allemal gut seyn, vorher eine roh entworfene Zeichnung (VI.) von dem Zusammenhange aller Dreyecke gemacht zu haben.

XI. Will man seine Arbeit berichtigen, so kann man auch in dem letzten Dreyecke FBG eine Standlinie FB und den Winkel FBA gemessen haben, und nun rückwärts von B gegen A eine ähnliche Rechnung führen, und die Stücke Bp, po, on u. s. w. finden, deren Summe denn mit der Rechnung von A aus, übereinstimmen muß.

XII. Daß übrigens in allen Dreyecken die Winkel horizontal gemessen seyn müssen, bedarf kaum einer Erinnerung.

XIII. Zus. Wenn auch die Standpunkte C, D, E ꝛc. ꝛc. nicht so liegen, daß AB würklich in die Seiten CD, CE, FE u. s. w. einschnitte, so wird man doch nach einiger Ueberlegung, und durch Hülfe eines rohen Entwurfs, aus den bekannten Seiten und Winkeln aller Dreyecke CAD, DEC u. s. w., und aus dem gemessenen Winkel CAB, Mittel finden, die ganze Weite AB stückweise trigonometrisch zu berechnen. Es können dabey auch Perpendikulärlinien zu Hülfe genommen werden, die man sich von den Punkten C, D, E, F ꝛc. ꝛc. auf AB herabgefället gedenkt; man kann die Stücke auf AB berechnen, die zwischen jedem Paare nächst auf einander folgender Perpendikulärlinien fallen, und so durch deren Summe oder Abzug

AB auch stückweise finden. Doch ich will die weitere Ausführung davon dem eigenen Nachdenken eines jeden überlassen, da die Sache keine Schwierigkeit hat, sobald man alles, was besonders im gegenwärtigen Kapitel bereits vorgetragen worden ist, gehörig inne hat.

Aufgabe.

§. 368. Wenn man auch gleich nicht von A nach B wirklich hinvisiren kann, um einen Winkel, wie CAB (§. 367. V.), zu messen, dem ohnerachtet die Weite AB, durch Hülfe des Zusammenhangs aller Dreyecke CAD, CDE ꝛc. zu finden.

Aufl. I. Man siehet leicht, daß diese Aufgabe darauf hinausläuft, eine vorgegebene Diagonal-linie eines Polygons, dessen Winkel und Seiten bekannt sind, zu finden. Denn wenn man sich das Vieleck ACFBGEDA vorstellet, so ist AB eine Diagonal-linie desselben, welche durch die beyden gegebenen Punkte A, B gehet. Da nun wegen des Zusammenhanges aller Dreyecke alle Winkel und Seiten am Umfange des Vielecks als gegeben angesehen werden können, so muß begreiflich die Diagonal-linie AB durch diese Dinge können gefunden werden. Allein eine allgemeine

meine Auflösung davon wird wohl ziemlichen Weitläuftigkeiten unterworfen seyn, und hier also Formeln dazu suchen, würde eine Rechnung seyn, wovon ich eben nicht den Nutzen einsehe, da man vorkommenden Falles durch einige Betrachtung der Figur oft leichter zum Endzweck gelangt.

So könnte man z. E. bey dem Polygon (Fig. LXXXII.) leicht durch folgende Rechnung die Diagonale AB finden.

II. Man stelle sich AC und BF verlängert vor. Sie durchschneiden sich bey M, und in dem Dreyecke CMF hat man die Seite CF, und die beyden Winkel MCF $= 180° -$ ACF $= 180° -$ ACD $-$ DCE $-$ ECF, und MFC $= 180° -$ CFE $-$ EFG $-$ GFB; daraus finden sich trigonometrisch CM und FM, und in dem Dreyecke AMB sind nun bekannt der Winkel M, und die Seiten AM $=$ AC $+$ CM; BM $=$ BF $+$ FM; woraus sich denn AB finden läßt.

III. Man könnte eben so z. E. AD und BG verlängert haben, und wenn man sich nun DG gezogen vorstellte, so könnte man in dem Dreyecke DEG, aus den bekannten Seiten DE, EG, und dem Winkel DEG, die Linie DG, und die Winkel EDG, EGD, berech-

berechnen. — Daraus hätte man nun ferner in dem Dreyecke DGN die Winkel GDN = 180°. — ADG — CDE — EDG, und eben so auch den Winkel DGN. Daraus fänden sich DN und GN, und der Winkel N, und um AB zu finden, verführe man nun mit dem Dreyecke ANB, wie vorhin mit AMB.

Man siehet also leicht, wie bey einer jeden andern vorgegebenen Reihe von an einander hängenden Dreyecken zu verfahren wäre. In einem jeden besondern Falle werden sich durch Betrachtung der Figur, und durch einiges Nachdenken, immer schon die leichtesten Wege finden lassen, wodurch man die gesuchte Diagonale AB bestimmen kann.

Aufgabe.

§. 369. Zu finden, wie lang ein gegebener Bogen eines gewissen Mittagskreises auf der Erdfläche ist.

Aufl. I. Es sey (Fig. LXXVI.) SCN ein Meridian durch den Ort C, und ADC, CAB, CBG, BGZ u. s. w. eine Reihe von zusammenhängenden großen Dreyecken, die man längst der Mittagslinie so nahe als möglich genommen, und deren Seiten man aus

 einer

einer gemessenen Grundlinie FP, und den Winkeln aller Dreyecke, nach (§. 361.) mit möglichster Schärfe trigonometrisch berechnet habe. Auch sey der Winkel DCS = ρ, den die Mittagslinie durch C, mit der Seite DC eines von den abgesteckten Dreyecken macht, nach (§. 365) mit möglichster Genauigkeit bestimmt worden.

II. So lassen sich daraus, und aus den bekannten Winkeln und Seiten aller Dreyecke, sowohl die von den Punkten D, A, B, G, Z u. s. w. auf die Mittagslinie SN herabfallenden Perpendikel Dd, Aa, Zx rc. rc berechnen, nach (§. 362.), als auch deren Entfernungen CD, Ca, ... Cx u. s. w. von dem angenommenen Orte C.

III. Wenn nun ADC, BGZ die beyden äussersten Dreyecke längst der Mittagslinie vorstellen, so findet man nach (II.) den Abstand xd = Cd + Cx der von den beyden äussersten Punkten D, Z herabgefälleten Perpendikulärlinien Dd, Zx.

IV. Aber diese Perpendikel drücken Stücke von Parallelkreisen aus, die man sich auf der Erdkugel durch die beyden Oerter D, Z gedenkt.

V. Also

V. Also hat man in (III.) den Bogen des Mittagskreises zwischen zwey bekannten Parallelen, und es kommt nun darauf an, diesen Bogen xd des Mittagskreises, in Graden, Minuten und Secunden zu finden.

VI. Dieses zu bestimmen, ist eigentlich ein Geschäfte der Astronomie. — Indessen kann zum allgemeinen Begriff davon folgendes dienen.

VII. Jeder Parallel, Zx, Dd hat einen gewissen Abstand vom Pole, wovon die Ergänzungen zu 90°, den Abständen der Parallelkreise Zx, Dd vom Aequator, oder den Breiten oder Polhöhen der Oerter Z, D gleich sind. Es ist also xd der Unterschied der Polhöhen der beyden Oerter D, Z, den man folglich in Graden ꝛc. ꝛc. weiß, wenn man der beyden Oerter Z, D Polhöhen nach (§. 345.) bestimmt hat.

VIII. Diese Polhöhen bis auf einzelne Secunden zu erhalten, werden aber wohl Winkelmesser von beträchtlicher Güte erforderlich seyn — und damit die Refractionen in unserm Luftkreise dabey keine Irrungen verursachen, so wird man sich am besten solcher Sterne dazu bedienen die sehr nahe durch den Scheitel gehen.

Auch wird man, um alles in der größten Schärfe zu erhalten, allerley kleine Verbesse-

rungen anbringen müssen, in die ich mich a
hier nicht einlassen darf. Z. E. in Rücks
auf die Parallelkreise Zx, Dd, die eigentl
mit geraden Perpendikulärlinien auf SN
völliger Schärfe nicht einerley sind, ferner
Betracht dessen, daß man die Punte Z und
nothwendig ansehen muß, als lägen sie in
nerley Weite vom Mittelpunkt der Erde, o
Z in der erweiterten Oberfläche der Erde dur
D u. dgl.

IX. Werkzeuge und Methoden, die Pol
höhen bis auf wenige Secunden genau zu be
stimmen, findet man in den Schriften welche
von den Messungen eines Meridiangrades han
deln. (Man s. auch bereits oben §. 345. u. 46.

Vorzüglich empfehle ich hiebey Condamine Mesure des trois premiers degrés du
Meridien dans l'hémisphere austral, a Pa
ris 1751. Bouguer Figure de la Terre,
Paris 1749; und Maupertuis Fig. de la
Terre 1738. Liesganig dimensio graduum
etc. etc., in welchen Schriften man zugleich
alle möglichen Vorsichten, die bey einer so
wichtigen Aufgabe erwogen werden müssen,
Fehler, die dabey vorfallen können u. dgl.,
mit einer Genauigkeit und Beurtheilung aus
geführt findet, wodurch das Lesen solcher
Schriften, denen, die sich überhaupt mit Mes

sungen

...ungen ins Große abgeben, auf mancherley Weise nützlich wird.

Ein vortreffliches Verfahren eine Mittagslinie von beliebiger Ausdehnung über Berg und Thal zu ziehen, lehrt der Freyherr v. Zach in der Monatlichen Corresp. May 1801. p. 419. Wer sich in der Behandlung der zu geographischen Messungen so nützlichen Sextanten hinlänglich geübt hat, wird dies Verfahren so leicht finden, daß es den vorhergehenden in §. 365. und allen andern mit Recht vorgezogen werden darf. Von dem Nutzen der Sextanten überhaupt zu geographischen Messungen liefert das angeführte Journal mehrere Beyspiele. Unter andern M. C. 1801 Oct. S. 325. 1803. Aug. S. 139 und an mehreren Stellen, die man leicht nachschlagen kann.

X. Es sey nun die Entfernung xd überhaupt = m; der Unterschied der Breiten der beyden Oerter Z, D in Graden, Minuten und Sec. = μ; so hat man nach der Regel de Tri $\mu : 1^\circ = m : x$, die Länge eines Grades auf dem Mittagskreise SN.

XI. Das bisherige wird hinlänglich erläutern, was bey der Vermessung eines ganzen Landes zu bemerken ist. Vorzüglich empfehle ich hiebey noch als Beyspiel den interessanten Aufsatz

des

des Kayſ. Königl. Generalmajors und Ge
Quartiermeiſters Anton Freyherrn v. Za
Ueber die trigonometriſche Vermei
ſung der ehemaligen Venetianiſche
Staaten in der Monatl. Correſp. Febr
1803 S. 134. April, 1803. S. 281.

Ueber die topographiſche Vermeſſung in Bayern die Monatl. Correſp. April 1803. S. 353. May S. 377. Sept. 1803. S. 273. Oct. S. 354.

Wie aus den trigonometriſchen Operationen geographiſche Beſtimmungen der Länge und Breite mit Zuziehung der ſphäroidiſchen Geſtalt der Erde abgeleitet werdeu können, zeigt der Anhang zu dieſem Theile der practiſchen Geometrie.

XXXIII. Kapitel.

Das Nivelliren oder Wasserwägen.

§. 370. Wir haben bereits im Vorhergehenden einige Arten kennen gelernt, die Erhöhung eines Orts auf dem Felde über der Horizontalfläche eines andern zu bestimmen.

Bediente man sich dazu blos der Maasstäbe, nach (§. 42.), so würden wohl beyde Punkte auf dem Felde nicht zu weit von einander liegen dürfen, wenn das Verfahren anders nicht sehr beschwerlich seyn soll.

Ist die Erhöhung eines Orts, auf eine nicht allzugroße Entfernung von einem gewissen Standpunkte, so beträchtlich, daß man bequem einen Elevationswinkel mit dem Astrolabio, oder auch durch Hülfe eines Micrometers in einem Fernrohre, messen kann, so läßt sich die Höhe nach (Kap. XVI). trigonometrisch berechnen.

Den Gebrauch des Barometers zu Höhenmessungen habe ich im 197sten §. u. f. gezeigt, werde aber in der Folge noch einiges davon erwähnen.

Di-

Diesen Methoden kann man, besonders wenn man das abwechselnde Steigen und Fallen bergigter Gegenden angeben, und in einen Riß bringen will, auch noch mit Vortheil die

Rothische Bergwaage

beyfügen, deren Einrichtung und Gebrauch im Wesentlichen aus (Fig. LXXXIII.) zu ersehen ist.

I. Daselbst ist a h ein Richtscheid, welches mit 2 gleich langen Füssen a t, h u, die unten mit Eisen beschlagen sind, versehen ist.

Die Entfernung t u soll genau 10 Fuß betragen.

Aus der Mitte des Richtscheides erhebt sich ein daran befestigter Arm p n, etwa drey Schuh lang, mit welchem ein viereckigtes, etwa 16 Zoll langes und 8 Zoll breites rechtwinklichtes Brett dergestalt verbunden ist, daß die Seite c d desselben genau mit t u oder h a parallel läuft.

Aus i, der Mitte von c d, ist auf dem Brette ein Halbkreis c n d beschrieben, welcher von d an, längst d n c genau ist seine 180 Grade getheilt seyn muß.

Aus dem Mittelpunkte i hängt an einem wohlpolierten stählernen Stifte, ein Perpendikel, oder

oder Loth im herunter, welches man aus Messingbleche verfertigen, und unten mit einem Zeiger, der die Gradabtheilungen weißt, versehen lassen kann.

Aus dieser Einrichtung wird nun erhellen, daß, so wie man a h um die Spitze u erhöhet oder erniedriget, das Perpendikel im auf dem eingetheilten Halbkreise immer einen andern und andern Grad weisen müsse, und zwar dergestalt, daß bey einer gegebenen Neigung des Werkzeugs, der gewiesene Winkel dim allemal = utk = 90° — tuk = 90° — dem Erhöhungswinkel des Punktes t über der durch u gehenden Horizontallinie uk, seyn müsse, weil nemlich, wenn tk eine Verticallinie vorstellt, tk mit der Richtung des Lothes im, und vermöge der Einrichtung des Werkzeugs, auch tu mit cd parallel läuft.

Es versteht sich, daß die Ebene des Brettes cnd vertical gehalten werden, und übrigens das Loth im frey, und ohne an dem Brette zu streifen, herabhängen muß.

II. Weil nun die Entwerfung tu = 10 Fuß, so ist der Horizontalabstand der beyden Punkte t, u, oder

ku = tu. sin dim = 10 sin. dim,

und

und die Erhöhung des Punktes t über u

$tk = tu . \cos dim = 10 \cos dim$

den Sinus totus = 1 gesetzt.

Nimmt man ihn aber zu 10000000, wie in den Tafeln, so wird in Fußen

$$ku = \frac{10 \sin dim}{10000000} = \frac{\sin dim}{1000000}$$

$$\text{und eben so } tk = \frac{\cos dim}{1000000}$$

Man darf also nur von jedem Sinus oder Cosinus der Tafeln, 6 Decimalstellen abschneiden, um uk, tk in Fußen; für jeden beobachteten Winkel dim zu finden.

Man hat folglich keine Rechnung durch Logarithmen, wie in Böhms Anleitung zur Meßkunst auf dem Felde (§ 114.) geschiehet, vonnöthen, auch keine besondern Tafeln für die jedem Winkel dim zukommenden Werthe von tk, uk, sondern die bloßen Sinustafeln geben hier sogleich ohne weitere Rechnung das Gesuchte, und zwar durch alle einzelne Grade und Minuten.

Ein paar Sinustafeln wird doch wohl ein jeder Feldmesser besitzen.

III. So lange dim unter 90° ist, liegt u niedriger als t; für dim = 90° liegen beyde t, u in einer Horizontalfläche; wäre aber dim stumpf, so müßte u höher liegen als t, welches denn auch tk negativ gäbe, weil es der Cosinus von dim seyn würde.

Gebrauch dieses Werkzeugs.

IV. Will man nun das Steigen und Fallen einer unebenen Fläche abc...fg finden, (Fig. LXXXIV.), so stelle man den Fuß t der Bergwaage (I.) über a, und bemerke die Grade und Minuten (welche letztere aber man wohl nur nach dem Augenmaaße schätzen kann), welche, von d (Fig. LXXXIII. angerechnet, das Perpendickel im abschneidet, und schreibe sie auf. Wenn nun bey dieser erstern Station der andere Fuß u der Bergwaage bis b reichte, so bezeichne man erstlich b gehörig, und bringe nun die Bergwaage über bc, und so ferner über cd, de, ef u. s. w., und schreibe jedesmal die Grade und Minuten auf, die das Perpendikel weiset; so hat man allemal von 10 zu 10 Fussen, oder von a nach b, von b nach c, von c nach d u. s. w., das abwechselnde Fallen und Steigen; und zugleich den Horizontalabstand von einer Station zur andern.

Ex-

Exemp. Gesetzt,

über ab habe das Perpendikel gewiesen				65°.	10
bc	;	;	;	65 .	10
cd	;	;	;	82 .	30
de	;	;	;	82 .	40
ef	;	;	;	104 .	0
fg	;	;	;	112 .	0

so giebt dieses aus den Sinustafeln, nach (II.), folgende Tiefen und Höhen:

Tiefen nach Fußen.	Horizontalabst. in F.
b unter a = 4,199	9,075 = ai
c ; b = 4,199	9,075 = ik
d ; c = 1,305	9,914 = kl
e ; d = 1,276	9,918 u. s. w.
Sume d. Tief. = 10,979	
Höhen.	
f über e = 2,419	9,702
g über f = 3,764	9,272
Sume d. Höh. = 6,165	

Hieraus findet sich nun die Tiefe von g unter a = + 10,979 — 6,165 = + 4,814 Fuß = gm, wo gm eine Vertical-linie, und am eine Horizontale bedeuten.

V. Um blos zu wissen, wie hoch oder tief ein Punkt g unter einem andern a liegt, ist es nicht nöthig, die Bergwaage an den einzelnen Staationen so zu stellen, daß die

Punkte

Punkte a, b, c, d ꝛc. ꝛc. g sämtlich in einer und derselben Verticalebene liegen.

Das wird aber nöthig seyn, wenn man zwischen a und g zugleich den richtigen Horizontalabstand am, durch blosse Summirung der horizontalen Weiten von a nach b, von b nach c u. s. w. verlangt.

Unter dieser Voraussetzung wäre also (IV.)
am = 9,075 + 9,075 + 9,914 ꝛc. ꝛc.
= ai + ik + kl ꝛc. ꝛc.
= 56,956 Fuß.

VI. Wollte man den Zug abc... g auf dem Papiere verzeichnen, so nehme man am für eine Abscissenlinie an, und setze auf sie die Horizontalweiten der einzelnen Stationen von a nach i, von i nach k u. s. w., oder noch besser, die Abscissen ai; ak = ai + ik, al = ai + ik + kl ꝛc. ꝛc., und nun von i nach b, von k nach c u. s. w., als Ordinaten, die Tiefen von b unter a; c unter a; d unter a ꝛc. ꝛc. Für Punkte, die über am zu liegen kämen, werden die Ordinaten auf die entgegengesetzte Seite von am getragen. Die Punkte a, b, c u. s. w. alsdann zusammengehängt, geben einen Profilriß von a nach g.

VII. Anmerkung. Wenn der Halbmesser des eingetheilten Kreises auf der Bergwaage

waage weniger als einen Schuh beträgt, so werden sich nach dem bloßen Augenmaaße die Minuten eines Grades nicht leicht genauer, als bis ohngefähr $\frac{1}{6}$ᵃ angeben lassen. Man könnte indessen wohl eine Einrichtung treffen, daß das herabhängende Perpendikel etwa einen hängenden Vernier vorstellte, oder daß man sonst auf andere Arten die Winkel genauer erhielte. Allein theils würde durch solche Einrichtungen die Bergwaage zusammengesetzter, theils ist es auch zu ihrer gewöhnlichen Absicht immer hinreichend, die Winkel nur bis auf ein $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{6}$ eines Grades genau zu wissen. Selbst bey der übrigen Einrichtung dieses Werkzeugs wäre eine größere Genauigkeit überflüssig, da z. E. selbst beym Einsetzen der Füße at, hu über jeder Station, beträchtliche Fehler vorfallen können u. dgl. Der Erfinder dieser Bergwaage, Georg Rothe, hat sie in einer kleinen Schrift (Beschreibung einer neuen Bergwaage rc. rc. Leipz. 1758.) bekannt gemacht.

Unvollkommener als die Rothische Bergwaage ist die Andr. Gärtnerische in Leupolds *Theatro statico universali*, p. 329.

Hrn. Inochodsofs Bergwaage ist im wesentlichen die Rothische. Man findet die

Be-

Beschreibung davon in den *Act. Ac. Petrop.* 1779. p. I. p. 188., auch in dem Lichtenbergischen Magaz. zur Physik und Naturgesch. III. Bd. 3. St. S. 103.

Die Bergwaage des Hrn. Nordenbergs (Abh. der Schwed. Acad. d. Wiss. 4. Bd. S. 80.) ist der Gärtnerischen vollkommen ähnlich in Rücksicht der Eintheilung des Gradbogens, kömmt aber in Ansehung der Gestalt der Rothischen gleich.

So brauchbar indessen die Rothische Bergwaage in Fällen ist, wo es bey Höhen auf einige Schuhe mehr oder weniger nicht ankömmt, und so bequem sie zur Verfertigung des Profils einer unebenen Gegend seyn mag, so darf man doch weder von ihr, noch von andern Methoden (I.) erwarten, daß sie solche Erhöhungen oder Gefälle, die vielleicht auf eine Entfernung von 1000 und mehreren Ruthen nur wenige Fuße betragen, mit hinlänglicher Genauigkeit geben werden, und da doch diese Fälle bey Wasserleitungen und ähnlichen Geschäften häufig vorkommen, so wird man auf ganz andere Methoden und Werkzeuge bedacht seyn müssen, und von diesen sollen nun im gegenwärtigen Kapitel die nöthigen Begriffe gegeben werden.

Mo-

Man versteht nun zwar überhaupt unter dem Nivelliren oder Wasserwägen jedes Verfahren, von einem Orte zu einem andern den Abhang und die Ungleichheiten des Bodens zu bestimmen. Hier wird aber besonders nur von solchen Fällen die Rede seyn, wo das Steigen und Fallen auf eine große Strecke nur wenig beträgt, und solches doch mit sehr groser Schärfe verlangt wird.

Nähere Bestimmung dieses Geschäftes.

§. 371. Man setze (Fig. LXXXV.), es sey C der Mittelpunkt der Erde, A ein Ort auf der Erdfläche, AE ein Kreisbogen mit dem Halbmesser AC beschrieben, AB eine Tangente an A, so heißt AB die scheinbare Horizontal-linie, hingegen der Bogen AE die wahre Horizontal-linie durch A.

Auf diese wahre Horizontal-linie und deren Bestimmung, wird es beym Wasserwägen vorzüglich ankommen. — Denn stellt man sich den Theil AE mit Wasser bedeckt vor, so wird es, weil jede Stelle auf AE gleich weit vom Mittelpunkt der Erde entfernt ist, über AE in vollkommener Ruhe bleiben, und weder von A nach E, noch von E nach A fliesen können. Gedenkt man sich aber einen

Theil

heil der würklichen Erdfläche, z. E. von nach e, und liegt der Ort e unter der urch A gehenden wahren Horizontal-linie E, so muß nothwendig das Wasser von nach e einen Zug haben, und folglich ach e geleitet werden können. — Fiele e über E, so muß hingegen das Wasser von e nach A efführt werden können, und man begreift aher, daß es beym Wasserwägen hauptsäch-ch darauf ankömmt, zu bestimmen, wie hoch der tief ein gewisser Ort e über oder unter er durch einen andern Ort A eingebildeten ahren Horizontal-linie AE liege, und dar-us läßt sich alsdann beurtheilen, ob von em einen Ort zu dem andern Wasser geleitet erden kann. — Ziehet man also durch e ei-e gerade Linie CeB vom Mittelpunkt der Erde, so wird das Nivelliren von A nach e arauf ankommen, die Größe Ee, um wie viel emlich e näher oder entfernter als A vom Mittelpunkt der Erde liegt, zu bestimmen, velches Ee ich künftig den Abhang, oder das Fallen von A nach e, oder wenn e über AE läge, das Steigen der Erdfläche von A nach e nennen werde.

Es schneide die scheinbare Horizontal-linie AB die verlängerte Ce bey B, so drückt BE aus, um wie viel sich auf die Enferuung AE die wahre Horizontal-linie unter der scheinba-ren

ren senket, und diese Größe BE heißt eigen
lich das Gefälle, welches für jede Entfe
nung AE zu berechnen, im 199sten §. (VI
gewiesen worden ist.

Zus. I. Weiß man also nur, wie tief de
Ort e unter der scheinbaren Horizontal-linie de
Orts A, oder auch wie hoch e darüber lieg
so hat man auch den Abhang, oder das Ste
gen von A nach e;

Liegt nämlich e unterhalb AB, und fänd
sich Be größer, als das Gefälle BE, so ist der
Abhang von A nach e = Be — BE.

Läge aber zwar e noch unter AB, z. E. ben
e', aber doch so, daß Be' sich kleiner fände als
BE, so ist Be' — BE negativ, und man hat
also ein Steigen von A nach e' = BE — Be'.

Wenn aber e über AB läge, z. E. bey e'',
so ist von A nach e'' in allen Fällen ein Stei-
gen = BE + Be''.

Zus. II. Wenn sich von A nach e unmit-
telbar visiren, und der scheinbare Elevations-
oder Depressionswinkel BAe messen ließe, so
könnte man daraus, und aus der bekannten
Entfernung Ae, die Größe Be (Zus. I.) be-
rechnen, wobey man denn ohne merklichen Irr-
thum Be als senkrecht auf Ae annehmen
dürfte.

Allein

Allein selten wird sich von A nach e würk-
ich hinvisiren lassen, und in den Fällen, wo
brigens auch Be in Vergleichung mit Ae sehr
lein wäre, würde auch der Winkel BAe so
lein seyn, daß man nicht erwarten dürfte, eine
o genaue Bestimmung der Höhe Be durch ihn
u erhalten als es beym Nivelliren, wo es oft
uf einige Fuße ankömmt, erforderlich ist.

Zus. III. Am besten wäre es, wenn man
e unmittelbar messen könnte, wie, wenn
nan z. E. bey e einen Stab ee'' vertical auf-
ichtete, auf ihm den Punkt B bemerkte, wo
on A aus die scheinbare Horizontallinie in
hn einträfe, und nun die Menge von Fußen,
Zollen rc. rc. zwischen B und e mäße.

Allein wenn Ae einigermaaßen groß ist, so
ürfte leicht die scheinbare Horizontallinie AB
iber einen bey e aufgerichteten verticalen Stab
e'' hinweg gehen, und also sich auf ihm
er Punkt B nicht angeben lassen.

Zus. IV. Indessen könnte man, wenn
ie Entfernung Ae sehr groß ist, Stationen
wischen A und e, z. E. m, n u. s. w., an-
ehmen, jede so nahe bey der andern, daß
ich (Zus. III.) anwenden ließe.

Man bemerkte nemlich erstlich auf dem
Stabe bey m den Punkt b, wo die durch A

gehende scheinbare Horizontal-linie in ihn ei
träfe, mäße die Höhe bm über dem Boden
berechnete nun das Gefälle für die Entfe
nung Am, und verbände es nach (Zus. II.) mi
der gemessenen Höhe bm, so hätte man erstlic
den Abhang (oder das Steigen) von A bis m

Nun bestimmte man ferner, wo die schein-
bare Horizontal-linie der Station m, in den
bey n aufgerichteten Stab einschnitte, und
verführe nun eben so, um den Abhang von
m nach n zu finden, und so fernes von n
nach e u. s. w.

Diese Senkungen des Bodens von einer
Station zur andern, gehörig zusammengerech-
net, gäben denn endlich den Abhang des gan-
zen Ae.

Zus. V. Man siehet leicht, daß es bey
diesem Geschäfte in der Hauptsache darauf an-
kömmt, an jeder Station, wie A, m, n ꝛc. ꝛc.,
auf das genaueste die Richtung der scheinba-
ren Horizontal-linie anzugeben, und dann den
Punkt bemerken zu können, wo jede solche Rich-
tung in den über der nächst folgenden Station
vertical aufgerichteten Stab einschneiden würde.

Allein nach einigem Nachdenken wird man
dennoch bey dieser Art, Stationenweise eine
große Entfernung zu nivelliren, einige Unbe-
quemlichkeit wahrnehmen.

1)

1) Ist das schon beschwerlich, daß man die Entfernungen Am, mn ꝛc. ꝛc. von einer Station zur nächsten wissen muß, um das Gefälle von einer zur andern daraus berechnen zu können (§. 199.). Wenn es also nicht zugleich darum zu thun wäre, auch die ganze Entfernung, auf die man nivellirt hat, zu wissen, so könnte man wohl auf Mittel denken, den Abhang von A nach e zu finden, ohne die Entfernungen der Stationen von einander nöthig zu haben, wodurch allerdings viele Arbeit erspart würde.

2) Muß man sich die Mühe geben, für jede Station das Gefälle nach (§. 199) zu berechnen — welches auch eine Arbeit ist, der man gerne überhoben seyn mögte.

3) Da man über jeder Station nicht unmittelbar auf dem Boden die scheinbare Horizontal-linie visiren kann, sondern die dazu gehörigen Werkzeuge immer schon selbst einige Höhe über dem Boden haben, so muß man sich jedesmal die Mühe geben, auch diese zu messen und in Betrachtung zu ziehen, wobey denn mancherley Fehler in der genauen Stellung des Werkzeugs über jeden Punkt, in der Messung der Höhe desselben über dem Boden u. s. w. vorfallen können.

Zus.

Zus. VI. Einigen von diesen Unbeque lichkeiten kann man dadurch abhelfen, d man die Stationen A, m, n rc. rc. nicht weit von einander nimmt.

Denn man nehme z. E. Am, oder d Größe a in der Formel (§. 199. VIII.) = 100 pariser Fuß, so wird das Gefälle von A na m = 0,025 pariser Fuß. Also nur wenig pariser Linien — eine Größe, für die man auch bey dem schärfsten Werkzeuge, in eine solchen Entfernung Am nicht gut stehen kann die man folglich als = 0 betrachten darf.

Denn wenn man sich z. E. auf dem Stabe mb eine Länge von 2 pariser Linien gedenkt, so ist die zugehörige scheinbare Größe bey A, für die Entfernung Am = 1000' oder 144000 Linien $= \frac{2}{144000} \cdot 206264$ Sec. = 2,4 Sec.
Das Werkzeug bey A müßte also in der Lage der scheinbaren Horizontallinie nicht um 2,4 Secunden fehlen dürfen, wenn man in der Bestimmung des Abhanges von A nach m bis auf 2 paris. Linien sicher seyn wollte.

Wie wird man aber wohl bey irgend einem Werkzeuge für einen solchen Fehler völlig gut stehen können. Wenn auch gleich Herr Bran der ehemals versicherte, daß er Gläsröhren zu li

ibellen so gerade auszuschleifen Mittel gefunden hätte, daß sie auf einen Winkel von einer einzigen Secunde einen Ausschlag gäben, so muß ich doch gestehen, daß mir 1″ ein zu geringer Winkel ist, für den man, wenn ihn auch die Libelle anzugeben im Stande wäre (wiewohl dieses wegen des Anhängens der Luft und des flüssigen Wesens an die Glasröhre, immer sehr mißlich ist), doch aus mannichfaltigen andern Ursachen gewiß nicht gut stehen kann.

Es scheint also überflüssig, das Gefälle von einer Station zu einer andern, die von der erstern nur 1000 pariser Fuß, oder gar noch weniger entfernt wäre, in Betrachtung zu ziehen. Man kann es ohne beträchtlichen Fehler weglassen, und so fielen also für kurze Stationen die Unbequemlichkeiten [(1)(2) Zus. V.] weg. — Allein alsdann werden die [das. (1)] erwähnten Unrichtigkeiten desto öfter zu besorgen seyn, weil man mehrere Stationen bekömmt, wenn sie kurz sind, und folglich das Werkzeug zur Bestimmung der scheinbaren Horizontal-linien, desto öfter stellen muß.

Um also sämmtlichen Unbequemlichkeiten abzuhelfen, so wird das Nivelliren von einer Station zur andern, nach folgender Methode geschehen müssen.

Be-

Bestimmung des Abhangs von einer Station zur andern, ohne dabey die Entfernung beyder Stationen, die Höhe des Werkzeugs, das Gefälle u. s. w. erwägen zu dürfen.

§. 372. I. Es sey wieder (Fig. LXXXVI.) c der Mittelpunkt der Erde, a i ein Stück der würklichen Erdfläche, von einer Station a zur nächsten i. Der Kreisbogen ae die wahre Horizontal-linie durch a.

Man soll also diese Tiefe oder den Abhang von a nach i, d. h. die Größe e i finden, wo an, ik ein paar bey a, i vertical aufgerichtete Stäbe mit Abtheilungen in Fuße, Zolle u. s. w. bedeuten sollen.

Man stelle das zur Bestimmung der scheinbaren Horizontal-linie gehörige Werkzeug in die Mitte zwischen beyde Abwägungspunkte a, i, bey l.

tu bedeute auf dem Instrumente die Richtung der scheinbaren Horizontal-linie, in der Höhe rl über dem Boden.

Kann man nun auf den Stäben an, ik die Punkte n, m angeben, wo die Verlängerung von tu in sie einschneidet, mithin die Höhen an, im über der Erdfläche messen, so wird

der

der Unterschied im — an sogleich den Abhang des Bodens von a nach i geben, ohne daß man nöthig hat, die Entfernung ai zu wissen, das zugehörige Gefälle zu berechnen, und die Höhe des Werkzeugs rl in Betrachtung zu ziehen.

Denn weil r über l, also in der Mitte zwischen n und m liegt, folglich in den beyden Dreyecken nrc, mrc; nr = rm, rc = rc, ferner nrc = mrc = 90° (indem der Halbmesser cr auf der scheinbaren Horizontallinie nm senkrecht stehet), so ist auch cn = cm, und folglich wegen ca = ce, auch an = em, mithin der Abhang des Bodens von a nach i, oder ei = im — em = im — an.

Dieses Verfahren, das Werkzeug allemal in die Mitte zwischen zwey Punkte a, i zu stellen, und dadurch den Abhang von einem zum andern anzugeben, hat unstreitig viele Vorzüge.

II. Es brauchte dabey auch nicht einmal das Fernrohr, durch welches man visiret, der Libelle gleichlaufend zu seyn. Es kommt nur darauf an, daß es beym vor- und rückwärts visiren einerley Winkel mit der Libelle behält, welches nicht schwer zu erhalten ist. In diesem Falle würden, wenn nm die Hori-

zon-

zontal-linie der Libelle bezeichnete, die Visir-punkte des Fernrohres z. E. auf die Punkte ν und μ treffen. Machte nun das Fernrohr beym vor- und rückwärts Visiren einerley Winkel mit der Libelle, so würden die Punkte ν und μ auch gleich hoch oder tief, in Ansehung der horizontalen Richtung n m, zu liegen kommen, und man hätte nν = mμ, mithin auch ei = iμ — aν. Mithin bedarf das Verfahren (I.) auch nicht einmal der so beschwerlichen Arbeit, die zur Prüfung und Erhaltung eines sehr genauen Parallelismus des Fernrohres mit der Libelle, bey andern Nivellirungsmethoden erforderlich ist, und verdient daher noch um so mehr empfohlen zu werden.

III. Indessen scheint es doch, daß man dabey die Weite a i in so ferne wissen müsse, als man das Instrument t u l in die Mitte l zwischen a und i muß stellen können.

Allein ich werde sogleich zeigen, daß man nicht nöthig hat, a i sehr genau zu wissen, sobald das Fernrohr völlig genau der Libelle parallel ist; oder doch die Abweichung nur wenig beträgt. Das bloße Augenmaaß, oder auch Schritte werden zureichen, die Mitte zwischen a und i so genau zu treffen, daß der Fehler als unbeträchtlich weggelassen werden kann.

Den

Den Fehler zu berechnen, wenn man μ — aν für den Abhang von a nach i annimmt, in der Voraussetzung, daß das Werkzeug nicht genau in der Mitte, l, sondern z. E. bey v stehe, so aber, daß doch v von l nicht weit wegliege.

§. 373. I. Man setze überhaupt den Winkel acl $= \beta$; icl $= \alpha$. Beym Einspielen der Libelle tu ziele das Fernrohr auf den Punkt ν des vordern Stabes an, und nachdem man es nach dem hintern Stabe im gerichtet, falle der Zielpunkt desselben auf μ. Wenn nun nm die Horizontal-linie ist, und des Fernrohrs Winkel mit der Libelle ungeändert bleibt, während es aus der Richtung nach dem Stabe an, in die nach im gebracht wird, so sind die beyden Abweichungswinkel nrν und mrμ einander gleich. Jeder soll $= \delta$ heissen. Man nenne ferner aν = h; iμ = H; ca = z; ci = x, so ist in den beyden Dreyecken crμ; crν, wie man leicht finden wird,

$$cr = \frac{(H+x)\sin c\mu r}{\sin cr\mu} = \frac{(h+z)\sin c\nu r}{\sin cr\nu}.$$

II. Aber $c\mu r = 180^\circ - cr\mu - rc\mu$
$= 180^\circ - (90^\circ - \delta) - \alpha$
$= 90^\circ - (\alpha - \delta)$

Und eben so: $c\nu r = 90^\circ - (\beta - \delta)$

Da nun überdem $cr\mu = cr\nu$; so wird
$$(H+x) \cos(\alpha - \delta) = (h+z) \cos(\beta - \delta$$

III. Hieraus ersiehet man sogleich den Satz daß, wenn $\beta = \alpha$, also der Stationspunkt in der Mitte zwischen a und i liegt, alsdann auch
$$z + h = H + x \text{ und folglich}$$
$$z - x = H - h$$
seyn müsse (wie groß auch δ seyn mag), wo $z - x$ ausdrückt, um wie viel i näher beym Mittelpunkte der Erde c liegt, als a.

IV. Steht aber das Werkzeug nicht in der Mitte, so ist nicht $\beta = \alpha$; Es sey also $\beta = \alpha + \gamma$, und γ in Vergleichung mit α klein, so hat man
$$(z+h) \cos(\alpha - \delta + \gamma) = (H+x) \cos(\alpha - \delta)$$

Nun ist aber, weil γ klein ist, ohne merklichen Irrthum
$$\cos(\alpha - \delta + \gamma) = \cos(\alpha - \delta) - \gamma \sin(\alpha - \delta)$$

Mithin nach gehöriger Substitution und Rechnung
$$(z+h-H-x) \cos(\alpha - \delta) = \gamma(z+h) \sin(\alpha - \delta)$$
oder
$$z - x = H - h + \gamma(z+h) \tan(\alpha - \delta)$$
wo man statt $z + h$ ohne merklichen Fehler

den

Halbmesser der Erde, den ich = r nen- will, setzen darf, und folglich erhält

$$z - x = H - h + \gamma . r . \text{tang} (\alpha - \delta)$$

Nun werden beym Nivelliren die Winkel nd δ nie so groß seyn, daß es nicht verstat- seyn sollte, tang $(\alpha - \delta)$ dem zugehö- n Bogen gleich zu setzen. Sind nun α δ in Secunden gegeben, so hat man

g $(\alpha - \delta) = \frac{\alpha - \delta}{206264}$; Eben so muß man

die gefundene Formel auch statt γ setzen des- Werth in Decimaltheilen des Sinus totus,

o $\frac{\gamma}{206264}$; Demnach wird

$$z - x = H - h + \gamma \frac{(\alpha - \delta) . r}{206264^2}$$

V. Nun ist in pariser Schuhen der Halb- lesser der Erde r = 19632120 nach (§. 199. II.) und (ebendaselbst) der Quotient

$$\frac{r}{206264^2} = 2 . 0{,}0002307$$

$$= 0{,}0004614$$

Demnach

$$z - x = H - h + 0{,}0004614 . \gamma (\alpha - \delta)$$

wo also die Größe 0,0004614. $\gamma (\alpha - \delta)$ aus- drückt, wie viel pariser Schuhe der

Fehler

Fehler beträgt, wenn man $z - x = H -$ setzen wollte, und doch das Werkzeug nicht genau in der Mitte l zwischen beyden Abwägungspunkten a und i stehen hätte.

Exempel.

VI. Gesetzt, die Weite a i zwischen beyden Abwägungspunkten sey ohngefähr 2000 pariser Schuh, und das Instrument stehe bey v um 100 Schuh näher bey i, als bey a; so ist, weil 95,2 Schuh einen Bogen von einer Secunde auf der Endfläche betragen (§. 199. VIII.), der Bogen $ai = \alpha + \beta = \frac{2000}{95,2}$ Secunden $= 21''$.

Der Bogen $\gamma = 100$ par. Schuh würde etwa $1''$ betragen, und dies wäre demnach der Werth von $\gamma = \beta - \alpha$. Aus $\beta + \alpha = 21''$ und $\beta - \alpha = 1''$ folgt nun $\alpha = 10''$. Ich will nun vors erste den Winkel des Fernrohres mit der Libelle, oder $\delta = 0$ setzen, und also annehmen, daß die Nivellirwaage auf das genaueste berichtigt sey.

Dann wird

$$z - x = H - h + 0{,}0004614 \cdot \gamma\alpha$$

oder für die gefundenen Werthe von γ und α

$$z - x = H - h + 0{,}004614 \text{ par. Fuß.}$$

Der

Der Fehler also, $z - x = H - h$ zu setzen, würde in diesem Falle nur 0,004614 par. Fuß, oder etwa 6,7 einer pariser Linie betragen.

Wenn man sich diese Größe 0,7 paris. L. z. E. auf dem verticalen Stabe ik vorstellet, und die ihr zugehörige scheinbare Größe bey v berechnet, so wird man für sie ohngefähr 1″ finden. Da ich nun sicher überzeugt bin, daß man mit keinem Werkzeuge im Stande seyn wird, die scheinbare Horizontallinie bis auf 1 Secunde genau anzugeben, so wird daraus begreiflich, daß es auch eine sehr überflüssige Genauigkeit seyn würde, in gegenwärtigem Beyspiele den Fehler in Betrachtung zu ziehen, den man begienge, den Abhang ei oder $z - x = H - h$ zu setzen, und doch das Werkzeug nicht genau in der Mitte bey l, sondern bey v, 100 Schuh näher bey i, als bey a, stehen zu haben. Dieser Punkt v würde von der Mitte l um 50 Schuhe abstehen, weil, wenn $ai = 2000$, und vi um 100 Schuhe kleiner als av seyn soll, nothwendig $vi = 950$ und $av = 1050$, mithin $lv = 1050 - 1000 = 50$ Schuhe seyn muß.

Diese 50 Schuh machen hier den 40ten Theil der ganzen Weite zwischen den beyden Abwägungspunkten a, i aus. Um so viel kann

also das Werkzeug, in Absicht auf die Mittel unrichtig stehen, ohne daß daraus ein bemerkbarer Fehler im Nivelliren zu befürchten wäre, vorausgesetzt, daß die Ziel-linie des Fernrohrs, beym Einspielen der Libelle, genau der Wasserfläche derselben parallel wäre.

Da es nun wohl die Beschaffenheit des Bodens selten erlauben wird, die beyden Abwägungspunkte a, i über 2000 Schuh von einander zu entfernen, und dieses auch wohl wegen anderer Ursachen, z. E. wegen der Undeutlichkeit, mit der man ohne Zweifel feine Abtheilungen, oder sonst Bezeichnungen an den Stäben i k, an wahrnehmen würde, wenn man sie zu weit von dem Instrumente l hinwegsetzte, nicht rathsam wäre, da man ferner auf eine Entfernung von 2000 Schuhen immer so genau durch das Augenmaaß, oder noch besser durch Schritte, die Mitte l treffen wird, daß man bey weiten nicht um den 40ten Theil der ganzen Weite a i fehlet, so wird man den Abhang von a nach i immer ohne merklichen Fehler der Größe H — h gleich setzen dürfen; und in so ferne fiele die Bedingung (§. 372. III.) weg, daß man die Entfernung a i genau wissen müsse, um das Werkzeug in die Mitte zwischen beyde Punkte a, i stellen zu können. Man braucht von a i keine andere Kenntniß zu haben, als nur daß a i nicht weit über 2000

Fuß

uß gehe, damit das Abschreiten ihrer Hälfte, der auch der Gebrauch des Augenmaaßes icht zu sehr trüge.

VII. Ganz anders wird sich aber ie Sache verhalten, wenn die Ziel- inie des Fernrohres mit der Was- erfläche der Libelle nicht parallel äre, sondern einen gewissen Win- el δ mit ihr machte. In diesem Falle t eine viel genauere Bestimmung er Mitte l erforderlich.

VIII. Nähme man z. E. ausser den vori- en Datis auch noch an, daß des Fernrohrs Ziellinie einen ganzen Grad unter die Was- erfläche fiele, so wäre $\delta = 1° = 3600''$, und ür die Größe 0,0004614 $\gamma(\alpha - \delta)$ käme eßt 1,656... pariser Fuß, so groß würde lso unter den angenommenen Umständen jeßt er Fehler seyn, wenn man den Abhang von nach i, oder $z - x$ geradezu $= H - h$ setzen wollte, welches denn zeigt, daß jeßt eine viel genauere Bestimmung der Mitte l zwischen bey- en Abwägungspunkten a und i erforderlich ist.

IX. Freylich wird man nun wohl nicht eicht sich einer so fehlerhaften Wasserwage, als n dem Beyspiele (VIII.), zum Nivelliren be- dienen. Ja man wird finden, daß dies auch

deswegen nicht angehet, weil, wenn das Fe
rohr beym Einspielen der Libelle um einen ga
zen Grad zu hoch oder tief zielte, die Vi
punkte desselben alsdann sehr leicht entwe
über die bey a und i abgesteckten Stäbe h
ausfallen, oder zu tief unter sie zu lieg
kommen, und man folglich auf denselben ke
Punkte, wie μ, ν, folglich auch keine Höhe
wie H, h, deren Abzug von einander das G
fälle ei giebt, würde bestimmen können.

X. Nähme man indessen aber den Winke
δ auch nur zu 10 Minuten an, so wird ma
doch in der Bestimmung der Mitte l wenig
stens auf einige Schuhe sicher seyn müssen,
wenn kein merklicher Fehler im Nivelliren de
Weite ai (VI.) entstehen soll. Die Rechnun
wird ausweisen, daß unter diesen Umstände
ein Fehler von etwa 5 Schuhen in der Bestim
mung der Mitte l, einen Fehler von 3 bis 4
pariser Linien in dem Nivellement von a nach i
hervorbringen kann. Diese 3 bis 4 pariser
Linien würden aber an dem Stabe mi, oder
an, nur eine scheinbare Größe von etwa 5 bis
6 Secunden haben, wenn man sie aus dem
Stationspunkte l betrachtete.

XI. Hieraus folgt nun, daß, wenn die
Wasserwaage nicht auf eben so viel Secun
den einen Ausschlag giebt, oder das mit ih

ver-

verbundene Fernrohr nicht diejenige Genauigkeit im Visiren verstattete, daß man für einen Fehler von 5 bis 6 Secunden gut stehen könnte (§. 136. II.), es auch eine sehr überflüssige Genauigkeit seyn würde, den Fehler, der aus den in (X.) angenommenen Umständen im Nivelliren entstehen kann, in Betrachtung zu ziehen. Es wird also, wenn die Libelle auch mit dem Fernrohre nicht auf das genaueste parallel wäre, kein merklicher Fehler im Nivelliren entstehen, wenn gleich das Werkzeug nicht ganz genau in der Mitte zwischen beyden Abwägungspunkten a, i, sondern um einige Schuhe fehlerhaft stände.

XII. Aber auf eine Entfernung von 2000 Schuhen (= a i) das Werkzeug so genau in die Mitte l zu bringen, als nach (X.) erforderlich ist, würde das bloße Abschreiten der Weite i l, oder a l, wohl nicht hinlänglich seyn, wie in (VI.), sondern man wird die Meßkette dazu, so wie auch zur unmittelbaren Messung der Weite a i, anwenden müssen. Man kann also diese unmittelbare Messung wohl nicht ersparen, als nur in dem Falle (VI.), wenn die Libelle dem Fernrohre genau parallel ist, oder doch der Abweichungswinkel δ so unbeträchtlich ist, daß kein merklicher Fehler daraus im Nivelliren zu besorgen ist.

XIII. Uebrigens werden die bisherig Betrachtungen auch zeigen, was von W: serwaagen zu halten ist, welche nicht m Fernröhren, sondern bloßen Diopteru ver: hen sind. Kann man durch Diopteru im V: siren einen Fehler von 2 Minuten bege (§. 12. 7.), so trägt dies im Nivelliren au einen Abstand von 1000 Schuhen, schon übe einen halben Zoll aus.

XIV. Zum Nivelliren werden wir uns nun künftig immer des Verfahrens §. 372 bedie nen, weil es weniger von den Unbequemlichkei ten hat, deren (§. 371. V. Zus.) Erwähnung geschehen ist, als das (§. 371. Zus. IV.). — Jetzt werde ich aber zuvörderst von den zum Nivelliren gehörigen Werkzeugen handeln müssen.

Werkzeuge zum Wasserwägen.

§. 374. Daß es bey diesen hauptsächlich darauf ankomme, über einem gewissen Punkte l auf dem Boden, die Richtung der scheinbaren Horizontal=linie t u mit der gehörigen Schärfe anzugeben, und längst solcher sowohl vor als rückwärts, nämlich von t nach m, und von u nach n, visiren zu können, wird aus allem, was bisher gesagt worden, ohne weitere Er läuterung, klar seyn.

Da

Da es nun der Vorrichtungen hierzu sehr giebt, so werde ich von einigen der be ltesten die allgemeinsten Begriffe beybringen.

Man kann füglich alle bisher angegebenen sserwaagen unter drey Klassen bringen.

I. Werkzeuge, auf denen man durch Hülfe freyen Oberfläche des Wassers, oder einer ern Flüssigkeit, die Lage der scheinbaren rizontal-linie angiebt.

II. Werkzeuge, wo man durch eine auf Oberfläche des Wassers schwimmende Luft- ase, den horizontalen Stand einer geraden ie erfährt; dergleichen eines wir bereits im rhergehenden (§. 152.) unter dem Namen r Libelle kennen gelernt haben.

III. Werkzeuge, die durch Hülfe eines othes, auf dessen Richtung man sich eine Perpendikulärlinie gedenkt, die scheinbare Ho- izontal-linie angeben.

Indessen wollen wir auch nicht entgegen eyn, wenn es etwa gefiele, die Werkzeuge II.) mit den erstern (I.) unter eine Klasse zu bringen.

Werkzeuge der erstern Art.

§. 375. I. Diese sind meistens aus ih- rem Gebrauche gekommen. Eines der ältesten hieher gehörigen beschreibt Vitruv im 6ten

Ka-

Kapitel des VIIIten Buches seiner Architektur, und nennt es Chorobates.

An beyden Enden eines 20 Schuh langen Parallelepipedi, oder Latte, giengen zwey Arme, oder ein paar andere, gleich lange kürzere Latten herunter, auf denen ein paar Linien genau mit einander parallel gezogen waren, und auf einer dritten, längst des Parallelepipedi gezogenen Linie, senkrecht standen.

Ließ man nun längst diesen beyden Linien Lothe herabhängen, und verrückte das Parallelepipedum so lange, bis die parallelen Arme nach diesen Lothen genau vertical gestellt waren, so hatte man erstlich längst des Parallelepipedi eine Horizontal-Linie, und so weit gehörte das Werkzeug zur dritten Art im vorhergehenden §.

Weil man aber, besonders bey windigem Wetter, kein Senkbley gebrauchen konnte, so wurde längst der obern Fläche des erwähnten Parallelepipedi, eine überall gleich tiefe Rinne eingeschnitten, in die man Wasser goß, und nun das Werkzeug so lange rückte, bis das Wasser in der Rinne überall gleich hoch stand, ohne an einer Seite überzulaufen, wonach man denn ebenfalls die horizontale Stellung des Parallelepipedi, und folglich die verticale

Stel-

lung der beyden herabgehenden Arme theilte.

Beym Gebrauche wurde nun erstlich das :allelepipedum horizontal gestellt. Dann ıß man, wie hoch beyde Enden der vertica: Latten über dem Boden standen, und fand ch den Abzug beyder Höhen, um wie viel eine Punkt des Bodens über dem andern ı. So maaß man also von 20 zu 20 Schu: n, das Steigen oder Fallen des Bodens.

Dieses Werkzeug mußte begreiflich, in ücksicht seiner Stellung, und der Bemer: ıng, ob die Oberfläche des Wassers genau er längst des Parallelepipedi gezogenen gera: en Linie entsprach u. dgl., manchen Fehlern nterworfen seyn.

Indessen lobt es doch Vitruv vor manchen andern damals gebräuchlichen, und es ist im: mer zu verwundern, daß die Alten mit so schlechten Werkzeugen doch beträchtliche Was: serleitungen geführt haben.

II. Mariotte im Traité du Nivellement erzählt mehrere Unbequemlichkeiten die: ser Wasserwaage, und solcher, die Aehnlich: keit damit haben, lehrt aber auch ein anderes Mittel, nemlich durch Hülfe zurückgeworfener

Strahlen von der Oberfläche des Wassers in einem Gefäße, eine horizontale Richtung zu erhalten.

Man setze (Fig. LXXXVII.), ab sey die Oberfläche eines in einem Gefäße ruhig stehenden Wassers, also eine Horizontal-linie, deren Verlängerung bey h auf einem entfernten vertical abgesteckten Signale vi angegeben werden soll.

Es sey A ein Brett, worauf parallel mit einander ein paar schwarze Linien kx, hy gezogen sind; Dieses Brett lasse sich an dem Stabe vi vertical auf- und niederschieben, so daß die Linien kx, hy immer horizontal bleiben; k, h an dem Stabe vi sollen die erwähnten Linien kx, hy vorstellen. Bey n wird man nun längst pn den zurückgeworfenen Strahl kp ins Auge bekommen, und dadurch den Punkt k bey i wahrnehmen, wo i das Bild des Zeichens k in der Oberfläche des Wassers darstellt.

Ist nun vi vertical, so läßt sich aus den Gesetzen der Reflexion leicht darthun, daß die Mitte zwischen dem wahren Zeichen k, und dessen Bilde i, in der Verlängerung der Wasserfläche ab liegen müsse.

Gesetzt nun, man schätzte nach dem Augenmaaße das Zeichen h, welches man bey n auch

uch beobachten kann, in der Mitte zwischen k
nd dessen Bilde i, so wird sogleich h in der
Verlängerung von a b selbst liegen.

Findet sich aber nach dem Augenmaaße
icht h k = h i, so läßt man das Brett A
n dem Stabe v i so lange auf- und nieder-
ücken, bis der erwähnten Bedingung ein Ge-
üge geschiehet, also k, i in gleicher Weite
on h erscheinen. In dem Augenblicke liegt h
n der Verlängerung der Wasserfläche ab, und
nan hat also eine scheinbare Horizontal-linie
on a nach h.

Mariotte verspricht sich von dieser Art,
die scheinbare Horizontal-linie anzugeben und
zu verlängern, viele Genauigkeit, zeigt auch,
wie man durch angebrachte Vorrichtungen die
von der Bewegung der Luft herrührenden Un-
gleichheiten auf der Oberfläche des Wassers
heben könne, wie viel das Augenmaaß in der
Bemerkung, ob k h = h i sey, trüge, wie man
ferner ein Fernrohr mit dem Werkzeuge verbin-
den könnte u. dgl.

Indessen bleiben doch meines Erachtens
bey dieser Wasserwaage manche Unbequemlich-
keiten, worunter ich die unvermeidlichen, auch
durch die geringste Erschütterung des Bodens,
worauf das Stativ des Werkzeugs stehet, ent-
stehen-

stehenden kleinen, aber allerdings dem Zurückwerfen der Lichtstrahlen äusserst nachtheiligen Wellen auf der Oberfläche des Wassers, das Heraufziehen desselben längst den Seitenflächen des Gefäßes, wodurch einige Krümmung auf der Oberfläche des Wassers veranlaßt wird, die Fehler des Augenmaaßes u. dgl. rechnen darf.

III. Noch eine andere Einrichtung, vermittelst der Oberfläche des Wassers eine wagrechte Linie zu ziehen, ist nachstehende.

Man lasse (Fig. LXXXVIII.) mit einem metallenen Rohre w q senkrecht ein paar gläserne Röhren w m, o p verbinden, und alles so verkütten, daß Wasser in diese Gemeinschaft habende Röhren gegossen, nirgends einen Ausgang finde.

Das Wasser wird sich in beyden Röhren w m, q p allemal in einen horizontalen Stand setzen, so daß bey n, o beyde Wasserflächen in einer einzigen wagrechten Linie n o liegen.

Längst den Glasröhren lasse man Dioptern auf und nieder beweglich seyn.

Schiebt man sie also beyde so weit herunter, daß deren Visirpunkte den Wasserflächen bey n und o entsprechen, oder mit dem Wasserpaß in beyden Glasröhren zusammentreffen, so

ist eine gerade Linie durch beyde Visirpunkte
rizontal, und man kann demnach solche durch
s Visiren sich verlängert gedenken

In der Objectiv=diopter kann der Visir=
unkt allemal ein Durchschnitt zweyer Kreuzfä=
en seyn. — In der Oculardiopter soll er aber
ur aus einer ganz kleinen Oefnung bestehen,
nd man kann leicht eine solche Vorrichtung
reffen, daß man längst des Wasserpasses vor=
nd rückwärts visiren kann.

Diese Nivellirwaage hat die Unbequem=
lichkeit, daß sich das Wasser längst den Glas=
röhren auch etwas in die Höhe ziehet, wodurch
die Wasserflächen bey n und o eine Vertiefung
bekommen, und sich der Wasserpaß nicht recht
genau angeben läßt.

Die Schwankung des Wassers bey einiger
Erschütterung fällt hier freylich weg, weil man
die Glasröhren nicht leicht über ¼ Zoll im Lich=
ten nimmt, und auch Bewegungen der Luft
können auf den Wasserflächen bey n und o nicht
merkliche Ungleichheiten verursachen.

Auch ließe sich vielleicht statt des Wassers
noch sicherer Quecksilber anwenden, und wenn
sich eine Vorrichtung anbringen ließe, statt
der bloßen Diopteren Fernröhre zu gebrauchen,

wen-

wenn man ferner auch die Länge des Werkzeugs wenigstens 4 Schuh nähme u. s. w., so ließ sich vielleicht diese Wasserwaage zu einem ansehnlichen Grade der Vollkommenheit bringen.

De Fouchy hieher gehörige neue Wasserwaage findet man in den Memoires de l'Acad. de Paris. 1784.

IV. De la Hire's Wasserwaage gehört auch zu der ersten Art, und die Vorrichtung bestehet darinnen, daß zwey Kästen durch eine Leitröhre in Gemeinschaft mit einander stehen, wodurch hineingegossenes Wasser sich in beyden Kästen auf einerley Horizontalfläche setzt.

Nun werden ein paar Dioptern so vorgerichtet, daß sie auf der Oberfläche des Wassers in beyden Kästen selbst schwimmen. Sie stehen auf ein paar cylindrischen hohlen Gefäßen oder Schiffgen, in die man Quecksilber gießen kann, damit sie sich nur bis auf eine solche Tiefe eintauchen, daß die Visirlinie genau der Oberfläche des Wassers in den beyden Kästen parallel wird. Dabey ist eine solche Einrichtung angebracht, daß die Dioptern auf ihren Schiffgen nicht seitwärts wanken, sondern sich nur vertical über der Oberfläche des Wassers erheben können.

Zu mehrerer Vollkommenheit besteht die Objectiv=Diopter eigentlich aus einem Objectiv=glase. — Die Ocular=Diopter ist ein Fadenkreuz, welches im gemeinschaftlichen Brennpunkte des schwimmenden Objectivs, und eines vor dem Fadenkreuze in einer Röhre befindlichen Oculars steht. Und so stellet also de la Hires Wasserwaage eigentlich ein auf der Oberfläche des Wassers schwimmendes Fernrohr vor, dessen Axe beständig der Oberfläche des Wassers parallel bleibt.

Die nähere Beschreibung davon findet man in Picards Abhandlung vom Wasserwägen, und in den *Mem. de Ac. de Paris* 1704.

Hieher gehört auch eine Wasserwaage, welche Keith in den *Transactions of the Royal Society of Edimbourg* Vol. II. (Edinb. 1790.) angegeben hat, und wovon man eine kurze Nachricht in dem Lichtenberg=Voigtischen Magazin für das Neueste aus der Physik und Naturgeschichte, VII. Bd. 4. St. S. 104. lesen kann. Umständlicher und mit einer Abbildung, hat sie der Ingenieur=Major Müller in Göttingen in einer kleinen Schrift: Beschreibung eines neuen vorzüglich gemeinnützigen

gen und bequemen Werkzeugs zum Nivelliren oder Wasserwägen (Götting. 1792.), mitgetheilt.

Diese Wasserwaage gehört zu der ersten Art, und besteht in einer kommunicirenden Röhre, oder einem Parallelepipedum aus Mahagony= oder Buchsbaumholz, das 12 bis 18 Zoll lang, zwey bis drey Zoll breit, und an den Enden mit zwey viereckigten Höhlungen versehen ist, die vermittelst eines vom Boden derselben auslaufenden engern Kanals Verbindung mit einander haben, so daß eine Flüssigkeit (z. E. Quecksilber, dessen sich Hr. Keith bedient) aus der einen Höhlung in die andere treten kann. In diese Höhlungen werden nun gleichgroße Würfel von Elfenbein, oder hartem Holze, so gesenkt, daß sie ganz frey auf dem Quecksilber schwimmen können, weswegen sie gerade so viel Spielraum haben müssen, als zu diesem Zwecke nöthig ist. Diese Würfel geben die Supports ab für zwey messingene Diopteren, welche senkrecht darauf, durch ein paar unten hindurch gehende Schrauben befestigt werden. Die Ocularдиopter hat ein Löchelchen, durch welches man an einem Fadenkreuze in der Objectivdiopter hinausvisiren kann, wenn die Diopteren auf dem Quecksilber schwimmen. Jenes Fadenkreuz muß so ausgespannt seyn,

daß,

aß, wenn man an seinem Mittelpunkte hin- ausvisirt, die Ziel-linie genau der Oberfläche des Quecksilbers in dem Kästchen gleichlaufend sey, und also eine Horizontal-linie bestimme. Wie dieses zu bewerkstelligen und zu prüfen sey, darüber ertheilt Hr. Ingenieurmajor Müller belehrende Nachrichten. Durch den Schwerpunkt des Kästchens geht eine horizontale Axe, welche auf eine gabelförmige Vorrichtung zu liegen kommt, die mit einem Stative verbunden werden kann. Ausser dem Gebrauche des Instruments werden die Dioptern und das Quecksilber, letzteres in einem Gläschen, in einem auf dem Parallelepipedo angebrachten Fache verwahrt. Das Behältniß, in welches man die ganze Wasserwaage schiebt, dient zugleich, um sie beym Gebrauche vor dem Wind zu schützen.

Man sieht leicht, daß diese Keithische Wasserwaage im Wesentlichen die de la Hirische ist, und sich von ihr vorzüglich nur durch die Anwendung des Quecksilbers unterscheidet, welches ohnstreitig vor dem Wasser große Vorzüge hat. Es ließe sich auch wohl die Vorrichtung machen, daß statt der gewöhnlichen Dioptern ein Fernrohr diente; denn bloße Dioptern verstatten beym Visiren wohl nicht die gehörige Genauigkeit.

Ich

Ich besitze keine solche Wasserwaage selbst, und kann also durch eigene Erfahrungen über die Bequemlichkeit ihres Gebrauchs nicht urtheilen. Indessen wird sie als sehr bequem und nützlich empfohlen. Allerdings ist auch wohl der Gedanke eines schwimmenden Fernrohrs sinnreich, und durfte daher hier nicht übergangen werden.

V. Man kann sich, wenn der Abhang eines Stromes nicht sehr beträchtlich ist, des Wassers zum Nivelliren noch auf eine andere Art bedienen. Man lasse lederne Schläuche, dergleichen man sich zu Feuerspritzen bedient, stückweise an einander schrauben, so daß man den Schlauch nach Gefallen lang oder kurz haben kann. Man setze, ein solcher Schlauch sey 100 und mehrere Fuße lang, und habe an beyden Enden ein paar aufwärts gehende gläserne Röhren, deren obere Mündung zugleich einen Trichter bilde, worinn man Wasser gießen kann, sowohl den Schlauch, als auch die damit Gemeinschaft habenden Röhren mit Wasser zu füllen.

So erhält man durch diese Vorrichtung den Wasserpaß in den gläsernen Röhren auf eine solche Länge, als man dem Schlauche gegeben hat, und man kann so z. E. von 100 zu 100 Fußen in einem fort nivelliren, vor-

aus-

sgesetzt, daß der Boden nicht so abhängig , daß zur Beobachtung des Wasserpasses e beyden verticalen Röhren nicht zureichten.

Eingetheilte feine Maasstäbe, längst den lasröhren, können zur Bemerkung der Bafferhöhe in beyden Röhren dienen, woraus h denn der Abhang des Bodens von 100 zu 00 Fußen ergiebt.

Dies ist im Wesentlichen die Wasserwaage, elche Kühn in den Danziger Vers. Th. beschrieben hat. Er zeigt zugleich, wie an sich derselben zu bedienen habe, unmittel: ar auf der Oberfläche eines Stromes zu ni: elliren, und wie man zu der Absicht kleine ahrzeuge mit ihr in Verbindung bringen kön: e u. s. w. Die Genauigkeit, mit der sich urch diese Vorrichtung nivelliren läßt, wäre eylich ansehnlich, wenn man, wie Hr. Kühn eldet, auf eine Entfernung von einer deut: hen Meile nicht um 2 Schuhe in dem Abhang ines Stromes fehlen könnte. Allein ausser: em, daß es bey diesem Werkzeuge erst noch uf würkliche Proben ankommen muß, wobey ich vielleicht Anlässe zu Fehlern zeigen, die nan wohl auf der Studierstube nicht immer orhersehen konnte, glaube ich doch, daß die Beschwerlichkeiten im Fortbringen und Behan: eln dieses Werkzeugs, es niemals sehr empe: ehlen werden.

VI. Ich hoffe nun, von solchen Wasserwaagen, bey denen man sich zur Bestimmung der Horizontallinie, der unmittelbaren Oberfläche des Wassers bedient, genug beygebracht zu haben.

Jetzt werde ich von den weit brauchbarern der IIten Gattung kürzlich einige Einrichtungen beschreiben.

Werkzeuge der zweyten Art.

§. 376. Ich werde hier vorzüglich nur die Liesganigische und Sissonische Wasserwaage beschreiben dürfen, um alle anderen, die mit diesen Aehnlichkeit haben, verstehen zu können.

I. Die Liesganigische Wasserwaage.

Ist (Fig. LXXXIX.) nach ihren wesentlichen Theilen abgebildet.

OP ist eine Röhre zu einem Fernrohre, ohngefähr 4 bis 5 Fuß lang.

Senkrecht auf der Axe desselben, befinden sich bey mlik, rstu ein paar messingene Gehäuse, deren jedes die Fassung zu zwey viereckigten neben einander gelegten Rahmen iknq (Nro. 1.) und lmxy (Nro. 2) abgiebt, dergestalt, daß die Ebenen iknq, lmxy in jedem Gehäuse auf PO senkrecht stehen.

In-

Innerhalb diesen Rahmen inkq, lxmy ...nd ein paar andere kleinere auf folgende Art ...eweglich.

Durch die Seitenstücke in, lx; ik, lm ...ehen Stellschrauben λ, μ, und jeder gegen...ber befindet sich an den Seitenstücken nq, ...q; xy, my eine entgegen drückende Stahl...eder.

Zwischen jedem Paare Schrauben λ, μ, und den gegenüber stehenden Stahlfedern, wird nun jedes innere Viereck in seinem zugehörigen Rahmen inkq, lxmy festgehalten, und ...ann selbst durch Hülfe dieser Schrauben, und des Gegendrucks der Stahlfedern, eine sanfte Bewegung seitwärts parallel mit my oder qk, und heraufwärts parallel mit ik oder lm erhalten.

Der kleine Rahmen innerhalb inkq führt ein rechtwinklichtes Fadenkreuz d;

Der andere innerhalb lxmy giebt die Fassung zu einem Objectivglase ab, dessen Brennweite ohngefähr der Länge der Röhre αβ gleich ist.

Diese beyden Rahmen inkq, lxmy gedenke man sich nun parallel hinter einander senkrecht auf die Axe der Röhre αβ angebracht, und lm, ik, bey α, stelle diese beyden Rah-

men vor, wie sie sich, von dem sie umgebenden Gehäuse entblößt, und seitwärts angesehen, dem Auge darstellen würden.

Eben so stelle rstu bey β zwey solche über einander liegende Rahmen, wie Nro. 1. und Nro. 2. vor.

So hat man also in dem Gehäuse bey α ein Objectivglas lm, und gleich dahinter ein Fadenkreuz ik.

Und so bey β ein Objectivglas tu, und Fadenkreuz rs.

Das erstere ik muß in dem Brennpunkte des Objectivs tu, und so rs in dem Brennpunkte des Objectivs lm stehen.

Beyde Objective müssen also beyläufig einerley Brennweite haben, wenn jede Rahmen, wie tu, rs, dicht hinter einander stehen. — Kann man aber tu, rs etwa durch eine Schraube auch längst des Fernrohres von einander entfernen, so ist solches nicht nöthig.

Bey O sowohl, als auch bey P, kann man in das Fernrohr eine Röhre mit einem Ocularglase hineinschieben, so daß eines der Fadenkreuze jedesmal in dessen Brennpunkt

Hat

Hat man solchergestalt die Ocularröhre
tlich bey O, so kann man durch das Fern:
hr längst OP visiren.

Nimmt man aber die Ocularröhre bey O
eg, und steckt sie bey P ein, so kann man
urch das Fernrohr rückwärts längst PO vi:
ren.

Durch die bisherige Einrichtung hat man
so in einerley Röhre OP gleichsam ein dop:
eltes Fernrohr, welches beym Nivelliren an
ner Station, die man zwischen den Abwä:
ungspunkten annimmt, sehr bequem ist, weil
ıan, ohne das Fernrohr aus seiner Lage brin:
en zu dürfen, vor: und rückwärts, sowohl
ach dem einen, als auch nach dem andern
bwägungspunkt hinvisiren kann.

Der Beobachter bey O oder P siehet nur
llemal in dem Fernrohre dasjenige Fadenkreuz,
velches im Brennpunkte des Oculars stehet.
Das entferntere siehet er, wegen der zu großen
Weite von dem Brennpunkte des Oculars, gar
nicht, auch verursacht ihm solches keine bemerk:
bare Undeutlichkeit. Eben so wenig schaden die
doppelten Objective, und die Würkung ist nur
die, daß das Objectiv, das jedesmal zunächst
am Ocularglase stehet, den Brennpunkt des
Oculars in etwas verkürzt, sonst aber weiter
keine erhebliche Undeutlichkeit verursacht.

Auf

Auf dem Fernrohre ist nun ferner bey eine Libelle, so wie sie im 152sten §. beschr- ben worden, angebracht. — Sie ruhet a- einem kleinen messingenen Gestelle, das a- dem Fernrohre befestigt ist, und durch Hül- einer Schraube μ' läßt sie sich etwas erhö- und erniedrigen. Die obere Seite der Libell- wo die Luftblase erscheint, muß beyläufig d- Axe des Fernrohrs parallel seyn.

In der Folge werde ich zeigen, die A- des Fernrohrs, oder vielmehr die Visirlin- desselben, ihr völlig parallel zu machen.

An der Röhre OP ist ferner eine Unter- lage b befestigt, woran sich ein an seinem Um- fang mit Schraubengewinden versehener Halb- kreis befindet, der in eine Schraube ohne En- de gh eingreift, wodurch sich der Tubus mit der Libelle zugleich, in einer Verticalebene auf- und nieder treiben läßt.

Die Axe c, um die sich der erwähnte Halbkreis drehet, ruhet auf zwey Unterlagen eines verticalen messingenen Gestelles eb, wel- ches auf einer horizontalen Scheibe w fest ist. Diese Scheibe w ist auch mit Schraubenge- winden versehen, und läßt sich durch Hülfe der Schraube ohne Ende u herumtreiben, wodurch also dem Fernrohre selbst eine hori- zontalbewegung erhalten wird.

Die

Die ganze Vorrichtung ruhet endlich auf
iem Stative, das man mit Füßen, oder
as man sonst für eine andere Einrichtung
quem fände, versehen lassen kann.

Von dem Gebrauche und der Berichti-
ung dieser allerdings sehr schönen Wasser-
aage, werde ich in der Folge reden.

II. Die Sissonische Wasserwaage.

Ist nach ihren wesentlichen Theilen aus
Fig. XC.) zu ersehen.

Das Fernrohr n o bestehet aus einer ge-
gossenen und aufs genaueste cylindrisch abge-
dreheten messingenen Röhre, in der sich bey
n das Objectivglas, und bey o die Ocular-
röhre befindet.

Durch Stellschrauben in der Fassung des
Objectivs, läßt sich das Objectiv so stellen,
daß dessen Axe mit der Röhre n o Axe ge-
nau zusammen trifft.

Das Fernrohr ruhet auf dem Gestelle cde,
wo man sich unter o, c ein paar Stücke Mes-
sing, jedes mit einer Vertiefung, in die das
Fernrohr zu liegen kömmt, und unter d eine
Vorrichtung mit einem Scharniere bey s ge-
den-

denken muß, die man sammt dem Fernrohr durch Hülfe einer Stellschraube K, und des Gegendrucks einer Stahlfeder f, oder eines Spiralgewindes, das auf dem Brette A befestigt ist, in einer Verticalebene auf und nieder treiben kann.

Mit dem Fernrohre ist eine Libelle v verbunden, im Wesentlichen völlig so, wie es (§. 152.) gewiesen worden ist.

Die ganze Vorrichtung kann man nun auf einem Tische, oder sonst auf einem schicklichen Stative, ruhen lassen.

§. 377. I, Wasserwaagen, welche mit der eben beschriebenen (die von ihrem Erfinder Sisson, einem berühmten englischen Künstler den Namen führt, und in dem englischen Baumeister-Lexicon, the Builders Dictionary, unter dem Worte Water abgebildet und beschrieben stehet) Aehnlichkeit haben, und im Wesentlichen fast völlig mit ihr einerley sind, sind die Branderische, von der man, außer einer besonders gedruckten Beschreibung, auch in der Lambertischen Ausgabe von Picards Abhandlung vom Wasserwägen eine Nachricht findet, und die Ekströmische, die in den Abhandlungen der Schwedischen Acad. der Wiss.

V. Bd.

r. Bd. beschrieben ist. Brander hat nur das Fernrohr mit einem Glasmicrometer nach seiner Erfindung versehen, und Ekström hat die Sissonische Wasserwaage so eingerichtet, daß man statt des Fernrohres, auch Diopteren, wenn keine große Genauigkeit erfordert wird, gebrauchen, und das ganze Werkzeug dabey die Dienste eines Diopterlinials auf einem Meßtische vertreten lassen kann.

II. Eine besondere Einrichtung einer Wasserwaage mit einer Luftblase, beschreibt auch Silberschlag im 1sten Theile seiner Hydrotechnik (Leipzig, 1772) pag. 201. Ihr Erfinder ist ein Künstler in Berlin, Hr. Ring. Sie besteht, um vor- und rückwärts visiren zu können, aus zwey parallel neben einander befindlichen Fernröhren, deren Axen man durch Hülfe einer zwischen sie angebrachten sehr empfindlichen Libelle, genau horizontal stellen kann. Dabey ist denn eine Vorrichtung, daß man durch Hülfe einer Schraube ohne Ende, die beyden Fernröhre vertical auf und nieder treiben kann. Hr. S. hält diese Wasserwaage für sehr bequem. — Meiner Meynung nach ist ihr aber wohl die Liesganigische und Sissonische vorzuziehen.

III. Noch eine bequeme Wasserwaage mit Diopteren und einer Libelle auf dem Diopterliniale

nlage, hat Hr. Prof. Meinert in seinen Anfangsgründen der Feldmeßkunst (§. 171.) beschrieben und empfohlen. Das Niveau ist von Hrn. Weikerdt, Universitätsmechanikus in Leipzig, und das Stativ nach einer Einrichtung des Hrn. v. Segners von dem Universitätsmechanikus Hrn. Hetzel in Halle mit einigen Abänderungen verfertigt worden. Der Preiß ist 6 Rthl.

IV. Einige hieher gehörige Wasserwaagen sind auch in der Encyclopaedie methodique (a Paris, 1785.) *Mathematiques*, Tom. II. pag. 456. unter dem Artikel Niveau beschrieben.

V. Zu Nivellirungen habe ich mich oft auch blos meines Astrolabii, und der beyden an ihm befindlichen Libellen, deren eine auf dem vordern beweglichen Fernrohre, die andere aber an dem unbeweglichen an der hintern Fläche des Werkzeugs, angebracht ist, mit Vortheil bedient. Jede Libelle würde, so genau sich thun ließ, der Visirlinie ihres Fernrohres parallel gemacht. Da ich mich zum Nivelliren allemal der Methode (§. 372.) bediente, so kam es nicht darauf an, wenn auch hier eine kleine Abweichung von dem Parallelismus statt fand. Eine große darf man nicht gestatten, weil sonst beym Einspielen der Libelle die Ziellinie des mit ihr verbundenen Fernrohres viel-

leicht über die abgesteckten Signale hinaus-
zichen würde. Das Werkzeug selbst wurde
uf ein Stativ, wie (Fig. LXXI.) und (§.
44.) beschrieben worden ist, und der Würfel
desselben auf einen leicht zu transportirenden
runden Tisch mit 3 Beinen gestellt, der ohn-
gefähr wie das Gestelle zu der Liesganigischen
Wasserwaage (Fig. LXXXIX.) aussieht.
Die Beine sind so eingerichtet, daß sie sich
höher und niedriger stellen lassen. Der Wür-
fel wurde horizontal, und die Ebene des Win-
kelmessers vertical gestellt. Man ist versichert,
daß bey jener Einrichtung des Stativs,
durch das Drehen des Winkelmessers um den
verticalen Zapfen pq (§. 344.), keine merk-
liche Aenderung in der Höhe der Libellen über
dem Boden vor sich geht, und man kann
also, vermittelst dieser Drehung um
pq, das Fernrohr in jede Lage bringen, also
vor- und rückwärts nach den abgesteckten Sig-
nalen visiren, und auf denselben die Visir-
punkte bemerken lassen, ohne merklichen Feh-
lern ausgesetzt zu seyn. Auch ist, wie ich
durch Rechnung zeigen könnte, der Umstand,
daß beym Rückwärtsvisiren die verticale Ebe-
ne des Werkzeugs nicht ganz die Lage, wie
beym Vorwärtsvisiren hat, von keinem erheb-
lichen Einflusse. Jedes Fernrohr, mit der
daran befindlichen Libelle, giebt übrigens sein
eigenes Nivellement, und man erhält

so an jeder Station zwischen zwey Signalen, wegen der beyden Libellen, eigentlich zwey Nivellements, deren Resultate zur Prüfung mit einander verglichen werden können. Ja man kann sogar die Libelle des unbeweglichen Fernrohres einspielen lassen, hierauf das vordere bewegliche Fernrohr ohngefähr in horizontaler Lage an den Rand befestigen, und dann nachsehen, auf welchen Punkt des abgesteckten vordern Signals die Ziel-Linie dieses Fernrohrs trifft, hierauf dies Fernrohr unverrückt an dem Rande festlassen, die Ebene des Werkzeugs um pq drehen, bis das Fernrohr nach dem zweyten rückwärts befindlichen Signale gerichtet ist, und dann wieder jene Libelle einspielen lassen, so wird man ein drittes Nivellement erhalten, wobey das vordere Fernrohr, und die hintere Libelle gebraucht worden ist. Auf eine ähnliche Art giebt das hintere Fernrohr und die vordere Libelle ein viertes Nivellement, wo denn das arithmetische Mittel aus den Resultaten der 4 Nivellements an jeder Station, etwas der Wahrheit sehr nahes geben wird, wie ich mich durch mehrere Versuche überzeugt habe. Die Hauptsache bey jeder Station zwischen zwey Signalen ist, daß während des Vor- und Rückwärtsvisirens, welches vermittelst Drehung des ganzen Werkzeugs um den verticalen Zapfen pq bewerkstelligt wird, Li-

elle und Fernrohr unter sich selbst unveråndert ihren Winkel behalten, eine Bedingung, die leicht statt findet. Uebrigens ist es gar nicht nöthig, daß die Libelle, die man einspielen låßt, an dem Fernrohre, durch welches man visiret, selbst angebracht sey.

Das Einspielen der Libelle bewürkt man allemahl durch Drehung des Werkzeugs um den horizontalen Zapfen S (§. 344.), und durch Anwendung der Stellschraube Wz (§. 99. 12.), welche allemahl, wenn das Werkzeug vertical steht, demselben eine sanfte Bewegung in einer Verticalebene ertheilt, so wie eine horizontale, wenn das Werkzeug horizontal steht, daß also ohne großen Zeitverlust das Nivellement erhalten werden kann.

Diese an jeder Station vervielfåltigte Nivellirmethode ist in der Ausübung sehr zu empfehlen. Bey den gewöhnlichen, nur mit einem Fernrohre und einer Libelle versehenen Werkzeugen, würde sie freylich nicht statt finden.

Es versteht sich, daß, weil es mir bey dem gewiesenen Verfahren nicht darauf ankommt, daß Fernrohr und Libelle genau parallel sind, die Station des Werkzeugs allemal genau in der Mitte zwischen bey-

de

den Signälen genommen werden muß (§. 373. VII.).

Wasserwaagen der dritten Art
(§. 374. III.).

§. 378. I. Von diesen darf ich vorzüglich die Picardische Wasserwaage beschreiben, um alle andern, die mit ihr Aehnlichkeit haben, und nur in zufälligen Stücken von ihr abweichen, in der Kürze mit ein paar Worten berühren zu dürfen.

Diese Wasserwaage gründet sich auf der Eigenschaft, daß eine Linie, welche auf der verticalen Richtung eines Lothes senkrecht stehet, eine Horizontal-linie vorstellet. Picard giebt also seiner Wasserwaage folgende Einrichtung.

(Fig. XCI.) ist EFGH eine viereckigte messingene Röhre zu einem Fernglase; bey EF befindet sich eine Fassung mit einem Objective, in dessen Brennpunkte bey GH, senkrecht auf die Axe des Objectivs, ein Rahmen, mit einem in Nuthen durch Hülfe einer Schraube und des Gegendrucks einer Stahlfeder vertical auf- und nieder beweglichen Fadenkreuze angebracht ist.

Bey D ist eine Ocularröhre beweglich, so daß man den Brennpunkt des Oculars an die Stelle des Fadenkreuzes bringen kann.

Die Röhre des Fernglases ist mit einer andern Röhre AC rechtwinklicht verbunden, so daß eine ohne die andere nicht bewegt werden kann.

An letzterer AC sind zwey gekrümmte Bogen M, N, welche dienen, das Fernrohr mit dem Gehäuse AC fest zusammen zu halten, und das ganze Instrument zugleich auf eine oder die andere Seite zu neigen. Diese beyden Bogen ruhen auf ein paar starken Pflöcken bey m, n, die man in zugehörige Löcher an das Stativ stecken kann, damit das bisher beschriebene Kreuz ABEG an dem Stative fest hänge.

AB ist ein an einem feinen Silberfaden hängendes Loth, welches, ohne zu streifen, frey herunter hängen muß, wozu sich leicht eine Vorrichtung angeben läßt.

Dieser Faden AB muß bey B, wenn das Instrument seine rechte Stellung hat, über einen feinen Punkt herabhängen, der in einer kleinen silbernen Platte bey r, die nach Erfordern innerhalb messingenen Nuthen, von der rech-

te-

ten Hand gegen die linke beweglich seyn muß eingestochen ist.

Dieser Punkt r muß die Eigenschaft haben, daß, wenn das Loth über ihm herabhängt, die Axe des Fernrohrs genau auf der Richtung des Lothes senkrecht stehe.

Das Stativ hat übrigens viele Aehnlichkeit mit einer Staffeley, deren sich die Mahler bedienen. Noch sind die vordern Füße derselben bey p, q, mit eisernen Stäben versehen, die sich nach der Länge der hölzernen Füße verschieben, und mit Schrauben gehörig festhalten lassen, um auf unebenem Boden die Füße des Staffelets nach Belieben verlängern oder verkürzen zu können.

Hinten an der Röhre AC befindet sich eine zulänglich starke eiserne Stange v gleichfalls längst AC auf- und nieder beweglich, damit, wenn sie bis auf den Boden heruntergelassen wird, die Wasserwaage in der gehörigen Stellung festgehalten, und durch keine Bewegung der Luft erschüttert werde.

Das ganze Kreuz ACEG läßt sich vorne mit einem Deckel verschließen, damit keine Bewegung der Luft das Perpendikel erschüttere. Um aber den Silberfaden über dem

Punkt

unkt r genau beobachten zu können, so ist r erwähnte Deckel in der Gegend von r it einem Fensterchen versehen. Am besten es, wenn der Deckel ganz längst AC aus nem Glase bestehet; so kann man zuverssiger wahrnehmen, ob der Faden des Loes irgendwo anstreift.

Die Größe des Instruments hängt von r Genauigkeit ab, mit der man beobachn will. Doch ist nicht zu rathen, das ernrohr ED unter 3 Fuß, und die Länge s Lothes unter 4 Fuß zu nehmen.

II. Hugens Wasserwaage unterscheidet h von der Picardischen nur darinnen, daß h die Axe eines frey hängenden Fernrohrs mittelbar durch ein Gewicht, welches man m Schwerpunkte des Fernrohres herabhänn läßt, von selbst in eine horizontale ichtung versetzen muß. Dieses Gewicht nn man aus einem mit Quecksilber oder chrote angefüllten Gefäße bestehen lassen, s man bis auf eine gewisse Tiefe in Wasser ngen läßt, um den Erschütterungen, die e Luft verursachen könnte, vorzubeugen.

Von dieser Wasserwaage findet man gleichlls in obenerwähnter Picard. Lambertihen Schrift eine nähere Beschreibung. Sie hat

hat in mancher Rücksicht vor der Picardischen Wasserwaage Vorzüge, wenn sie einmal gehörig berichtiget worden ist.

III. Eben daselbst ist auch Römers Wasserwaage beschrieben, die fast völlig die Picardische ist.

IV. Die Wasserwaage des Hrn. *le Febure* stimmt auch im Wesentlichen mit der Picardischen überein. Man findet sie in seinem Buche Nouveau traité du Nivellement (Potsdam 1752. 4.), und mit einigen Abänderungen in Böhms Anleitung zur Meßkunst auf dem Felde (Neue Ausgabe 1779. S. 214.) sehr deutlich beschrieben.

V. Ausserdem findet man theils die bisher erzählten Wasserwaagen, theils noch einige andere in Joh. Christ. Meinigs Unterricht vom Nivelliren (Leipzig 1724. 8.), in Sturms Traktat vom Nivelliren, Leupolds Theatro Machin. Hydrotechnic 53. u. f. §., Bions mathem. Werkschule u. dgl. Neue Anweisung zum Gebrauch des Nivellirens, von M. d. H. (Berlin, 1750.) Leupolds Beschreibung einer Wasser- und Horizontalwaage (Leipzig, 1718.). In Penthers Zugabe zur

Geo-

Geometria practica ist auch eine neuverbesserte Wasserwaage beschrieben.

Kurz, wenn man aller besondern Einrichtungen solcher Werkzeuge erwähnen wollte, so ließe sich davon ein ganzes Theatrum schreiben. Der eigentliche Unterschied bestehet lediglich in der größern oder geringern Bequemlichkeit des Gebrauchs, in der mehr oder mindern Sicherheit, die Axe des Fernrohrs, oder die Absehenslinie, zu berichtigen u. dgl. So viel wird man indessen zugestehen, daß das Schwanken des Perpendikels bey der Stellung der Werkzeuge der dritten Art, dem Beobachter viel Zeit wegnimmt, und daher wohl immer die Werkzeuge der zweyten Art, vor jenen den Vorzug verdienen. Ich hoffe von Allem das Wesentlichste erzählt zu haben.

Einrichtung der über den Stationspunkten vertical abzusteckenden Stäbe und Zeichen.

§. 379. I. Da über den Stationspunkten, wie a, i (Fig. LXXXVI.), Stäbe a n, ik aufgerichtet werden müssen, um an denselben die Punkte n, m der visirten und verlängerten Horizontalrichtung t u bemerken, und deren Erhöhungen über dem Boden messen zu

können, so kann man sich dazu einer Vorrichtung wie (Fig. XCII.) bedienen.

Daselbst ist ab ein etwa 8 Schuh lange viereckigter prismatischer Stab, von gutem festen Holze, unten bey b mit einem eisernen Beschlage versehen, und von b nach a herauf, genau in Schuhe, Zolle und Linien eingetheilet.

cd ist ein anderer, etwa eben so langer Stab, gleichfalls von c nach d herauf in Fuße, Zolle und Linien eingetheilet.

Dieser Stab cd muß sich vertical an dem erstern ba herauf und herab schieben lassen.

Es befinden sich daher an cd einige eiserne Bänder g, h, durch welche man ab stecken, und cd längst ab herauf und herab schieben kann.

Durch diese Bänder gehen bey g, g ein paar Schrauben, durch Hülfe deren man den Stab cd an ab in jeder Erhöhung fest erhalten kann.

Der Stab cd ist bey l mit einem zureichend langen Brette versehen, worauf eine Linie mn parallel mit cd gezogen ist, über der man ein Senkbley hängen läßt, cd in eine verticale Stellung zu bringen.

Bey d ist eine viereckigte Tafel angebracht, die halb schwarz und halb weiß mit Oelfarbe

ange:

ngestrichen wird, so daß die Gränze d r zwi-
hen schwarz und weiß, auf c d senkrecht stehe.

Diese Gränze d r kann man nun durch Er-
öhung oder Erniedrigung des Stabes c d,
ingst b a, in eine solche Höhe über dem Bo-
en bringen, daß die Visirlinie der Wasser-
aage, oder die dadurch erhaltene horizontale
ichtung, genau auf dr treffe. Weil sich aber
e Tafel d nicht ganz auf den Boden bringen
ßt, sondern, wenn das untere Ende des
Stabes c d den Boden berühret, die Tafel d
och um die ganze Höhe des Stabes c d über
em Boden erhaben ist, da ferner der Ziel-
unkt der Wasserwaage weit tiefer treffen könnte,
s die Tafel d über dem Boden alsdann er-
öhet wäre, so muß der Stab c d an seinem
ntern Ende noch mit einer ähnlichen Tafel u x
ersehen seyn, damit man entweder die eine,
der die andere Tafel, durch Verschiebung des
d, in den Zielpunkt der Wasserwaage brin-
en, und längst den Abtheilungen der Stäbe,
ie Erhöhung von u x, oder d r, über dem
Boden messen kann. — Die Abtheilungen
uf dem Stabe b a werden von b, wo der ei-
rne Beschlag zu Ende ist, angerechnet; die
btheilungen auf c d werden aber zwischen u x
nd d r angebracht, so daß der Linie u x der
nfangspunkt der Abtheilungen entspreche,
wischen u x und d r aber genau eine ganze
nzahl von Schuhen enthalten sey. Di-

Diese bekannte Anzahl von Schuhen zwischen u und d, addire man jedesmal zu der Höhe des Punktes u über dem Boden, welche sich auf den Abtheilungen längst b a ergiebt, so hat man die Höhe des Visirpunktes d über dem Boden.

Wäre aber der Visirpunkt auf die untere Tafel, also auf u x gefallen, so hat man die Höhe b u über dem Boden, sogleich längst den Abtheilungen des Stabes b a selbst.

Die Tafeln d, u werde ich **Zeichen** nennen, und zwar d das obere, und u das untere.

Der Beobachter an der Wasserwaage wird nun begreiflich mit den Gehülfen, welche über den Abwägungspunkten die Zeichen d, u erhöhen oder erniedrigen, eine Verabredung getroffen haben, in dem Falle, wenn sie der Entfernung wegen einander nicht zurufen könnten, sich durch gewisse Zeichen einander verständlich zu machen. — Die Hauptsache kömmt darauf an, daß der Gehülfe auf Angeben des Beobachters an der Wasserwaage jedesmal genau wisse, wie er eines von den beyden Zeichen u oder d, durch allmählige Erhöhung oder Herablassung des Stabes c d, in den Zielpunkt der Wasserwaage zu bringen habe, und

dann

afin genau den Augenblick wisse, wenn die
Zeichen d. oder u ihre gehörige Erhöhung ha-
en, und folglich die Schrauben g und h ange-
ogen werden müssen — welche Dinge der Be-
bachter an der Wasserwaage leicht durch fest-
esetzte Zeichen mit dem Huthe, mit der Hand,
der durch andere willkührliche Merkmahle,
inen Gehülfen wird andeuten können.

II. Die bisherige Vorrichtung (Fig. XCII.)
alte ich ihrer Absicht nach immer für die be-
uemste. Die Zeichen oder Tafeln d r, u x in
uthen, die in einem Stabe, wie c d, einge-
hnitten wären, herauf oder herab zu schieben,
der gar eine solche Tafel an einen Bindfaden
u hängen, diesen über eine an dem obern Ende
es Stabes befindliche Rolle zu führen, und
die Tafel zu erhöhen oder zu erniedrigen,
ann ich nicht für brauchbar erklären, und
er sich nur etwas mit dem Wasserwägen
bgegeben hat, wird die Unbequemlichkeiten
abey gar bald empfunden haben, ohne daß
h nöthig hätte, sie anzuführen.

III. Statt einer halb schwarz und halb
eiß angestrichenen Tafel, bedienen sich eini-
e auch eines auf einer schwarzen Tafel ge-
ahlten weißen Ringes, andere eines weißen
Kreuzes auf einer schwarzen Tafel u. dgl.,
ur Bestimmung des Zielpunktes.

IV.

IV. Eine Vorrichtung, wie (I.), mu übrigens beym Nivelliren wenigstens dopp... vorhanden seyn, weil über beyde Abwägungs... punkte, zwischen denen jedesmal die Wasse... waage zu stehen kömmt, solche Stäbe mi... Zeichen vertical aufgerichtet werden müssen.

Prüfung der Wasserwaagen.

§. 380. Ehe man zum Nivelliren selbst schreiten kann, ist es erforderlich, die dazu gehörigen Werkzeuge zu berichtigen, d. h. sich zu versichern, ob die Richtung, nach der man bey gehöriger Stellung der Wasserwaage visiren würde, genau mit der scheinbaren Horizontal-linie übereinkömmt, oder doch nicht viel davon abweicht, (§. 373. XII.), und dazu sollen die Prüfungsmethoden nur an einigen Werkzeugen kürzlich gezeigt werden.

A. Prüfung der Liesganigischen Wasserwaage (Fig. LXXXIX.).

I. Durch die mit dem Fernrohre OP verbundene Libelle a soll man der Absicht des Werkzeugs gemäß, die scheinbare Horizontal-linie angeben können, und zwar weil PO eigentlich ein doppeltes Fernrohr vorstellet, so soll man sowohl nach der Richtung OP, als auch rückwärts längst PO, nach einer einzigen Horizontal-linie visiren können.

Es

Es wird also dazu erforderlich seyn, daß) die Axe des Fernrohrs genau mit der obern Seite der Libelle, in deren Mitte die Luftblase erscheinen muß, parallel sey, damit, wenn die Luftblase den horizontalen Stand der Libelle andeutet, auch die mit ihr parallele Axe des Fernrohres eine horizontale Lage habe, 2) daß die Durchschnitte der Kreuzlinien, oder der Fadenkreuze in den Brennpunkten der Objectivgläser, genau in der Axe des Fernrohrs liegen.

II. Diese beyden Bedingungen zu erfüllen, lassen sich mehrere Methoden angeben; die bequemste ist aber folgende, wobey ein für allemal vorausgesetzt wird, daß die Röhre $\alpha\beta$ auf das möglichste cylindrisch abgedrehet worden sey, welches weiter keine Schwierigkeit hat.

III. Man lasse eine Röhre $\omega\pi$ (Fig. LXXXIX. Nro. 3.) verfertigen, die etwas kürzer seyn kann, als die Röhre OP des Liesganigischen Fernrohrs; man schneide den obern Theil weg, damit ein halber hohler Cylinder $\omega\pi$ übrig bleibe. Man schleife die innere Höhlung dieses halben Cylinders $\omega\pi$ dergestalt aus, daß die cylinderförmige Aussenseite (II.) des Fernrohres OP aufs genaueste in sie hineinpasse, und man also das Fernrohr OP, wenn man es von dem Stative wegnimmt,

und

und in die Höhlung $\omega\pi$ hineinlegt, nach Ge-
fallen um seine Axe drehen könne.

IV. Diese Röhre $\omega\pi$ sey auf einem Fuß-
gestelle befestiget, das man auf einen Tisch
setzen, und durch 4 Stellschrauben nach Er-
fordern erhöhen und erniedrigen, und beyläufig
horizontal stellen kann. Bey u ist ein Zir-
kelgewinde, und bey K eine Stellschraube,
wodurch man zugleich die Röhre $\omega\pi$ erhö-
hen oder erniedrigen, auch nach Erfordern
unverrückt in ihrer Läge erhalten kann.

V. Um nun erstlich zu prüfen, ob die
Durchschnitte der Kreuzlinien im Fernrohre
OP genau in die Axe desselben fallen, so neh-
me man das Fernrohr von dem Stative her-
unter, und lege es, ohne Libelle, in die cy-
lindrische Höhlung $\omega\pi$ (Nro. 3.) dergestalt,
daß z. E. die Seiten i n der mit dem Fern-
rohre verbundenen viereckigten Rahmen i n k q
(Nro. 1.) (§. 376.) unterwärts zu lie-
gen kommen, visire nun z. E. nach der Rich-
tung OP durch das Fernrohr, und lasse den
Durchschnitt d der Kreuzlinien, innerhalb
des Rahmens i n k q (Nro. 1.), in der
Ferne ein gewisses Zeichen decken.

VI. Man drehe nun das Fernrohr inner-
halb der Höhlung $\omega\pi$ um seine Axe, so daß

n (V.) hinauswärts zu liegen komme, visire
dermals längst OP, und sehe zu, ob der
wähnte Durchschnitt der Kreuzlinien, noch
as entfernte Zeichen genau decke.

VII. Geschiehet dieses, so ist sicher dieser
Durchschnitt (V.) in der Axe des Fernrohres.

VIII. Verläßt aber der erwähnte Durchschnitt das entfernte Zeichen, so kann derselbe
icht in der Axe des Fernrohrs liegen.

Man wird also sowohl durch Hülfe der
Schrauben λ, μ, womit sich das Fadenkreuz
n dem Rahmen i n k q verrücken läßt, als
uch vermittelst der Schrauben, womit man
as Objectivglas, in dessen Brennpunkte inkq
iehet, regieren kann, das Centrum des Objectivs und den Mittelpunkt des Kreuzes so
ange verrücken müssen, bis man in dem Fernrohre, man mag es innerhalb ωπ um seine
Axe drehen, wie man will, das entfernte Zeichen beständig von dem erwähnten Durchschnittspunkte (V. VI.) bedeckt siehet. Alsdann ist man versichert, daß der Mittelpunkt
des Objectivs, und der Durchschnitt der Kreuzlinien in des Objectivs Brennpunkte, genau
n die Axe des Fernrohrs fallen. So wird
die Untersuchung mit einem jeden Objective,
und dem zugehörigen Fadenkreuze, in dem
dop-

doppelten Liesganigischen Fernrohre vorgenommen. So bald nun diese Berichtigung geschehen ist, darf an der Stellung der Objective und der Fadenkreuze weiter nichts mehr geändert werden.

IX. Nun kömmt es darauf an, eine an das Fernrohr angebrachte Libelle, genau mit der Axe des Fernrohrs parallel zu machen.

X. Bey dem bisherigen Verfahren (VIII.) mußte nemlich das Gestelle der Libelle von der Röhre des Fernrohres herabgenommen werden, damit sich die Röhre $\alpha\beta$ ungehindert in dem halben Cylinder $\omega\pi$ um ihre Axe drehen ließ. — Nachdem aber die Untersuchung (VIII.) vollendet ist, so wird das Gestelle, sammt der Libelle, wieder an die Röhre des Fernrohres angebracht, und durch gehörige Schrauben befestigt. Hierauf wird die zweyte Untersuchung (IX.) auf folgende Art bewerkstelligt.

XI. In den beyläufig horizontal gestellten halben Cylinder $\omega\pi$ lege man den Tubum OP, sammt der Libelle, so, daß die Libelle mit der Axe des Fernrohres ohngefähr in einer Verticalebene liege.

Nun bringe man die Libelle durch Hülfe ihrer Stellschraube μ' genau in eine horizontale Lage. Nach-

Nachdem das geschehen ist, hebe man, ohne die Röhre $\omega\pi$ zu verrücken, den Tubum aus der Röhre $\omega\pi$ heraus, und lege ihn umgewandt wieder ein, so daß das Objectivglas dahin zu liegen komme, wo vorher das Ocularglas war. — Setzt sich nun die Luftblase wieder in die Mitte der Libelle, so ist zuverlässig sowohl die Röhre $\omega\pi$ vollkommen horizontal, als auch die Libelle dem Fernrohre parallel.

Trift es aber nicht zu, so muß man sowohl durch Erhöhung oder Erniedrigung der Röhre $\omega\pi$, vermittelst ihrer Stellschraube K, als auch durch Hülse der Stellschraube μ' der Libelle (ohngefähr wie solches (§. 154 VIII. 1 — 14.) mit den dortigen Stellschrauben MK und Kr geschehen ist), die Lage der Röhre $\omega\pi$ und der Libelle so lange verändern, bis die Luftblase immer in der Mitte der Libelle hängen bleibt, man mag das Fernrohr PO in die Vertiefung $\omega\pi$ legen, wie man will. Wenn nun solches geschiehet, so ist die Liesganigische Wasserwaage berichtiget, und man kann nun das Fernrohr, sammt der Libelle, wieder auf das Stativ (Fig. LXXXIX.) befestigen, und es hierauf zum Wasserwägen gebrauchen, wobey man denn, um das Fernrohr OP in eine horizontale Lage zu bringen, nichts nöthig hat, als es nur jedes-

desmal vermittelst der Schraube gh zu erhöhen oder zu erniedrigen, bis die Luftblase in der Mitte der Libelle erscheinet. In dem Augenblicke wird man die mit der Libelle ein für allemal parallel gemachte Axe des Fernrohrs auch horizontal haben, und, je nachdem man die Ocular-röhre bey P oder O einsteckt, längst der Horizontal-linie vor- und rückwärts visiren, und an Signalen, die man in der Ferne abgesteckt hat, die Punkte bemerken können, die von der Axe des Fernrohrs bedeckt werden, die folglich in der verlängerten horizontalen Axe des Fernrohrs liegen.

B. Berichtigung der Sissonischen Wasserwaage.

Diese ist im Wesentlichen völlig mit der Liesganigischen Prüfungsmethode einerley. — Nur daß man hier blos das Centrum eines einzigen Objectivglases in die Axe des Fernrohrs, oder vielmehr in die gerade Linie vom Mittelpunkte des Oculars nach dem Mittelpunkte der Kreuzlinien, zu bringen hat, da hingegen in dem Liesganigischen Fernrohre die Prüfung für beyde Objective anzustellen ist. Was übrigens bey der Liesganigischen Prüfung die Röhre $\omega\pi$ leistete, das vertreten bey der Sissonischen und Branderischen Was-

ser-

serwaage die Süpports c, c (Fig. XC.), worauf der Tubus zu liegen kommt. Man könnte daher auch zur Prüfung der Liesganigischen Wasserwaage, statt der Röhre $\omega\pi$ (§. 380. III.), sich vielleicht wohlfeiler der Branderischen Vorrichtung mit Süpports bedienen. Man siehet übrigens leicht, daß das Fernrohr bey c, c, wo es aufliegt, auf das genaueste von gleicher Dicke seyn müsse, weil der Parallelismus seiner Axe mit den Aufliegepunkten c, c, damit in genauester Verbindung stehet. Brander erhält dieses durch besonders dazu ausgesonnene Werkzeuge. — das übrige kann man in Lamberts Anhange zu der Picardischen Abhandlung vom Wasserwägen mit mehrerem nachlesen.

C. Prüfung der Picardischen Wasserwaage (§. 378.).

Bey dieser wird erfordert, erstlich das Centrum des Fadenkreuzes GH (Fig. XCI.) genau in die Axe des Fernrohres zu bringen, und dann zweytens zu machen, daß die Richtung des Lothes AB auf der Axe des Fernrohrs genau senkrecht stehe. — Beyde Bedingungen lassen sich durch Umkehrung des Instruments ohngefähr auf eben die Art, wie bey den vorhergehenden beyden Wasserwaagen, erhalten. — Weil aber sowohl diese Umkehrung bey der Pi

cardischen Wasserwaage, mit der gehörigen Vorsicht und Richtigkeit anzustellen, wegen Ermangelung bequemer, zu dieser Absicht angebrachter Vorrichtungen, immer etwas mühsam bleibt, als auch die Picardische Wasserwaage selbst so sehr nicht mehr gebraucht wird, indem man fast eben so wohlfeil eine weit bequemere Sissonische sich anschaffen kann; so will ich, nachdem einmal die Gründe dieser Prüfungsmethode schon im Vorhergehenden bey den beyden andern Wasserwaagen gezeigt worden sind, die Berichtigung derer Wasserwaagen, die überhaupt durch Hülfe eines Lothes den horizontalen Stand des Fernrohres angeben sollen, dem eigenen Nachdenken eines jeden überlassen, und dabey die Leser auf das oberwähnte Picardische Werk selbst verweisen, worinn auch S. 45 u. f. mehrere, wiewohl meines Erachtens, mehr zur Theorie, als zur Ausübung, dienliche Prüfungsmethoden vorkommen.

Von dem Wasserwägen selbst

§. 381. Diese Aufgabe werde ich nun nach den bisherigen Vorbereitungen sehr in die Kürze fassen können.

I. Man siehet leicht, daß, wenn die ganze Strecke, die man zu nivelliren hat, sich nicht auf einmal übersehen und abwiegen läßt, man

das

das Fallen oder Steigen Stationenweise bestimmen müsse, wozu die Gründe des 372sten §es die Aufgabe auf folgende Art bewerkstelligen lassen.

II. Es sey z. E. das Gefälle eines Flusses von A nach B zu finden (Fig. XCIII.).

III. Gleich bey A fange man an, so nahe längst des Ufers, als es angehet, eine gerade Linie a b abzustecken, die jedoch nicht viel über 2000 Fuß seyn soll, theils wegen (§. 373.), theils auch, weil man sonst die Gehülfen bey a und b, bey einer zu großen Entfernung nicht gehörig durch Zurufen, oder durch andere verabredete Zeichen bedeuten kann.

IV. Die Entfernung a b mag beyläufig in Schritten bekannt seyn.

V. Bey a und b seyen Stäbe mit Zeichen wie (§. 379.) vertical aufgerichtet, a l, b m.

VI. In der Mitte ohngefähr, zwischen a und b, stelle man die Wasserwaage auf, richte das Fernrohr derselben horizontal, und lasse nun die Zeichen an den Stäben a l, b m erhöhen oder erniedrigen, bis man sie von der Ziellinie des Fernrohrs o p, bey t und u bedeckt siehet.

Beym Gebrauche der Liesganigischen Wasserwaage kann man längst p o und o p, je

nachdem man die Ocular-röhre bey p oder o einsteckt, bey unverrücktem Fernrohre visiren. Bey der Sissonischen Wasserwaage wird aber erfordert, daß man nach geschehenem Visiren längst po, das Fernrohr aus seinen Unterlagen herausnehme, und es in umgekehrter Lage wieder einlege, um rückwärts längst op visiren zu können.

VII. So bald die Zeichen t und u gehörig stehen, so misset man die Erhöhungen at, bu; Ihr Unterschied giebt das Steigen oder Fallen des Bodens von a nach b.

VIII. Man lasse nun längst des Ufers eine neue Richtung bc abstecken. — Den Stab bm lasse man bey b stehen, und al bringe man nach c, hierauf wieder die Wasserwaage ohngefähr in die Mitte zwischen b und c, und bestimme auf ihr, und durch Erhöhung und Erniedrigung der Zeichen an den Stäben über b und c, die Horizontal-linie uy, messe alsdann wieder die Höhen über dem Boden bx, cy, und ziehe sie von einander ab, so hat man ferner das Steigen oder Fallen von b nach c.

IX. Solchergestalt gehet Stationsweise die Arbeit fort, bis man nach B kömmt, wo denn die Summe des Steigens und Fallens aller einzelnen Stationen, das Steigen oder Fallen von A nach B geben wird.

X. Ob man zwischen ein paar Stationen, z. E. a und b, von a nach b ein Steigen oder Fallen hat, beurtheilt man daraus, ob b ü kleiner oder größer, als a t ist u. s. w.

Anmerkungen über das bisherige.

§. 382. I. Die Stäbe mit den Zeichen (§. 379.) und (Fig. XCII.) müssen über den Stationspuncten a, b u. s. w. jederzeit durch Hülfe des Lothes mn (Fig. XCII.) so genau, als möglich, vertical gestellet werden, und die Mittel-linie eines jeden Zeichens, z. E. dr oder ux, muß aufs genaueste in der Axe des Fernrohres, oder in dem Durchschnittspunkt des Fadenkreuzes erscheinen (§. 381. VI.) — Weil es sich indessen eräugnen könnte, daß, wenn gleich die Axe des Fernrohres genau auf die Mittel-linie des Zeichens dr oder ux wiese, dennoch der Stab od nicht recht genau vertical stände, so muß der Gehülfe, welcher die Zeichen an dem Stabe erhöhet oder erniedriget, den Stab, ehe er ihn von seinem Orte wegnimmt, auf beiden Seiten, nach der rechten oder linken des Beobachters an der Wasserwaage, etwas hin und her bewegen, indem letzterer beständig durch das Fernrohr siehet. Wenn alsdann die Axe des Fernrohres beständig in der Linie dr oder ux bleibt, so hat der Stab hd

seine gehörige Lage gehabt. Wenn aber die Axe des Fernrohres, bey der erwähnten Seitenbewegung des Stabes, scheint etwas über oder unter d r zu kommen, so hat der Stab bd nicht gehörig vertical gestanden, und es ist daher die Stellung des Stabes d b, und die Einrichtung der Zeichen dr oder ux von neuem vorzunehmen.

II. Der folgende Stab bm (Fig. XCIII.) darf, während man den erstern a l nach c bringt, nicht aus seiner Stelle verrückt werden. — Er muß daher gleich anfangs zulänglich fest in den Boden gesteckt worden seyn, so daß man ihn nicht verrücken darf, als bis man auch mit dem Nivelliren der folgenden Station bc völlig fertig ist. Das ist deswegen erforderlich, weil man sonst das Steigen oder Fallen von b nach c, mit dem von a nach b nicht verbinden darf, wenn nicht der Anfangspunkt der Abtheilungen auf dem Stabe b m, während der Arbeit zwischen a und c, unverrückt an seiner Stelle blieb. Und so verfahre man an den folgenden Stationen auch.

III. Begreiflich wird ausser dem Steigen oder Fallen des Bodens von A nach B, auch noch die Höhe des Ufers beym Anfange A und Ende B in Erwägung zu ziehen seyn. — Ist sie an beyden Orten A und B einerley, so

kömmt

mmt sie nicht in Betrachtung. — Wäre sie
er z. E. bey B größer als bey A, so wird
r Unterschied zu dem Fallen des Bodens von
nach B hinzu zu addiren seyn, um den wah-
n Abfall des Stromes von A nach B zu finden.

IV. Wenn man blos wissen will, um wie
el B höher oder tiefer als A liegt, so ist es
cht nöthig, daß die Stationspunkte a, b, c,
f u. s. w. sämmtlich in gerader Linie mit A
nd B liegen. — Man kann daher diese
unkte a, b, c u. s. w. nach Gefallen anneh-
en, wodurch sich dann oft Hindernissen aus-
eichen läßt, die sonst das Visiren unterbre-
en würden. Ohne Noth wird man aber
eylich a, b, c ꝛc. ꝛc. nicht zu weit von der ab-
iwägenden Richtung AB entfernen.

V. Die Stationen ab, bc u. s. w. wird
an, so viel sich thun läßt, einander gleich
ehmen. Indessen wenn irgendwo der Boden
hr schnell steigt und fällt, wird man doch oft
ie Stationen näher neben einander nehmen
üssen, weil sonst die horizontale Richtung des
ernrohrs leicht über oder unter die Stäbe
it den Zeichen, hinweggehen würde. Wenn
ndessen sich in dem Brennpunkte des Oculars
in Micrometer befindet, das etwa ein paar
Grade faßt, so läßt sich durch Hülfe dessen
twa ein Elevations- oder Depressionswinkel
messen

messen, und die Höhe des abgesteckten Zeichens über der Horizontal-linie des Beobachters, aus dem erwähnten Winkel, und der gemessenen Weite vom Beobachter, trigonometrisch herleiten. Kurz, es werden beym Nivelliren oft Fälle vorkommen, wo man die Vorschriften des XVIten Kapitels mit Vortheil wird anwenden können, welches ich denn dem eigenen Nachdenken eines jeden überlassen will.

VI. Die beyden Gehülfen, von denen einer immer bey der hintern Station, der andere bey der vordern, die Zeichen an den Stäben gehörig in die Horizontal-linie des Beobachters rückt, schreiben die gemessenen Erhöhungen über dem Boden, in ein paar Kolumnen auf, so daß der hintere Gehülfe alle Höhen bekömmt, welche die nach der Gegend A hingerichtete Axe des Fernrohrs wieß, der vordere Gehülfe aber die, welche die nach der Gegend B hingerichtete Axe des Fernrohrs zeigte, d. h. der hintere Gehülfe schreibt die Höhen, wie at, bx u. s. w., der vordere hingegen die Höhen, wie bu, cy u. s. w., auf. Heißen also erstere nach der Ordnung m, n, o ꝛc. ꝛc., letztere M, N, O ꝛc. ꝛc.; so ist M — m der Abhang von a nach b (wo M — m auch negativ seyn kann, welches denn ein Steigen bedeutet), N — n der Abhang

on b nach c, O — o der Abhang von c
ach e u. s. w.

Folglich der sämmtliche Abhang von A bis
= M — m + N — n + O — o u. s. w. =
M + N + O u. s. w.) — (m + n + o u. s. w.)
. h. die Summe der aufgezeichneten Höhen
es vordern Gehülfen vermindert um die Sum-
e aller Höhen des hintern.

VII. Wenn m + n + o u. s. w. >
I + N + O 2c. 2c., so hat man ein Steigen
on A nach B, oder B liegt über der durch A
ingebildeten wahren Horizontalfläche.

VIII. Ich könnte gegenwärtig noch über
erschiedene Dinge, die auf die Richtigkeit des
Wasserwägens Einfluß zu haben scheinen, Be-
rachtungen anstellen, und deren Wirkungen
erechnen. So z. E. könnte man fragen,
was die Refractionen (§. 200.) für Irrthü-
ner im Wasserwägen hervorbringen, was die
Ründung der Erde, in so ferne sie nicht
vollkommen sphärisch ist, für Einfluß
auf das Nivelliren habe, was die Verschie-
denheit der Augen, der Fernröhre selbst, die
man an den Wasserwaagen anbringt, was
eine gewisse Parallaxe, die man in Rücksicht
auf die Kreuzlinien in dem Fernrohre, im
Falle sich solche nicht genau in dem Brenn-
punkte

punkte des Objectivs befänden, wahrgenommen hat (man s. hievon Condamine mesure des trois premiers degrés du Merid. dans l'hemisphere austral, P. II. Art. XIX. etc. Kästners astronomische Abhandl. II. Th. VI. Abh. §. 35.), was endlich überhaupt die Natur eines jeden Werkzeugs selbst rc. für Fehler im Wasserwägen hervorbringen könne? Allein alle diese Untersuchungen würden theils die Gränzen, die ich mir vorgeschrieben habe, überschreiten, theils auch auf Resultate führen, aus denen man doch nur sehen würde, daß bey gehöriger Vorsicht, Behandlung und vorhergegangener Prüfung der Werkzeuge, nur solche Fehler aus obigen Ursachen entstehen können, für die auch der behutsamste Beobachter nicht gut stehen kann, und die man folglich immer ausser Acht lassen darf, da sie ohnehin auf keine Weise sicher bestimmt werden können; daß endlich viele von den erwähnten Fehlern auch schon dadurch wegfallen, daß man bey dem Wasserwägen das Instrument allemal in die Mitte zwischen jede zwey Abwägungspunkte stellt, und ihre Entfernungen von einander nicht grösser, als 2000, höchstens 3000 Fuß nimmt u. dgl. Man kann überhaupt mehreres hievon in den bereits über das Nivelliren angeführten Schriften nachlesen, denen ich noch folgende beyfüge. Praktische Abhandl. vom Nivelli-

ren

en oder Wasserwägen in besonde-er Hinsicht auf das zweckmäßigste Verfahren das Resultat einer Ab-wägung untrüglich zu bestimmen, verbunden mit der Anweisung zur Verfertigung der Berg- und Meer-profile v. Gotth. Christoph Müller. Königl. Grosbritt. Ingenieur Major und öf-fentlichen Lehrer der Mathematik und Mili-tärwissenschaften zu Göttingen (bey Vandenh. und Ruprecht 1799.). Der vor kurzem ver-storbene Verfasser empfiehlt in dieser Schrift vorzüglich das Vor- und Rückwärts-Nivel-liren, kurz das Verfahren §. 371. u. s. w., nur daß es einmahl vorwärts und dann wie-der rückwärts bewerkstelligt wird. Die Ein-würfe desselben gegen das Abwägen aus der Mitte (§. 372. 381.) sind von keinem Belange. Sonst enthält die Schrift manche lehrreiche Bemerkungen über die Ausübung des Wasserwägens.

Auch in Bugge's oben §. 255. XVIII. an-geführter Anleitung zum Feldmessen ꝛc. worinn zugleich eine ziemlich vollständige An-leitung zum Nivelliren vorkömmt, wird ins-besondere auch wegen der Refractionsfehler, das Nivelliren aus der Mitte zwischen beyden Abwägungspunkten, empfohlen.

IX. Noch habe ich im 379sten §. zu erinnern vergessen, daß sowohl die vordere, als hintere Seite der Tafeln dr, ux (Fig. XCII.) halb schwarz und halb weis angestrichen seyn müssen, damit man nicht nöthig habe, das Zeichen, das z. E. an dem Stabe bm (Fig. XCIII.) zuerst nach a hingekehrt war, nach c hinzuwenden, und dadurch den Stab bm zu verrücken (II), wenn die Wasserwaage zwischen die folgenden beyden Stationen b, c gestellt wird.

Anmerkung.

1. Es sey ab (Fig. LXXXVII) ein Fernrohr, welches sich um einen Punkt a durch Hülfe einer etwa in b angebrachten Micrometerschraube vertical auf und nieder treiben lasse. Das Fernrohr sey mit einer Libelle versehen, wodurch die Axe desselben genau in eine horizontale Lage ah gebracht werden kann. Durch Hülfe jener Micrometerschraube lasse es sich höchstens um einige Grade über oder unter die Horizontalrichtung bringen.

2. In einer genau ausgemessenen horizontalen Distanz = A von dem Punkte a des Fernrohres sey ein Signal wie (§. 379.) und (Fig. XCII.) abgesteckt worden, auf dem der beständige Abstand der beyden Tafeln oder Zeichen dr, ux, also du = B sey.

3. Man richte das Fernrohr vermittelst der Micrometerschraube nach dem obern Ziele d r, und zähle wie viel Umdrehungen derselben nöthig sind, das Fernrohr aus dieser Lage, in die Richtung nach dem untern Ziele u x zu bringen. Gesetzt diesem bekannten Abstande d u = B entsprechen M Umdrehungen, so gehört hiezu ein Winkel von so viel Secunden als der Ausdruck $\frac{B}{A} \cdot 206264$ angiebt. Also der Werth einer

Umdrehung $= \frac{B}{MA} \cdot 206264$ Secunden $= N$.

4. Nun befinde sich jenes Signal in jedem andern Abstande = a von dem Fernrohre. a h Fig. LXXXVII. sey dieser Abstand, und k, i, die (2) erwähnten beyden Zeichen d r, u x so daß k i = B. (2).

5. Man stelle das Fernrohr a b erstlich horizontal, und zähle wie viel Schraubenumdrehungen nöthig sind, es nach dem abgesteckten Ziele k zu erheben; und dann wie viel nöthig sind, es auch aus der horizontalen Richtung nach dem Ziele i zu erniedrigen. Jene Zahl von Umdrehungen heiße = m diese = n, so läßt sich hieraus sowohl die horizontale Distanz a h = a, als auch die Erhöhung oder Vertiefung der beyden Ziele k, i, in Ansehung der horizontalen Richtung a h bestimmen.

6.

6. Denn erstlich ist der Winkel hak = m . N Secunden (3) und hai = n . N Sec. und weil die Winkel klein sind und nicht über 5 Grade betragen sollen (1) ohne merklichen Irrthum

$$\text{tang}\ hak = \frac{m . N}{206264}$$

$$\text{tang}\ hai = \frac{n . N}{206264}$$

7. Ferner kh : hi = tang kah : tang hai d. h. kh : hi = m : n. Also

kh + hi : hi = m + n : n oder ki d. h.

B : hi = m + n : n

und $hi = \frac{n . B}{m + n}$ für des Zeichens i Tiefe unter der horizontalen Richtung ah. (5). Eben so auch für das Zeichen k, die Linie $kh = \frac{m . B}{m + n}$.

8. Endlich wegen a . tang hai = hi die horizontale Distanz ah oder

$$a = \frac{hi . 206264}{n . N} = \frac{n . B . 206264}{(m + n) n . N}$$ oder

aus (3) den Werth von N substituirt.

$$a = \frac{M}{m + n} . A$$

d. h.

d. h. die beständige Größe M. A dividirt mit der Menge von Schraubenumdrehungen, welche dem Zwischenraume der beyden Zeichen x, i, zugehören.

9. Weiß man also die Höhe des Zeichens i über dem Boden (sie läßt sich an dem Signale selbst messen, und ist = b u Fig XCII.) so ist hiemit auch die Erhöhung der horizontalen Richtung ah, über dem Boden, an der Stelle wo das Signal abgesteckt ist, bekannt. Diese mit der gemessenen Höhe des Fernrohres über dem Boden gehörig verbunden, giebt denn das Nivellement von dem Stationspunkte des Fernrohres, bis zu dem abgesteckten Signale.

10. Man braucht also bey diesem Verfahren zu nivelliren, weder die Distanz ah unmittelbar zu messen, noch auch die Ziele d r, u x (wie §. 379. I.) an der Stange a b auf- und niederzuschieben, während der Beobachter an dem Fernrohre arbeitet; man vermeidet also dadurch viel Zeitverlust, und die Irrungen, die nicht selten entstehen, wenn der Gehülfe an dem Signale das rechte Maaß in der Erhöhung oder Erniedrigung der Ziele nicht gleich trifft, und die mit ihm verabredeten Zeichen nicht richtig versteht. Es ist nichts hieben nöthig als daß der Gehülfe nur jedesmahl die Höhe des Zeichens i über dem Boden, gehörig in dem

Manual notire. Alle übrigen Bestimmungen, hängen dann blos von dem Beobachter an dem Fernrohre ab, nemlich richtig die Mengen m, n, von Schraubenumdrehungen zu erhalten, welche nach (7. 8.) zur Bestimmung des Nivellements h i erforderlich sind, und jedesmahl die Höhe des Fernrohres über dem Boden gehörig zu messen. So kann man von einer Station zur andern verfahren.

11. Diese Nivellirmethode hat Hr. Oberst Hogreve in seiner praktischen Anweisung zum Nivelliren oder Wasserwägen (Hannover 1800.) empfohlen, und in erwähnter Schrift mit mehreren ausgeführt. Hr. H. hat zugleich die Einrichtung des zu dieser Nivellirmethode gehörigen Fernrohrs, Stativs u. dgl. sehr deutlich beschrieben und abgebildet. Darf man sich auf die Gänge der Micrometerschraube, durch eine so beträchtliche Länge als die Schraube an diesem Werkzeuge bekömmt, sicher verlassen, so ist kein Zweifel daß diese Nivellirmethode sehr einfach und bequem ist. Die möglichen Fehler dabey lassen sich leicht durch die Differentialrechnung finden, womit ich mich aber hier nicht weiter aufhalten will, da Hr. H. sie zum Theil auch schon untersucht hat.

Jetzt will ich noch ein paar Worte über [illegible]ebrauch des Barometers zum Wasser[illegible] anführen.

Das

Das Barometer als Wasserwaage.

§. 383. In so ferne man aus dem 197 §.
en Gebrauch dieses Werkzengs zu Höhenmes-
ungen schon kennen gelernt hat, läßt sich leicht
insehen, daß es wenigstens in solchen Fällen
um Wasserwägen gebraucht werden könne, wo
s auf keine größere Genauigkeit ankömmt,
ls diejenige ist, die auch das beste und em-
findlichste Barometer noch anzugeben im
Stande seyn kann. Da man nun wohl in
en Unterschieden der Höhen des Barometers
n zwey Stationen, so wie man diese Höhen
nmittelbar zu der Formel (§. 198. II.) braucht,
icht einen Fehler von $\frac{1}{4}$ Linie begehen kann,
ie Correctionen wegen der Wärme und an-
erer Ursachen, die man wohl sämmtlich noch
icht einmal kennet, schon mit eingerechnet,
) wird sich das Barometer zur Bestimmung
er Höhe eines Orts über einem andern, auch
ohl in keinem Falle anders brauchen lassen,
ls wo es etwa auf 3 bis 4 Toisen nicht an-
ömmt; d. h. man wird sich wohl des Baro-
eters bedienen können, die beträchtlichsten
ngleichheiten einer bergigten Gegend beyläu-
g zu nivelliren, wie solches auch schon durch
rn. de Luc, z. E. bey den Gebürgen in Fau-
gny und andern Orten, geschehen ist (man
dessen Recherches sur les Modif. de
Atmosph. P. II.) aber keineswegs Wasser-
wä-

wägungen damit anstellen, bey denen es oft auf einige Fuße, oder gar Zolle, in der Höhe der einen Station über der andern an- kömmt.

Messungen in dieser Rücksicht mit dem Barometer angestellt, findet man auch vorzüglich in Hrn. G. E. Rosenthals Beyträgen zu der Verfertigung, der wissenschaftlichen Kenntniß, und dem Gebrauche meteorologischer Werkzeuge, 1. Bd. S. 239.; wo in einem Beyspiele an der freyen Reichsstadt Nordhausen der Gebrauch des Barometers zum Nivelliren, auch durch unmittelbare Messungen bestätigt, und die dadurch zu erhaltende Genauigkeit geprüft wird.

Hr. Rosenthal hat ausserdem das Verdienst, in angeführter Schrift verschiedene wichtige Verbesserungen an dem Barometer, und der Methode, damit Höhen zu messen, gezeigt zu haben. —

Desaguliers in den Philosoph. Transactions, Nro. 385. p. 165., hat auch ein Werkzeug zum Wasserwägen, das mit dem Barometer auf einerley Gründen beruhet, angegeben.

In

In Böhms Meßkunst auf dem Felde, S. 240. ist eine kurze Beschreibung davon mitgetheilt. — Es liessen sich vielleicht an dem Werkzeuge solche Verbesserungen anbringen, daß im Wasserwägen ihm kein gewöhnliches Barometer gleich käme.

Noch zu Höhenmessungen.
(§. 190.)

Man hat zum Behufe der Forstwissenschaft Werkzeuge für nöthig erachtet, auf denen sich ohne Rechnung nnd trigonometrische Auflösung von Dreyecken, sogleich die Abmessungen eines Baumes, in Absicht auf seine Höhe und Dicke in jeder Höhe, ergeben. Man heißt sie **Baummesser** oder **Dendrometer**.

Da bey diesen Bestimmungen keine großen Dreyecke zum Vorschein kommen, so könnte zwar schon der bloße Meßtisch diese Aufgaben auflösen. Man würde in einer gewissen Weite von dem Baume, den Meßtisch lothrecht stellen, durch einen gewissen Punkt eine Horizontallinie auf ihm ziehen, von diesem Punkte nach der Höhe der Baumstammes visiren, die Horizontallinie von dem Meßtische bis zur Mitte des Stammes nach dem verjüngten Maaße auftragen, und so, wie leicht erhellet, den rechtwinklichten Triangel auf dem Meßtische construiren, dessen lothrechter Kathete die verlangte Höhe des Stammes

:s geben würde, so wie denn auch die Hy-
thenuse den Abstand des Auges von dem
ern Theile des Stammes bestimmen würde.
ollte nun auch die obere Dicke des Stam-
:s (die untere läßt sich aus dem gemessenen
nfange desselben sehr leicht finden) gefunden
rden, so könnte man solche aus der erwähn-
ı Hypothenuse, und der scheinbaren Größe,
:r dem optischen Winkel, unter welchem
se Dicke des Stammes auf dem in gehö-
e Schiefe gegen den Horizont gestellten
eßtische erscheinen würde, bestimmen; Allein
ın hat diese Auflösungsarten in der Ausübung
ht für bequem genug gehalten, und daher
onderes Werkzeuge ausgedacht, auf denen
) sogleich, durch das bloße Ansehen, die ver-
ıgten Abmessungen eines Baumes ergeben,
ıgefähr wie man ehemals vermittelst des
ıcobsstabes, des geometrischen Quadrats
dgl., Höhenmessungen und ähnliche Auf-
ben bewerkstelligte.

Man gedenke sich (Fig. XCIV.) ein paar
iale AB, AC um A beweglich, ohngefähr
: die beyden Schenkel eines Proportionalzir-
s um ihren Kopf sich drehen und in jeden
inkel stellen lassen. Längs des einen AB
ein drittes BD in einer Nuth senkrecht hin
) her beweglich, und lasse sich in jeder
ıe | feststellen. Auf AB, BD und AC

seyen gleiche Theile verzeichnet, welche z. E. Schuhe eines verjüngten Maasstabes bedeuten. AC sey mit Diopten versehen, um damit nach dem obersten Punkte eines Stammes visiren zu können, AB sey horizontal gestellt, und BD in einem solchem Abstande von A, daß AB so viel verjüngte Schuhe faßt, als man für die horizontale Weite des Standpunktes A von dem Stamme gemessen hat, so wird AC auf dem verticalen Liniale BD, von B nach C so viel Schuhe abschneiden, als die visirte Höhe des Stammes enthalten würde, wozu denn noch die Höhe des Punktes A über dem Boden gerechnet werden müßte. Auf AB muß eine Libelle angebracht seyn, oder man muß sonst an dem Werkzeuge eine Vorrichtung haben, wodurch man AB horizontal stellen kann. Alles kommt auf ein schickliches Stativ zu stehen. Parallel mit der Hypothenuse AC könnte man ein Fernrohr mit einem Micrometer anbringen, um mittelst desselben die scheinbare Dicke eines Stammes in jeder Höhe messen, und daraus, und aus ihrer Entfernung von dem Auge, die wahre Dicke in Schuhen, Zollen rc. rc. herleiten zu können, oder man könnte auch sonst an dem Werkzeuge ein Schraubenmicrometer anbringen, um diese scheinbare Dicke messen zu können, u. s. w.

Die

Dieß mag hinreichend seyn, um sich ohngefähr eine Hauptidee von solchen Werkzeugen zu machen. In das umständlichere Detail kann ich mich hier nicht einlassen, ist auch für den, der die Theorie davon innen hat, und dasjenige, was im vorhergehenden schon von Höhenmessungen, Micrometern u. dgl. gesagt worden ist, ganz überflüssig. Man hat durch solche Werkzeuge blos trigonometrische Rechnungen ersparen, und dadurch Forstbeamten, welche in dergleichen nicht immer geübt sind, nützlich seyn wollen. Diese können denn zur weitern Belehrung folgende Bücher gebrauchen.

Erstlich ein englisches Werk, welches den Titel führt: by the King's Patent. A Treatise upon the Dendrometer, a new-invented Instrument for the more certain and ready Measurement of Standing Timber, *by inspection only*, for facilitating the practical Operations of Engineering, Land-Surveying, Levelling, Mineing etc.: and for performing mechanically the various Cases of plane Trigonometrie, by a short and familiar Process, *without Calculation*. London, Printed for the Patentees etc. Auf der Dedication nennen sich die Verfasser Thomas Whittell und John Duncombe. Wie der Titel sagt, ist also dies Werkzeug über-

überhaupt dazu eingerichtet, alle Operationen der praktischen Geometrie ohne Rechnung bewerkstelligen zu können, und die Resultate derselben for the inspection only auf dem Werkzeuge zu erhalten. Es ist daher etwas zusammengesetzter, als es blos zur Dendrometrie nöthig seyn mögte. Indessen ist es für geometrische Dillettanten immer ein brauchbares Werkzeug, und die Beschreibung dazu sehr deutlich und gründlich. Eine Abbildung davon findet sich auch in der Encyclopaedie methodique. *Mathematiques* unter dem Artikel Dendromètre. Das Buch ist aber nicht genannt, woraus die Beschreibung genommen ist. Es ist diesem Buche noch ein Anhang beygefügt, welcher auch unter dem besondern Titel zu haben ist: Tables of solid Measure, for finding, by Inspection, the Quantity of Timber in any tree from six Inches to eighty Feet in length, and from six Inches to three Feet in Diameter — London. Printed for the Patentees of the Dendrometer 1768. Diese Tafeln dienen also zur Taxation des Kubikinhalts der Stämme.

Ein sehr einfaches Instrument zur Messung der Bäume beschreibt Hr. Prof. Joh. Heinr. Jung in seinem Versuche eines Lehrbuches der Forstwirthschaft (Mannheim

rn und Lautern, 1781.), II. Theil
921

Ein anderes hat Hr von Burgsdorf seinen Beyträgen zur Erweiterung er Forstwissenschaft, durch Erweiterung eines Holz-Taxationsinstruments (Berlin, 1790.) angegeben.

31

Auch in Joh. Gottl. Beckmanns onomischen Forstkalender (Leipzig, 67), wie ihn Hr. v. Wernek vermehrt rausgegeben hat, geschiehet Meldung von em Baummesser.

Reinholds aufs Recht angewandte Meßkunst beschreibt im Isten Theile, un- dem Namen eines Erdmicrometers, ien Baummesser, bey dem man aber doch ht ganz aller Rechnung überhoben ist, so e der Zweck dieser Instrumente seyn soll.

Eines der neuesten hieher gehörigen, nach Erfindung des Hrn. Höschels in Augsrg, hat Hr Ignaz Pikel in seinem aktischen Unterrichte, wie man h bey der Ausmessung ꝛc. ꝛc. der älder zu verhalten habe (Augsb. 85.), im Vten Abschnitte beschrieben. In ser Schrift wird der Gebrauch des Instruments

mentes in mehreren Aufgaben gezeigt, und auch gelehrt, wie dasselbe zu berichtigen sey.

Beschreibung und ausführliche Gebrauchsanweisung eines neuen sehr einfachen Taxationsinstrumentes oder Baummessers rc. von Joh. Leonh. Späth, Prof. d. Math. zu Altdorf. (Nürnberg 1802.).

Dieß mag hinreichen, einige allgemeine Nachrichten von einem Werkzeuge gegeben zu haben, welches meines Erachtens eben nicht sehr zusammengesetzt und kostbar seyn darf, um dennoch allen Bedingungen vollkommen zu entsprechen.

Anhang
zu §. 369. XI.

Man kann in den (§. 369. IX.) angeführten Schriften und in solchen, welche überhaupt von großen geographischen Messungen handeln, unter anderen auch ersehen, wie aus solchen Vermessungen die geographischen Längen und Breiten der Oerter, welche in die Winkelpunkte der Dreyecke eines über das vermessene Land geführten Dreyeckennetzes fallen, durch Rechnung bestimmt werden können, indem das Verfahren §. 350 Zus. IV. nicht die gehörige Genauigkeit verstattet, wenn in den Bestimmungen kleinere Theile als eine Zeichnung sie geben kann, verlangt werden.

Da hiebey zugleich auf die sphäroidische Gestalt unseres Erdkörpers Rücksicht genommen werden muß, so mag für diejenigen, welche die erforderlichen Kenntnisse der höhern Mathematik haben, folgendes dienen, um einen Begriff von der Berechnungsart zu geben.

I. Es sey (Fig. XCVI. Tab. IX.) die daselbst gezeichnete Ellipse ein Meridian auf

der

der sphäroidischen Erde, A, V die beyden Erdpole, AG die halbe kleine Axe der Ellipse, DG die halbe große, M ein Ort auf dem Meridian, und MR eine Normallinie an M, welche die Erdaxe AGV in R durchschneide, so ist MR die Verticallinie des Orts M, und der Winkel ARM des Orts Abstand vom Pole A, oder die Ergänzung der geographischen Breite des Orts M zu 90°, auf der sphäroidischen Erde. Da zu den folgenden Untersuchungen der Werth der Normallinie, für jeden Winkel wie ARM, gebraucht wird, so schicke ich hier erst folgendes darüber voraus.

II. Man fälle MP auf AV senkrecht, und nenne AP = t PM = z; AG = γ; GD = α; so ist nach der Gleichung der Ellipse

$z^2 = \frac{\alpha^2}{\gamma^2}(2\gamma t - t^2)$, und die Subnormale

$PR = \frac{z\,dz}{dt} = \frac{\alpha^2}{\gamma^2}(\gamma - t)$. (Kästn. Anal. d. Unendl. §. 92. Die dortigen y, x hier z und t genannt.) $= n^2(\gamma - t)$, wenn $\frac{\alpha}{\gamma}$ der Kürze halber mit n bezeichnet wird.

III. Man nenne den Winkel MRP oder die Ergänzung der geographischen Breite des

Orts zu 90° = η, so ist

$$z = PR \tan \eta = n^2 (\gamma - t) \tan \eta.$$

Dies statt z in die Gleichung der Ellipse (II.) substituirt, giebt

$$n^2 (\gamma - t)^2 \tan \eta^2 = 2\gamma t - t^2$$

oder das Quadrat von $\gamma - t$ würklich entwickelt

$$n^2 \gamma^2 tg\eta^2 + (1 + n^2 tg\eta^2) t^2 = 2\gamma t (1 + n^2 tg\eta^2)$$

d. h.

$$n^2 \gamma^2 \tan \eta^2 = (2\gamma t - t^2)(1 + n^2 \tan \eta^2)$$

$$= \frac{z^2}{n^2} (1 + n^2 \tan \eta^2) \text{ (II)}$$

IV. Also

$$z = \frac{n^2 \gamma \tan \eta}{\sqrt{(1 + n^2 \tan \eta^2)}};$$ Mithin die

Subnormale

$$PR = \frac{z}{\tan \eta} = \frac{n^2 \gamma}{\sqrt{(1 + n^2 \tan \eta^2)}} \text{ (III)}$$

Und die

$$\text{Normale } MR = PR \sec \eta = \frac{PR}{\cos \eta} =$$

$$\frac{n^2 \gamma}{\cos \eta \sqrt{(1 + n^2 tag \eta^2)}} = \frac{n^2 \gamma}{\sqrt{(\cos \eta^2 + n^2 \sin \eta^2)}} =$$

$$\frac{n^2 \gamma}{\sqrt{(1 + (n^2 - 1) \sin \eta^2)}} = \frac{\alpha^2}{\gamma \sqrt{(1 + (n^2 - 1) \sin \eta^2)}}$$

V. Nun ist aber $n^2 - 1 = \frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\gamma^2}$ immer ein sehr kleiner Bruch, weil bey unserer sphäroidischen Erde der Unterschied zwischen den beyden halben Durchmessern AG $= \gamma$ und GD $= \alpha$, also $\alpha - \gamma$ wie wir hernach sehen werden, selbst nur sehr klein ist; Daher kann statt

$$\frac{1}{\sqrt{(1 + (n^2 - 1)\sin\eta^2)}} = (1 + (n^2 - 1)\sin\eta^2)^{-\frac{1}{2}}$$

immer ohne erheblichen Fehler blos gesetzt werden $1 - \frac{1}{2}(n^2 - 1)\sin\eta^2$. Ferner ist $\frac{\alpha^2}{\gamma} =$

$$n\alpha = \alpha\sqrt{(1 + n^2 - 1)} = \alpha + \frac{1}{2}(n^2 - 1)\alpha$$

weil statt $\sqrt{(1 + n^2 - 1)}$ ebenfalls ohne merklichen Fehler gesetzt werden kann $1 + \frac{1}{2}(n^2 - 1)$. Dies giebt demnach

$$MR = \alpha(1 + \tfrac{1}{2}(n^2 - 1))(1 - \tfrac{1}{2}(n^2 - 1)\sin\eta^2)$$

Oder wenn man bey der Multiplication der in den Klammern eingeschlossenen Ausdrücke die höhern Potenzen von $n^2 - 1$ wegläst, ohne merklichen Fehler

$$MR = \alpha(1 + \tfrac{1}{2}(n^2 - 1) - \tfrac{1}{2}(n^2 - 1)\sin\eta^2)$$
$$= \alpha(1 + \tfrac{1}{2}(n^2 - 1)\cos\eta^2).$$

VI. Und folglich

$$PR = MR\cos\eta = \alpha\cos\eta(1 + \tfrac{1}{2}(n^2 - 1)\cos\eta^2)$$

Sodann weiter

$$AR = PR + AP = PR + t = PR + \gamma - \frac{PR}{n^2}$$

(II.)

$(II.) = \gamma + PR\left(\frac{n^2 - 1}{n^2}\right) = \gamma + PR\frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha^2}$ (V)

d. h. (IV)

$$AR = \gamma + \alpha \cos\eta (1 + \tfrac{1}{2}(n^2 - 1)\cos\eta^2)\frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha^2}$$

wofür ohne merklichen Fehler gesetzt werden kann

$$AR = \gamma + \frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha} \cos\eta$$

weil $\frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha^2}$ so wie $n^2 - 1 = \frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\gamma^2}$ nur kleine Brüche sind, so wie auch ohne merklichen Fehler statt $\frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\gamma^2}$ gesetzt werden könnte $\frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha^2}$

VII. Nach dieser Vorbereitung sey nunmehr N (Fig. XCVII.) ein anderer Ort auf der Erde, ANV dessen Meridian und NT die Normal- oder Vertical-linie desselben, welche in die Erdaxe bey T einschneide, indem der Winkel NTA = ζ die Ergänzung der geographischen Breite des Orts N zu 90° seyn wird. So hat man auf eine ähnliche Art, wie oben (V. VI.), für die Normallinie NT den Werth

$$NT = \alpha (1 + \tfrac{1}{2}(n^2 - 1) \cos\zeta^2)$$

und

und für AT den Werth

$$AT = \gamma + \frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha} \cos\zeta$$

Mithin

$$TR = AR - AT = \frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha} (\cos\eta - \cos\zeta)$$

VIII. Liegen nun M und N auf einem Lande, dessen Umfang nicht gar zu groß ist, so daß die geographischen Breiten von M und N nicht über 3 bis 4 Grade von einander unterschieden sind, und also auch der Unterschied $\zeta - \eta$ nicht über so viel Grade hinausgeht, so sey nunmehr $\eta = \zeta - i$, dann wird

$$\cos\eta = \cos(\zeta - i) = \cos\zeta \cos i + \sin\zeta \sin i$$

ohne erheblichen Fehler $= \cos\zeta + i \sin\zeta$, wo i in Decimaltheilen des Sinustotus ausgedrückt werden muß. Mithin

$$TR = \frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha} i \sin\zeta.$$

IX. Man ziehe RU senkrecht auf die Verlängerung von MT, so hat man $RU = RT \sin\delta$, wenn man den Winkel $ATM = \delta$ nennt.

X. Mithin für den kleinen Winkel RMT ohne merklichen Fehler

$$RMT = \frac{RU}{RM} = \frac{(\alpha^2 - \gamma^2) \sin\zeta \sin\delta}{\alpha^2} . i$$

([illegible]

weil

weil es hier bloß verstattet ist, den Werth von RM (V) = u zu setzen, indem wegen der geringen Größe des Winkels RMT, das Glied $\frac{1}{2}(n^2 - 1)$ cos η^2 wenn es weggelassen wird, diesen Winkel kaum um einige Decimaltheile von Secunden ändert, selbst wenn i drey bis 4 Grade beträgt.

XI. Nun gedenke man sich von M einen senkrechten Bogen ML auf den Meridian des Orts N, so kann man ML und NL auf dem Sphäroid, bloß als Bogen gröster Kreise auf einer Kugel betrachten, deren Mittelpunkt T, und der Halbmesser

$= NT = a(1 + \frac{1}{2}(n^2 - 1)\cos\zeta^2)$

(VII) seyn würde, so wie auch der Bogen MN als ein solcher von dem Halbmesser NT angesehen werden darf, so bald, wie wir annehmen, diese Bogen nicht über einige Grade betragen.

XII. Diese Bogen ML, NL, sind als bekannt anzusehen, indem sie nichts anders bedeuten, als die aus einem Dreyecken-Netze zwischen M und N nach (§. 362. XVIII) berechneten y und x in Beziehung auf den Meridian des Orts N, dessen geographische Breite = 90° — ζ als gegeben angesehen wird.

Wären z. B. M, N die Oerter z, ε in (Fig. LXXX.) so würden ML und NL die

Linie gp = y und mp = x, deren Werthe nach (§. 362. XVIII) gefunden werden können, bedeuten.

XIII. Diese Cordinaten x, y, oder NL und ML, können nun ohne merklichen Fehler als Bogen größter Kreise denen am Mittelpuncte T (XI.) die Winkel

$$NTL = \frac{NL}{NT} \, 206264 \text{ Sec.}$$

und $MTL = \frac{ML}{NT} \, 206264$ Sec. zugehören, betrachtet werden. Ich will diese Bogen oder Winkel NTL = μ und MTL = ν nennen.

XIV. Um aus denselben des Orts M geographische Breite = 90° − η, oder Abstand vom Pole = η = ζ — i zu berechnen, so hat man in dem rechtwinklichten sphärischen Dreyecke NML, als auf einer Kugelfläche vom Halbmesser NT (XI.)

1) cos MN = cos ML cos NL

oder wenn man den dem Bogen MN zugehörigen Winkel NTM = λ nennt

$$\cos \lambda = \cos \mu \cos \nu$$

wo also μ und ν aus (XIII.) bekannt sind.

2) $\tan MNL = \frac{\tan ML}{\sin NL} = \frac{\tan \nu}{\sin \mu}$

wo

wo MNL oder MNA den Neigungs-Winkel der beyden Ebenen MNT, ANT ausdrückt, welchen ich mit τ bezeichnen will. Also

$$\tang \tau = \frac{\tang \nu}{\sin \mu}.$$

XV. Nun betrachte man weiter das sphärische Dreyeck AMN, welchem am Punkte T, die drey ebenen Winkel ATM $= \delta$ (IX.) ATN $= \zeta$ (VII) und MTN $= \lambda$ zugehören.

In demselben sind bekannt der Neigungswinkel MNA $= \tau$, und die Winkel ζ und λ, welche den Bogen AN und MN entsprechen (XIV).

Daraus findet sich, für den Bogen AM, der den ihm entsprechenden Winkel ATM $= \delta$, nach der sphärischen Trigonometrie

$$\cos \delta = \cos \tau \sin \lambda \sin \zeta + \cos \lambda \cos \zeta$$

Auch für den Winkel MAN $= \rho$ welcher den Unterschied der geographischen Längen der Oerter M und N ausdrückt, sogleich

$$\tang \rho = \frac{\sin \tau \tang \lambda}{\sin \zeta - \tang \lambda \cos \zeta \cos \tau}$$

Oder auch, wenn δ nach der erstern Formel gefunden ist, $\sin \delta : \sin \tau = \sin \lambda : \sin \rho$ oder

$$\sin \rho = \frac{\sin \tau \sin \lambda}{\sin \delta}.$$

XVI. Zieht man von dem gefundenen Winkel ATM = δ den Winkel

$$RMT = \frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha^2} \sin \zeta \sin \delta \,.\, i$$

$= (n^2 - 1) \sin \zeta \sin \delta \,.\, i$ (X. VI.) ab, so hat man in dem Dreyecke RTM den Winkel MRT oder ARM = $\eta = \zeta - i$.

XVII. Dies giebt

$$\zeta - i = \delta - (n^2 - 1) \sin \zeta \sin \delta \,.\, i$$

Mithin $i = \dfrac{\zeta - \delta}{1 - (n^2 - 1) \sin \zeta \sin \delta}$

oder weil $n^2 - 1 = \dfrac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha^2}$ eine sehr geringe Grösse ist, ohne merklichen Fehler

$$i = (\zeta - \delta)\,(1 + (n^2 - 1) \sin \zeta \sin \delta)$$

Also $\zeta - i$ oder $\eta = \delta - (\zeta - \delta)(n^2 - 1) \sin \zeta \sin \delta$ d. h. die Ergänzung der geographischen Breite des Orts M zu 90° oder

$$\eta = \delta - (\zeta - \delta) \frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha^2} \sin \zeta \sin \delta$$

in welchem Ausdrucke der Winkel δ aus (XV) bekannt ist, und $\sin \zeta$, $\sin \delta$, nur für die Grade und Minuten genommen zu werden brauchen.

XVIII. In diesen für die geographische Länge und Breite eines Orts wie M gefundenen Formeln müssen die Grössen α, γ in den

Lin-

Längenmaaße ausgedrückt werden, nach welchem die Coordinaten ML, NL, (XII.) auf dem trigonometrischen Netze des vermessenen Landes berechnet worden sind. Gesetzt ML und NL seyen in Pariser Toisen gegeben, so ist nach den neuesten französischen Gradmessungen $\alpha = 3271226$ Toisen; $\gamma = 3261432$ T. (M. s. Puissant Tr. des Géodesie p. 136), also $\alpha : \gamma = 334 : 333$ zu setzen.

Hieraus findet sich leicht $\frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha^2} = \frac{1}{167}$ einige Decimalen im Nenner 167 weggelassen, auf die man doch nicht mit Sicherheit rechnen kann, indem etwas andere Werthe für α u. γ (z. B. Hr. Prof. Bohnenbergers in v. Zachs M. Corr. Jul. 1802. S. 25) auch auf den angeführten Bruch Einfluß haben. Ja nach La Places Bestimmungen, nach welchen das Axenverhältniß $\gamma : \alpha$ der elliptischen Meridiane für die meisten Orte der nördlichen Halbkugel unserer Erde vielmehr $= 149 : 150$ gesetzt werden könnte, würde sogar

$$\frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha^2} = \frac{150^2 - 149^2}{150^2} = \frac{2}{75,2}$$

also fast noch einmahl so groß als obiger Werth ausfallen.

Ueber die verschiedenen Verhältnisse von $\alpha : \gamma$ s. m. umständlich in v. Zachs M. Corr. März 1811. S. 255. ꝛc.

XIX. Man sieht hieraus, was für eine misliche Sache es ist, aus geographischen Messungen, die Längen und Breiten, so genau als der Astronom sie jetzt verlangt, ableiten zu wollen, wenn nicht genau zuvor bestimmt worden ist, was für ein Axenverhältniß bey den elliptischen Meridianen des trigonometrisch aufgenommenen Landes zum Grunde gelegt werden muß, weil doch nun einmahl unsere Erde nicht genau ein Umdrehungssphäroid seyn soll; d. h. ein solches dessen Meridiane alle einerley Ellipse bilden.

XX. Nimmt man indessen eines von den angeführten Verhältnissen an, nach welchen $\frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha^2}$ doch immer nur ein kleiner Bruch ist, so ergeben sich in den gefundenem Formeln noch allerley Abkürzungen, zumahl wenn die Cordinaten ML, NL in Bögen verwandelt, etwa nur ein $\frac{1}{2}$ oder einen ganzen Grad ausmachen würden, in welchem Falle man aus den angeführten Formeln sehr leicht z. B. de Lambre'sche (v. Zachs M. Corr. Jul. 1804. S. 66.) und andere ähnliche ableitet, womit ich mich aber hier nicht weiter beschäftigen will, da es mir zweckmäsiger scheint, den Weg für die Berechnung der geographischen Längen und Breiten gezeigt zu haben

haben, wenn jene Coordinaten selbst einige Grade, von dem mittelsten Chartenmeridian angerechnet, betragen. Auch erleichtern die von andern angegebenen Abkürzungsformeln die numerische Berechnung um nichts erhebliches, zumahl wenn man bey den meinigen auf gewisse constante Logarithmen Rücksicht nimmt, die sich dem Rechner bald darbieten werden.

Tafeln nach solchen Formeln z. B. in v. Zachs M. Corr. Jul. 1803. S. 81.) scheinen mir die Rechnung auch nicht sehr abzukürzen, und solche Tafeln gelten übrigens auch nur für ein gewisses Axenverhältnis $\alpha : \gamma$. Für ein anderes dergleichen zu berechnen, wäre zu weitläuftig.

XXI. Das richtige Axenverhältnis $\alpha : \gamma$ für die Meridiane eines trigonometrisch aufgenommenen Landes, ließe sich zwar aus den Messungen selbst, in Verbindung mit einigen astronomisch bestimmten geographischen Breiten, ableiten, wozu obige Formeln in welchen dann $n^2 - 1$ oder $\frac{\alpha^2 - \gamma^2}{\alpha^2}$ als eine gesuchte Grösse angesehen werden müßte, leicht den Weg darbieten. Indessen haben auch diese Bestimmungen ihre Schwierigkeiten (M. s. v. Zachs M. Corr. März. 1811 S. 252.) und die Ausführung davon würde hier

hier selbst zu umständlich seyn, weswegen ich mich mit dem Beygebrachten begnügen will.

XXII. Nur muß ich in Rücksicht der Coordinaten ML, NL noch folgendes beybringen. Die Figur ist so beschaffen daß in derselben des Orts N, dessen geographische Breite gegeben ist, Abstand vom Pole A = ζ grösser war, als des Orts M Abstand vom Pole = η. Für M ist also in diesem Falle die Abscisse NL als positiv zu betrachten (§. 362. XVIII.) (wie z. B. πp für den Ort g auf dem Netze (Fig. LXXX.)). Auch liegt hier M auf der westlichen Seite von N; daher auch ML als positiv angesehn wird (§. 362. XVIII) für diesen Fall wird also in dem sphärischen Dreyeck MNL (XIV) der Neigungswinkel MNL = τ spitzig. Wäre dagegen M zwar westlich von N, also ML positiv, aber ζ kleiner als η, mithin die Abscisse NL negativ, so würde der Winkel MNL = τ stumpf, wie sich auch aus der dafür gefundenen Formel

$$\text{tang}\ \tau = \frac{\text{tang}\ \mu}{\sin \zeta}$$

ergiebt, in welcher jetzt $\mu = \frac{NL}{NT}\ 206264$ negativ, also tang τ negativ, mithin τ stumpf wird. Hiernach wird man sich denn auch bey der Berechnung des Winkels δ nach der Formel

xel (XV.) zu richten haben, in welcher als: ann cos τ negativ zu nehmen ist, wenn τ tumpf ist.

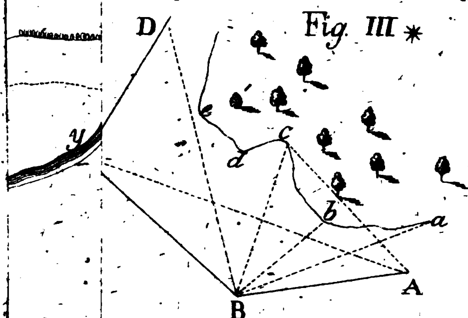
XXIII. Auf diese Weise wird es in jedem andern besondern Falle durch Betrachtung des sphärischen Dreyecks MNL nicht schwer seyn zu entscheiden, wie der darin vorkommende Winkel τ spitz oder stumpf zu nehmen seyn wird. Der Bogen oder Winkel λ wird vermöge der Formel (XIV.) nach der Natur der Cosinusse von positiven oder negativen Winkeln μ oder ν, allemal spitzig, wie auch ohnehin klar ist, da λ immer nur ein kleiner Bogen oder Winkel ist.

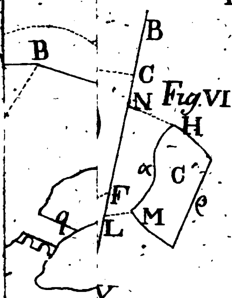
Die bisherige Rechnung durch ein Zahlenbeyspiel zu erläutern, halte ich für ganz überflüssig, da die Formeln für denjenigen der sie zu astronomischen Bestimmungen gebrauchen will, so einfach sind, daß die numerische Berechnung nach denselben keiner weitern Erläuterung bedarf.

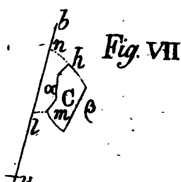
Aus allem was bey Gelegenheit dieser Untersuchung beygebracht worden ist, folgt, daß es eine vergebliche Erwartung ist, wenn man glaubt, daß geographische Längen und Breiten aus trigonometrischen Operationen abgeleitet, mit astronomischen Bestimmungen derselben voll:

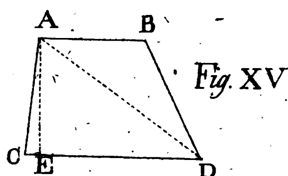
vollkommen übereinstimmen würden. Abweichungen von 8 : 10 Secunden können schon allein wegen (XIX) statt finden, wenn man auch nicht die Localattractionen berücksichtigen will, wodurch die astronomischen Beobachtungen oft unsicher werden. (v. Z. Monatl Corr. 1811. März. S. 253). Für den gewöhnlichen Gebrauch in der Geographie sind jene Abweichungen unerheblich.

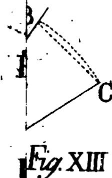
Umständlich über alle diese Untersuchungen s. m. in de Lambre methodes analytiques pour la détermination d'un arc du Meridien. Puissant traité de Topographie, d'Arpentage et de Nivellement à Paris 1807. und dessen Traité de Géodesie, ou Exposition des methodes astronomiques et trigonometriques appliquées, soit à la mésure de la terre, soit à la confection du Canevas des Cartes et des Plans. das. 1805. Svanbergs Werk Exposition des operations faites en Laponie etc, wovon man einen Auszug in v. Zachs Monatl. Corresp. Nov. 1805. und in den folgenden Heften findet.

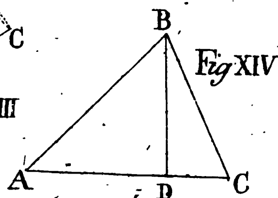

Fig. III
D
y
c
d
b
a
A
B


B
C
N
Fig. VI
H
α
C
F
q
M
ρ
L
V


b
n
Fig. VII
h
α
C
m
ρ
l
v


A
B
Fig. XV
C
E
D

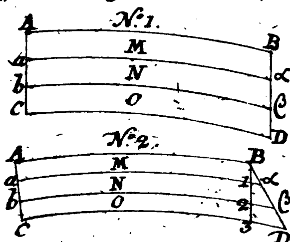

C
Fig. XIII

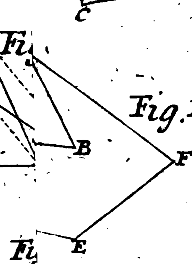

B
Fig. XIV
A
D
C

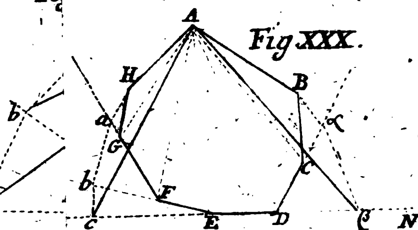
IIITH. Tab. I

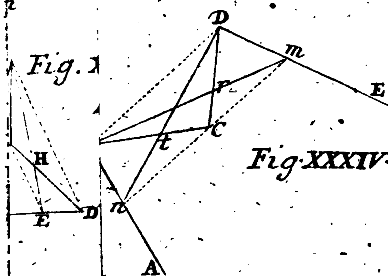


III.TH. Tab.II


Fig. XXI.
N°1.
A
B
M
a
α
N
b
O
c
β
D
N°2.
A
B
M
a
1
α
N
b
O
2
β
C
3
D


Fig. XXIX
B
F
E


A
Fig. XXX.
H
B
a
α
G
C
b
F
c
E
D
β
N


D
m
E
r
C
t
Fig. XXXIV.
n
A

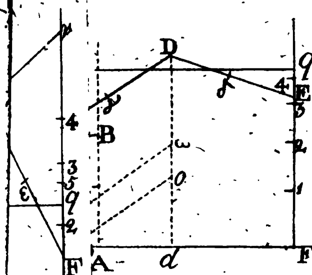


Fig. XXXVIII

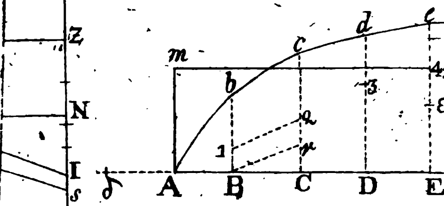


Fig. XXXIX

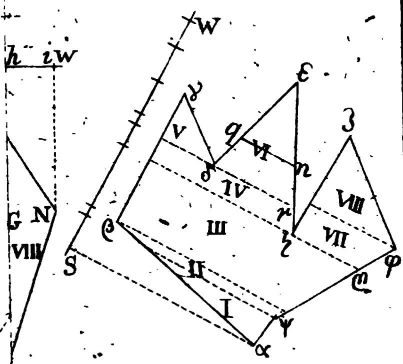
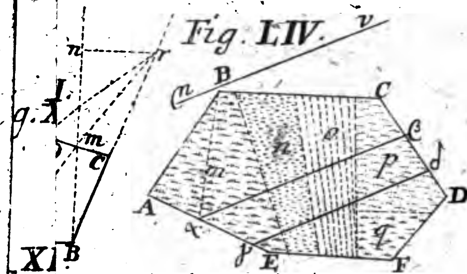
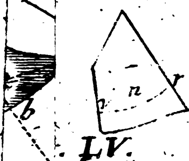
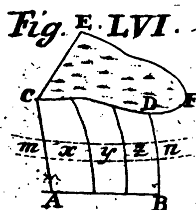
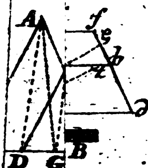


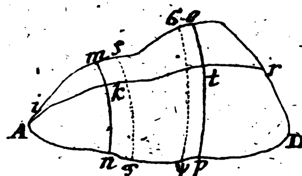
Fig. XLIV

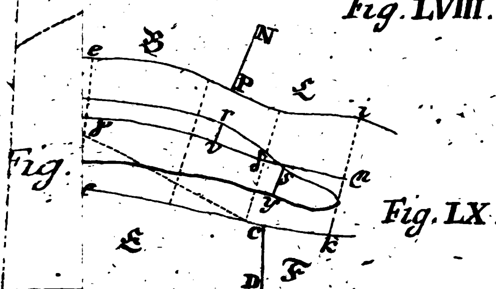

Fig. LIV.
v
n
r
B
C
m
C
n
e
p
D
A
α
q
γ
E
F
XI
B


r
n
LV.

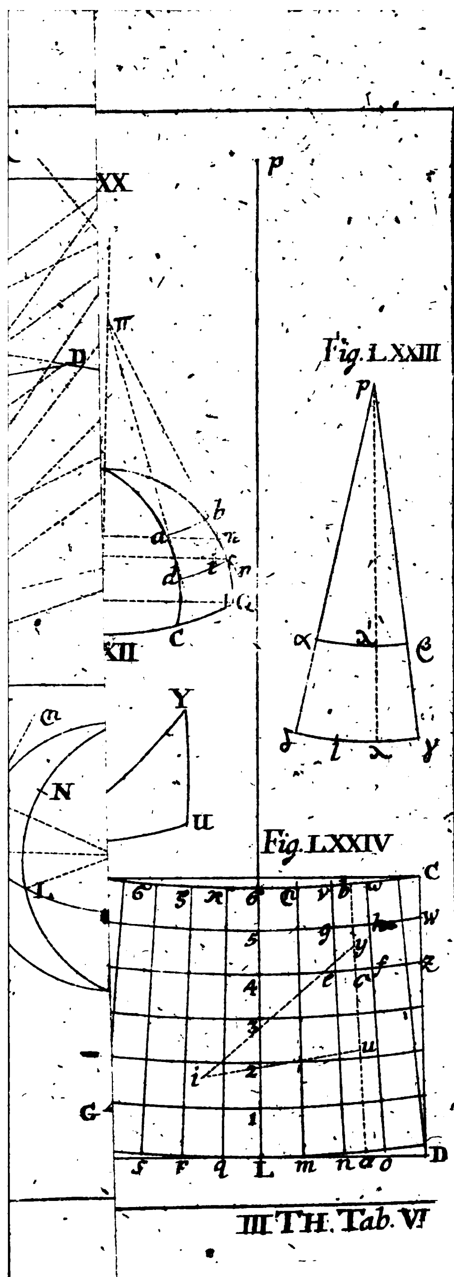

Fig. E LVI.
C
D
F
m
x
y
z
n
A
B

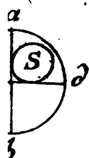

A
f
e
h
d
D
G
B


m
e
r
t
k
i
A
D
n
p
Fig. LVIII.


N
e
P
r
v
y
c
D
Fig.
Fig. LX.

III. TH


XX
P
Fig. LXXIII
P
C
XII
Y
U
N
L
G
Fig. LXXIV
C
W
D
III TH. Tab. VI



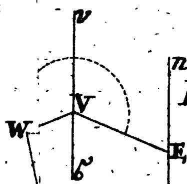


Fig. LXXIX.

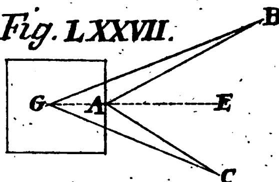
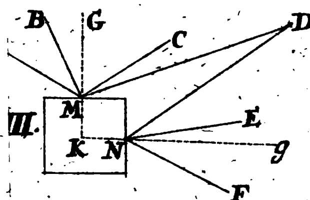


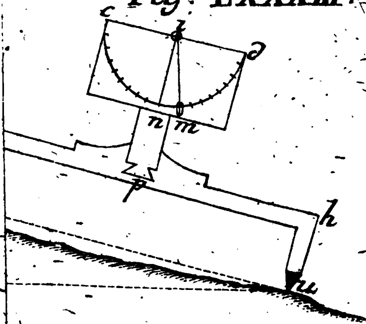
Fig. LXXVII.

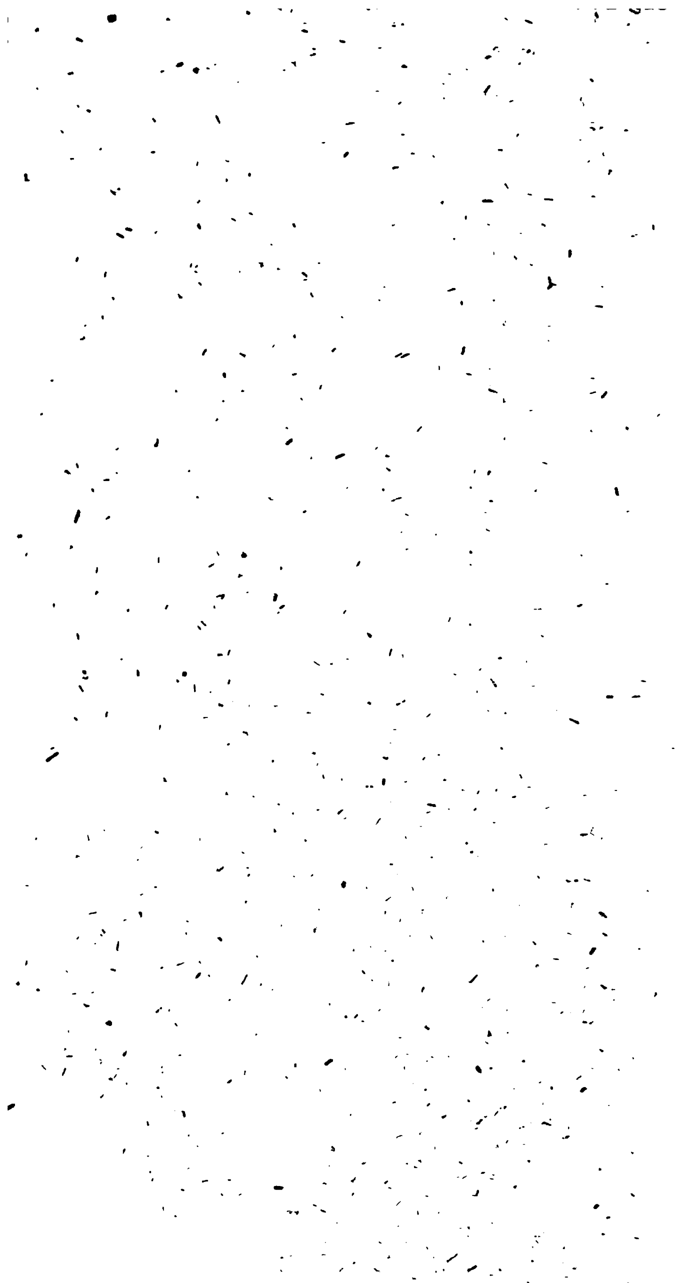
B



1 2 3 0

Fig. LXXXIII.





t r u p q l v e i II c

Fig. XCI

A o o G D H M N m n B C r q

O

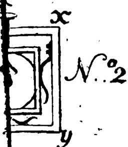
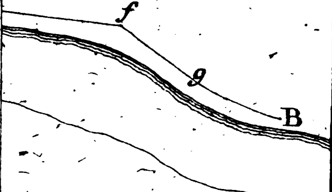
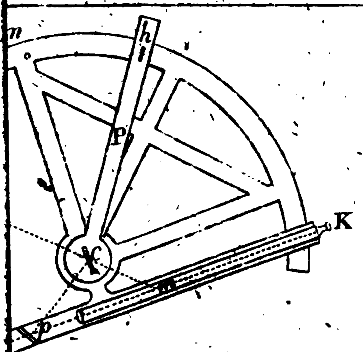




Fig. XCIII





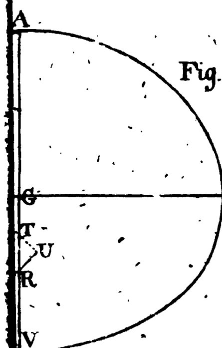


Fig. XCVII.

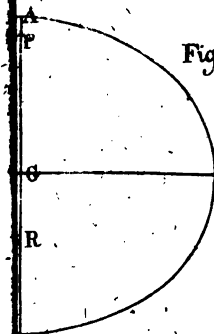


Fig. XCVI.

III. TH.



